UFRRJ

INSTITUTO DE AGRONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO AGRÍCOLA

DISSERTAÇÃO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM ATUAL E DINÂMICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

ALMIR NUNES

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE AGRONOMIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO AGRÍCOLA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM ATUAL E DINÂMICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

ALMIR NUNES

Sob Orientação da Professora

Alba Regina Moretti

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Ciências,** no Programa de Pós-Graduação em Educação Agrícola, Área de Concentração em Educação Agrícola.

Seropédica, RJ.
Abril de 2007

RESUMO

NUNES, Almir. **Resolução de Problemas: Uma Abordagem Atual e Dinâmica no Ensino da Matemática.** 2007, 73 p. Dissertação (Mestrado em Educação Agrícola). Instituto de Agronomia, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2007.

Neste trabalho, buscamos uma reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem em Matemática, por meio de Resoluções de Problemas, por acreditarmos que esse processo utiliza o que o homem já tem nato: a imaginação. Esta metodologia procura motivar o processo de ensino-aprendizagem em Matemática por meio da interdisciplinaridade. Discutimos o desenvolvimento da educação e, por meio de uma pesquisa realizada junto a alunos de escolas públicas estaduais e do Colégio Técnico da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro- CTUR, tentamos traçar a postura desses alunos em relação a este processo de ensino-aprendizagem. E, como complementos deste trabalho, apresentamos alguns problemas e sugestões de tratamento dos mesmos junto aos alunos.

Palavras-Chave: Matemática, Resolução de problemas, Metodologia, Ensino-Aprendizagem, educação agrícola.

ABSTRACT

NUNES, Almir. **Problem solving: a present, dynamic approach for Mathematics teaching**. 2007, 73 p. Dissertation (Master of Science in Agricultural Education) Instituto de Agronomia, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2007.

In this work we looked for a reflection on the teaching-learning process in mathematics, through Resolutions of Problems, for we believe this process uses what the man had already born with: the imagination. This methodology tries to motivate the teaching-learning process in mathematics using mathematics relations with other areas. We discussed the development of the education and, through a research carried out with the students of state public schools and the Technical School of the Rural Federal University of Rio de Janeiro - CTUR, we tried to draw students' posture in relation to this teaching-learning process. And, as complement of this work, we dealt with some problems and found solutions with the students, and presented suggestions for new ways of working with new problems.

Key words: Mathematics, Resolutions of Problems, Methodology, Teaching-Learning. Agricultural education.

À minha companheira Cida pela paciência, cumplicidade, dedicação e por me ajudar em todos os momentos de minha vida.

Aos meus filhos Bruno e Bia.

Ao Meu Pai, minha Irmã Ângela e meu irmão Orlando (in memória) por ter em sua passagem pela terra me dado o seu carinho e sua dedicação.

A minha neta Maria Clara.

A Minha mãe, pois sem a dádiva da vida eu não estaria aqui.

Aos meus sobrinhos Rodrigo, Juliana e Clarisse.

Dedico

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força e a oportunidade de conviver com pessoas tão maravilhosas.

À minha família, pelo apoio e incentivo.

Aos meus pais, pelos seus incentivos durante a minha vida.

Aos meus irmãos, Nestor, Cristina, Maria das Graças, José Carlos e Cecília, que sempre torceram por mim nesta caminhada.

À minha Orientadora Professora Alba Regina Moretti, que com muita paciência e competência me conduziu durante esse período.

À Profª Sandra Barros Sanchez, pela compreensão, apoio, pela amizade e por fazer acreditar em mim.

Ao Profº. Luiz Alberto Timótheo, por todos estes anos de amizade e incentivo no desenvolvimento desse trabalho.

Ao Ex-Diretor do Colégio Técnico da UFRRJ, Prof. Alencar Vicente Barbinotto, pela oportunidade dada aos seus professores para crescerem profissionalmente.

Às Profª: Rosane, Maria Danielle, Maria da Aparecida, Michele e Magda pelo incentivo e condições para a conclusão deste trabalho.

Aos Companheiros de CTUR: Claudete, Eduardo, Pamplona, Virgínia, enfim, a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a concretização desse trabalho.

A todos os colegas do Mestrado, pelo apoio na realização dos trabalhos solicitados em aula, pelas brincadeiras e conversas, em suma, por todos os momentos que tornaram o nosso curso de pós-graduação inesquecível.

Aos alunos dos colégios envolvidos na pesquisa, por serem o meu estímulo no desenvolvimento do trabalho.

A todos aqueles que torceram por mim.

"O homem foi programado por Deus para resolver problemas. Mas começou a criá-los em vez de resolvê-los. A máquina foi programada pelo homem para resolver os problemas que ele criou. Mas ela, a máquina, está começando também a criar problemas que desorientam e engolem o homem. A máquina continua crescendo. Está enorme. A ponto de que talvez o homem deixe de ser uma organização humana. É como perfeição de ser criado, só existirá a máquina Deus criou um problema para si próprio. Ele terminará destruindo a máquina e recomeçando pela ignorância diante da maçã. Ou o homem será um triste antepassado da máquina; melhor o mistério do paraíso" (Clarice Lispector, 2003).

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

SUMÁRIO

510.7
N972r
T

Nunes, Almir, 1960-
Resolução de problemas : uma abordagem atual e dinâmica no ensino da matemática / Almir Nunes. – 2007.
73f.

Orientador: Alba Regina Moretti.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Agronomia.
Bibliografia: f. 60-62.

1. Matemática(Ensino médio) – Estudo e ensino – Teses. 2. Laboratórios de matemática – Teses. 3.Aprendizagem baseada em problemas – Teses. I. Moretti, Alba Regina. II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Instituto de Agronomia. III. Título.

INTRODUÇÃO

A proposta deste trabalho se concentra em fazer uma reflexão sobre o ensino da Matemática para alunos de escolas rurais, por meio da Resolução de Problemas, usando, inicialmente, uma linguagem informal para, em seguida, desenvolver a linguagem Matemática introduzindo os conceitos e fórmulas necessários dentro de cada tema em estudo. Este procedimento, para o desenvolvimento e ensino da Matemática, busca maior motivação no processo ensino-aprendizagem por meio da interdisciplinaridade.

No primeiro capítulo, nos dedicamos ao estudo da relação da escrita, leitura e interpretação com a disciplina que, muitas vezes, é considerada “o monstro” de muitos estudantes: a Matemática. Percebemos que, na maioria das vezes, independente da série e da idade do aluno, a maior dificuldade em entender a Matemática está relacionada a uma possível deficiência na alfabetização, ou seja, o conhecimento precisa estar contextualizado, pois tanto a letra quanto o número são sinais gráficos que representam situações diferentes para cada indivíduo, independente da região geográfica e do tempo.

Sendo a Matemática uma das linguagens mais antigas, abordaremos a sabedoria dos nossos antepassados, que para garantir a continuação da espécie humana, já resolviam problemas usando vários elementos matemáticos. Partimos do pressuposto que há muito tempo o ser humano convive com a geometria, sistemas métricos e etc. Entendemos, também, que o interesse dos alunos pela Matemática depende muito da escola e dos professores das séries iniciais, pois, se a criança não for estimulada a gostar e a compreender a Matemática nas séries iniciais, terá maiores dificuldades nas séries seguintes, podendo comprometer seu aprendizado em etapas posteriores.

A Matemática como forma de interação pode contribuir para a formação do homem não só no aspecto racional como sócio-afetivo. Conforme o sábio professor Polya (1997, p 103), “a Matemática é a atividade mais próxima do centro do pensamento do dia-a-dia e que, devido a isso, o aluno deve ter participação ativa na elaboração e solução das questões matemáticas”.

Entretanto, a forma como a disciplina vem sendo abordada nos livros didáticos, a falta de tempo e, muitas vezes, o desinteresse do professor contribuem para o distanciamento do educando da referida disciplina. É necessário ensinarmos as crianças a pensarem matematicamente. Naturalmente, os problemas surgem em nosso cotidiano. A função do professor é procurar relacionar esses problemas com a teoria Matemática e usando de sua habilidade tornar mais fácil e natural a aprendizagem. Progredindo neste raciocínio, constatamos que a Resolução de Problemas tem sido a espinha dorsal do ensino da Matemática desde a época do Papiro de Rhind até chegar ao Ensino Médio.

Como já afirmado anteriormente, faz-se necessário ensinarmos nossos alunos a pensar e, para isso acontecer, é importante que os tipos de problemas façam sentido para o aluno, que tenham algum propósito definido. Muitas vezes assistimos aos meios de comunicação anunciarem em jornais, revistas e televisões situações da sociedade envolvendo elementos como juros, porcentagem, probabilidade e outras situações-problemas que os alunos, mesmo do Ensino Médio, não conseguem entender e só dão importância quando tais informações afetam sua vida sócio-econômica. Claro que outras coisas devem ser ensinadas no ensino da Matemática: demonstrações, conjecturas e etc. Todavia, é fundamental que o indivíduo já possua algumas experiências adquiridas, principalmente, a resolução de problemas. Portanto, quando falamos em uma aprendizagem participativa, estamos só constatando o que os antepassados já faziam. O princípio do ensino participativo sugere que o educador jamais dê a resposta direta do problema, mas que os alunos participem colocando sugestões, ou melhor, criando outras etapas, completando o problema para que juntos cheguem à solução final.

Desejamos que a escola e o professor conduzam o aluno a um raciocínio lógico usando a Resolução de Problemas na intenção de tornar o discente um ser pensante, reflexivo e questionador, capaz de levar para o seu cotidiano a aprendizagem da Matemática.

Em termos práticos, um dos grandes desafios é o de convencer outros professores mais tradicionais de que se pode facilitar a introdução de alguns conteúdos como, por exemplo, o ensino de funções, progressões aritméticas, geométricas e análise combinatória, de forma mais interessante, tentando formar conceitos e idéias que levem o aluno a construir conhecimento.

Não podemos deixar de dizer que estamos diante de um duplo desafio: atender a pressão feita por um número cada vez maior de alunos em salas de aula, principalmente nos colégios estaduais e municipais, e, ao mesmo tempo resgatar a qualidade do ensino. Um outro problema enfrentado é o de se adequar o planejamento ao programa anual, tendo em vista o pouco tempo disponível na maioria das escolas técnicas. Devemos apontar para a possibilidade de que determinados conteúdos sejam priorizados. Para isso, precisamos criar debates com os profissionais da área acerca dos programas anuais que há anos estabelecem o que deve ser ensinado, sem a prévia discussão pela sociedade.

No segundo capítulo, falamos da contribuição da Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem da Matemática. Abordaremos, também, a participação e sugestões do pensador e filósofo Polya no livro “A Arte de Resolver Problemas”. O autor sugere o cumprimento das fases de um problema como ação incentivadora no Ensino da Matemática e a Matemática como forma de interação social. A intenção central é conduzir o aluno à descoberta, na qual ele possa ter contato, primeiramente com o concreto e, posteriormente, com o abstrato. A necessidade de oferecer ao aluno problemas que façam sentido com seu mundo atual, induz aos seguintes questionamentos: Como o aluno foi alfabetizado? Qual a visão que ele tem da Matemática? Como foi seu primeiro contato com a Matemática? Qual é a sua capacidade de ler e interpretar? Podemos questionar a proximidade do estudante com diversos tipos de texto: literário, científico, jornalístico e matemático. Se a linguagem é a raiz de tudo, é aquela “que, enquanto ação humana, constrói/reconstrói/destrói realidades” (BACCEGA, 1995), pode ser que uma das dificuldades de aprendizagem na Matemática esteja nos enunciados de alguns exercícios.

No terceiro capítulo, analisamos os dados de uma pesquisa realizada em 2005 com alunos de três escolas públicas dos municípios do Rio de Janeiro e Seropédica cuja intenção foi analisar as dificuldades no ensino da Matemática e averiguar a receptividade de uma outra metodologia. Neste capítulo, falamos um pouco das experiências dos trabalhos dos Psicólogos Piaget e Vigostsky, acerca da formação e as fases do desenvolvimento do pensamento cognitivo, importantes para a aprendizagem das crianças.

No quarto capítulo, sugerimos alguns problemas já utilizados pelos livros didáticos com as suas respectivas utilizações no ensino fundamental. E por último, nas considerações finais, apontamos o que foi possível observar, as dificuldades de implantar a metodologia, o que a experiência trouxe de novo e alguns questionamentos e ansiedades a serem investigados em uma pesquisa futura.

CAPÍTULO I

A EDUCAÇÃO, O INDIVÍDUO, O TEMPO E O ESPAÇO.

1. INTRODUÇÃO

O que é educação? Como interpretamos essa importante palavra em nossa sociedade? Etimologicamente, de acordo com o dicionário da língua portuguesa[1], educação origina-se do Latim "*Educatio; -onis*" que significa "Processo de desenvolvimento da capacidade física, intelectual e moral da criança e do ser humano em geral, visando a sua melhor integração individual e social". É a ação dos membros de uma mesma geração, uns sobre os outros, considerando as condições, o meio e o tempo. Entretanto, ainda podemos indagar: Quem educa? Para que e por que educa? Por que muitas pessoas, mesmo com baixo nível de escolaridade, têm comportamento tão cortês, polido e repleto de civilidade? E outras, mesmo tendo freqüentado vários anos o banco escolar e possuindo conhecimentos e prática das leis da sociedade, agem, algumas vezes, de forma brutal, estúpida e ignorante? Sabemos que são perguntas difíceis de serem respondidas, mas tentaremos, mesmo sendo de forma lacônica, explicitar alguns fatos importantes desse assunto.

A educação tem variado demasiadamente, pois, o que, no passado, era suficiente, atualmente, nos parece inferior para a dignidade humana, tornando nossas exigências sempre crescentes. Devemos considerar as diferenças culturais e as necessidades geográficas. Se nos primórdios, nas cidades gregas e latinas, a educação conduzia o indivíduo a subordinar-se cegamente à sociedade, hoje se esforça para fazer dele personalidade autônoma.

Em Atenas, procurava-se formar espíritos delicados e harmoniosos, capazes de gozar o belo e os prazeres da pura especulação. Em Roma, desejava-se que as crianças se tornassem adultos de ação, apaixonados pela glória militar, indiferentes às letras e às artes. Na Idade Média, verificamos que a educação era cristã antes de tudo. Entretanto, na Renascença toma caráter mais leigo e mais literário. Nos dias de hoje, a ciência tende a ocupar o lugar que a arte outrora preenchia. Na realidade, cada sociedade, considerada em momento determinado de seu desenvolvimento, possui um sistema de educação que é, de modo geral, imposto aos indivíduos. Há costumes com os quais somos obrigados a nos conformar, certamente, se os desrespeitarmos, eles se vingarão nas nossas gerações futuras.

> "A Matemática foi inventada e vem sendo desenvolvida pelo homem em função das necessidades sociais. Durante todo o Paleolítico inferior, que durou cerca de três milhões de anos, o homem viveu da caça e da coleta, competindo com os outros animais, só que utilizando paus pedras e o fogo ele necessitava apenas das noções de mais-menos, maior menor e algumas formas no lascamento de pedra e na confecção de porretes..." (ROSA NETO, 1988 , p. 8).

Enfatizando a educação Matemática, percebemos que o sistema de educação de cada sociedade é voltado para ensinar o indivíduo a raciocinar para atender as necessidades econômicas e sociais. Todavia, haverá sempre homens "não passivos" a essa situação, discordando das verdades pré-estabelecidas. Sendo assim, tais homens questionam o movimento circular dos astros sobre a ordem geral do cosmo, pois a ciência não progride se não houver dúvidas, mas quando determinados problemas os forçam a investigá-los. Nessa

[1] Larrouse. Nova Cultural. São Paulo: Moderna, 1992, p. 386.

busca, o homem procurou organizar sistematicamente uma forma particular da linguagem fazendo surgir os símbolos Matemáticos.

Segundo Pierre Emmanuel (1982), a história do símbolo atesta que todo objeto pode revestir-se de valor simbólico, seja ele natural (pedras, metais, árvores, flores, frutos, animais, rios e oceanos, montes e vales, planetas, raio etc.) ou abstrato (forma geométrica, número, ritmo, idéia etc.). Os símbolos são sempre pluridimensionais, pois exprimem relações terra-céu, espaço-tempo. Eles são susceptíveis a um número infinito de dimensões. Entretanto, um símbolo só existe em função de uma determinada pessoa, ou de uma coletividade cujos membros se identifiquem de modo tal que o símbolo constitui um único centro. Na tentativa de sobrevivência e organização cultural, os indivíduos se unem trocando saberes populares, usando os símbolos com forma de interagir.

> "O Paleolítico superior é caracterizado por instrumentos mais elaborados para caça e coleta: armadilhas, redes, cestos, arcos e flechas, roupas de peles, canoas. Os homens utilizam novos materiais, além de paus, pedras: ossos peles, cipós, fibras, fazem pinturas e esculturas naturalistas. Já necessitam de muitos números e figuras. Para fazer um cesto é necessária a contagem e noções intuitivas de paralelismo e perpendicularismo. Surgem os desenhos geométricos e a pictografia" (ROSA NETO, 1988, p. 8).

Em relação à Matemática, podemos afirmar que o símbolo é fundamental para toda aprendizagem dos membros de uma mesma comunidade que utilizem o mesmo código de comunicação. O quadrado, o triângulo, a circunferência e outras formas geométricas nada mais são do que símbolos sintetizados em nossa memória. Porém, essa imagem pode não ter o mesmo significado para outros povos em determinadas situações específicas. O que tem um significado para os babilônicos pode não ter o mesmo para os egípcios, os gregos, etc. Mas a junção do conhecimento desses e de outros povos deu origem à Simbologia Matemática. *O livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos.* [2]

2. SÍMBOLOS E UM BREVE HISTÓRICO MATEMÁTICO

O símbolo, que surge do inconsciente criador do homem e de seu meio, preenche uma função profundamente favorável à vida pessoal e social. A primeira função do símbolo é de ordem exploratória. Como inteligência indagadora projetada no desconhecido, o símbolo investiga e tende a exprimir o sentido da aventura dos homens lançados através do espaço-tempo. Segundo Chavalier:

> "Cada grupo, em cada época têm seus símbolos; vibrar com esses símbolos é participar desse grupo e dessa época. Época morta é igual época sem símbolos; sociedade desprovida de símbolos é igual a uma sociedade morta. Uma civilização morre quando já não possui símbolos. (...) O símbolo é uma linguagem universal por ser virtualmente acessível a todo ser humano. Produz uma comunicação profunda com o meio social. Se, por uma ruptura de unidade, o símbolo ameaça atrofiar o sentindo do real, não é menos verdade que ele seja um dos fatores mais poderosos da inserção na realidade, em virtude de sua função **socializante.** (CHAVALIER, 1999).

O símbolo permite, de fato, que se capte de certo modo, uma relação que a razão não pode definir por conhecer um dos termos e desconhecer o outro. O símbolo se impregna da

---

[2] In Galileu, II Saggiatore.

coisa representada, assim o encontro entre o signo e o significante resulta em um símbolo, que passa a ser uma linguagem específica que serve à ideologia de uma comunidade discursiva. No que tange à linguagem Matemática, os símbolos representam realidades concretas que foram apreendidas e conceitualizadas, constituindo, desta forma, uma linguagem Matemática que possibilita o estudo dos conceitos que os símbolos representam.

No mundo moderno, já estamos tão habituados a conviver com a Matemática, que dificilmente paramos para pensar como seria o universo sem a mesma. Dormimos e acordamos com a Matemática, muitas vezes até contamos quantas vezes viramos de posição até pegarmos no sono e, ao acordarmos, damos sempre à mesma quantidade de passos até à geladeira e, mentalmente, repetimos tudo, usando os mesmos números em nosso cotidiano. Ao sairmos para o quintal, deparamos com o lindo nascer do sol refletido numa bela circunferência iluminada, ou então com uma agradável chuva ora vertical, ora em linhas inclinadas e, se caso não houver nem sol, nem chuva, estendemos nossos olhos a uma distância maior e, bem longe na horizontal, avistamos uma grandiosa montanha em forma de triângulo quase perfeito. E, assim, continuamos o dia convivendo, cada segundo, com a inseparável Matemática. A dona de casa mede exatamente três colheres de pó e quatro copos de água para aprontar o café e quando molha o jardim utiliza a mangueira em forma de cilindro e se depara admirando a forma geométrica das flores, caules, folhas ou quantas rosas estão para desabrochar, quantas formigas gigantes estão rondando a delicada violeta e até o volume de água que já gastou aguando o jardim. E a sua rotina prossegue, ligando o rádio e ouvindo uma melodiosa canção repleta de notas musicais associadas a uma seqüência numérica finita, ou seja, o som se propagando através de ondas senoidais.

E na forma elíptica do universo, os indivíduos convivem, às vezes, trancados em seus quadrados lares, ou livres caminhando em linha reta e curva, sempre envolvidos com a Matemática. Por isso, é quase impossível descrevermos todas as situações universais em que essa disciplina está direta ou indiretamente ligada. Porém, aos mais questionadores, até mesmo uma criança curiosa, às vezes, faz a pergunta mentalmente: Como surgiu a Matemática? A resposta é longa e intrincada, todavia, tentaremos mesmo que sucintamente responder a tão indagadora pergunta.

Revendo a convivência de alguns povos na Antigüidade, Ricieri (1991) atribui o surgimento da Matemática à agricultura. Para ele, a aglomeração e o aumento da população foram as principais causas para que o indivíduo se fixasse em determinado local a fim de cultivar alimentos em prol da sobrevivência. Devido a isso é difícil associar o surgimento da Matemática a um só povo, a uma data precisa, ou a uma só determinada região geográfica, já que várias civilizações tiveram grande participação em épocas diferentes na criação e no progresso da Matemática. Citaremos os povos que contribuíram para as origens do pensamento quantitativo das sociedades, a saber: Babilônicos, Egípcios, Chineses, Hindus, Gregos, Astecas, Incas e Maias.

É fundamental ressaltar que a diferença social é um grande fator de conflitos e busca de soluções para os mesmos. Assim sendo, quando os homens primitivos abandonaram a vida nômade, conseqüência direta da agricultura, e tornaram-se sedentários e numerosos, surgiram às desavenças típicas entre eles. Na sua grande maioria, por invasão de terras, pois a agricultura despertou também o sentimento de propriedade inexistente no homem nômade. Esse contexto exigiu do grupo a formulação de leis que possibilitasse administrar suas disputas. Para o surgimento do pensamento matemático foi um passo.

> “A divisão da sociedade em classes e a propriedade privada levam à criação de medidas para regular posse e à cobrança de impostos. Segundo o historiador grego *Heródoto,* as inundações do Nilo desmarcavam os limites das propriedades, gerando a necessidade de remarcá-las. Isso era feito com

> o auxílio de medidas e plantas, pelos chamados “esticadores de corda”. Daí o desenvolvimento dos números fracionários. É a Matemática se desenvolvendo no Egito antigo e na Babilônia, do mesmo modo que, posteriormente, com os Maias e Astecas”. (ROSA NETO, 1988, p. 10)

2.1 Babilônicos

Os primeiros indícios de construção de conhecimentos matemáticos vêm dos povos babilônicos (1800 até 600 a.C.) e egípcios (2500 até 320 a.C). Esses povos usavam a matemática para a resolução de problemas práticos, geralmente relacionados à astronomia, à navegação, à demarcação de terrenos, à cobrança de impostos e à construção. Esses problemas eram resolvidos de forma discursiva sem jamais fazer referências a uma teoria ou fórmula algébricas.

Os babilônicos desenvolveram um sistema numérico posicional sexagesimal, que teve “uma influência generalizada sobre a natureza da matemática de outros povos” (AABOE, 1984). A origem do sistema sexagesimal é incerta. Porém, somos levados a acreditar que a importância da astronomia na sociedade babilônica, como veremos a seguir, tenha sido o fator preponderante (o ano babilônico possui 360 dias, se ajustado à base 60 que é divisível por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30,60).

Foi no Golfo Pérsico à margem dos rios Tigre e Eufrates, que surgiu há cinco mil anos a civilização Mesopotâmica formada por uma grande mistura de raças cassitas, hititas, arameus, babilônicos e etc. Região economicamente próspera e militarmente organizada possuía uma cultura sofisticada para os padrões da época. Nessa região, por volta do ano 3500 a.C., nasceu a escrita, invenção dos sumérios, caracterizada por marcas cuneiformes de argila (mais ou menos 30x50 cm) cozidas ao sol. Dentre outras coisas, a tradução dessas placas revela os costumes desses povos antigos de relacionar acontecimentos mais mundanos do dia–a–dia, assim como também os cataclismos climáticos tais como vendavais, chuvas torrenciais e enchentes devastadoras aos principais eventos cósmicos (causa e efeito).

> “Por isso, o rei e seus conselheiros permaneciam atentos a presságios passíveis de interpretação, de tal modo que as calamidades pudessem ser previstas e, se possível, evitadas. Pensava-se que havia nos eventos humanos uma contrapartida para cada fenômeno celeste, crença que levava os astrônomos-sacerdote a fazerem observações detalhadas e sistemáticas dos corpos celestes. A utilização de augúrios vistos nos céus assumiu proporções consideráveis na primeira dinastia babilônica (18 a 19 séculos a. C).” (D. PINGREE *apud* WHINTROW, 1993, p.45).

Segundo Whintrow (1993), os astrônomos babilônicos do século IV a.C. em diante estudaram os movimentos do sol e dos planetas, mas focaram suas atenções no movimento da lua, por ser base do calendário babilônico, empregando nessas observações grande engenhosidade matemática. E para tal cometimento, deram os primeiros passos na análise harmônica, introduzindo a idéia de decompor um complicado efeito periódico, numa soma de efeitos periódicos mais simples tornando-os matematicamente tratável. Os métodos que usaram não eram trigonométricos, mas “funções ziguezagues” lineares.[3]

Ainda de acordo com Whintrow (1993) foram os babilônicos que criaram o zodíaco, cinturão à volta do céu em que se situam o Sol, a Lua e os Planetas divididos em 12 signos

[3] O. Neugeauer apud Whitrow, 1993, 46.
[4] In *Riciere,1991, 33*

zodiacais, todos com uma mesma duração de 30 dias, divisão essa estendida posteriormente ao círculo e que utilizamos até hoje.

Existem várias semelhanças entre o sistema numérico adotado atualmente em grande parte do mundo, por isso chamado de universal (os chineses ainda empregam uma variedade moderna do seu antigo sistema), e o sistema desenvolvido pelos babilônicos, a começar pela importância atribuída à posição ocupada pelo algarismo ou símbolo, ou seja, os dois sistemas posicionais; também temos um número finito de símbolos ou algarismos para escrever todos os inteiros, nós usamos dez (base decimal); eles utilizavam sessenta (base sexagesimal). É importante salientar que os babilônicos conheciam o "Teorema de Pitágoras".

> "Quanto ao conhecimento geométrico, conhecemos em primeiro lugar um uso sem restrições do chamado teorema de Pitágoras, e desta maneira sua descoberta precede a Pitágoras de um milênio e meio. Há, além disso, as fórmulas corretas para as áreas de figuras geométricas simples, como triângulos e trapézios, e aproximações grosseiras da área e perímetro de um círculo" (usando $p \cong 3$). (AABOE, 1984).

Segundo Ricieri (1993), o conhecimento da história da Matemática Babilônica deve muito aos pesquisadores Neugebauer e Dangin. Na década de 30, fizeram a tradução de vários documentos antigos escritos em placas, contendo tabelas numéricas e problemas do dia-a–dia desses povos. Abaixo, iremos relacionar alguns desses problemas com as soluções realizadas na época:

a) Placa BM 13.200

"Encontrei duas pedras iguais de massa desconhecida quando subtraí três minas, resultaram 17 minas. Qual á massa de uma das pedras?" [4].

Linguagem atual ($2x - 3 = 17$)

b) Placa BM 13.247

"Somei quatro vezes o lado do meu quadrado à área, encontrei 21..." [5].

Linguagem atual ($x^2 + 4x = 21$).

Segundo Riciere (1991) , esses problemas foram resolvidos, respectivamente, assim:

a) "... some três com 17 e divida o resultado por dois...".

b) "Multiplique quatro por quatro e some com o produto de quatro vezes 21. Extraia a raiz quadrada e subtraia quatro. O número procurado é o resultado anterior dividido por dois...".

É importante comentar que, até hoje, não se sabe como descobriram essas receitas para a solução de equações que, no entanto são idênticas ás fórmulas conhecidas desde a Idade Média e que foram construídas geometricamente. Os babilônicos conheciam o volume aproximado do cilindro e do cone. Suas fórmulas de cálculo apresentavam erros de 12% e 18% , respectivamente.

[5] In *Riciere,1991, 33.*

2.2 Matemática dos Antigos Egípcios

Os egípcios eram possuídores de rara inteligência – Civilização que teve origem por volta de 4000 a.C nas proximidades do rio Nilo –, apreciavam a religião, a Matemática e a Arquitetura, e isso os levaram a um rico misticismo materializado em grandes e sofisticados monumentos arquitetônicos.

A Matemática dos Egípcios caracterizou-se, principalmente, por aplicações práticas: administração pública, medição de plantações, contabilização do trigo, registro das inundações e dos eclipses. Segundo dados do museu do Cairo, eles nunca descobriram o poder teórico da Matemática limitando-o somente aos problemas corriqueiros. Diferente dos hindus e mesopotâmicos, esse povo do século XVIII a.C. possuía escolas fundadas e sustentadas pelos cofres públicos, as quais todos podiam freqüentar. Os escribas eram formados em 3 anos quando aprendiam a escrita hieroglífica. Caso algum aluno fosse interessado e talentoso, poderia continuar sua formação tornando-se médico, astrônomo e administrador. Os egípcios conheciam a geometria apenas empiricamente. Era o conhecimento passado de pai para filho, que lhe permitiam medir as áreas férteis à margem do rio Nilo, bem como alinhar pedras usadas em suas construções.

> "(...) disseram que este rei (Sesostris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios e que tinha dado a cada um uma porção igual a retangular de terra, com a obrigação de pagar por um ano certo tributo. Que, se a porção de algum fosse diminuída pelo rio, ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra a fim de saber quanto ela estava diminuída, e de só fazer o tributo conforme o que tivesse ficado da terra." (PRADO JR. *apud* MACHADO, 1991, p.11).

Segundo Riciere (1991), a história da Matemática egípcia baseia-se principalmente no Papiro de Rhind, encontrado por um arqueólogo em 1858, em uma tumba nas escavações das ruínas de Tebas. Esse papiro de 5 metros de comprimento por 30 centímetros de largura, que tudo indica foi escrito por volta de 1600 a.C., foi comprado por um preço insignificante em uma cidade à beira do Nilo por um advogado escocês Henry Rhind (1833-1863). Em 1862, um ano antes da sua morte, Rhind doou o papiro ao museu Britânico. Tudo indica que esse documento é uma cópia de outros papiros mais antigos (mais ou menos 1650 a.C.). Ele traz praticamente todo conhecimento matemático desse povo.

2.3 Alguns problemas matemáticos Egípcios

A seguir citaremos alguns problemas extraídos do papiro de Rhind, que nos possibilitará ter uma noção do uso da Matemática por esse povo. Podemos afirmar que a arte de ensinar Matemática através de problemas do dia-a-dia é uma prática iniciada por babilônicos, egípcios e outros povos. A escolha dos exemplos trazidos teve como critério apresentar de que forma outras épocas e culturas pensavam na resolução de situações matemáticas que envolviam os conceitos com os quais trabalhamos hoje como, por exemplo, o conceito de números racionais (problema 1, 2,); idéia de proporções; sistemas lineares (problema 3); progressão aritmética (problema 4) e progressão geométrica (problema 5).

a) Problema 1

"... Você dividirá 10 porções de farelo de pão entre nove escravos que vierem comer..." [6].

O registro de solução desse exercício foi feito pela escriba e atualmente podemos traduzir como:

$$9 = 10\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{30}\right)$$

$$\frac{9}{10} = \frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{30}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10}$$

Observação: Por se tratar de uma divisão envolvendo escravos, o homem que efetuou a divisão não teve a preocupação em dividir as dez porções em nove partes iguais.

b) Problema 2

"... veja se entende. Qual é o número que somado a 2/3 e 1/15 resulta a unidade". [7]

A solução do problema 21 foi feita no papiro de Rhind assim:

$\frac{2}{3}$ *de 15 é igual a 10;*

$\frac{1}{15}$ *de* 15 *é igual a* 1

? de 15 é igual a 15 – (10 + 1) = 4

Então, perceba que a solução será dividir quatro por 15, resultando 1/4 mais 1/60.

Utilizando a linguagem algébrica atual podemos escrever: $\frac{2}{3}+\frac{1}{15}+x=1$

c) Problema 3

"... devem ser distribuídos entre 10 homens 100 pães, de modo que 50 serão repartidos em partes iguais para 6, e os outros 50 em partes iguais para 4... pergunto a você qual a diferença das duas partes?..." [8]

Esse problema pode ser traduzido algebricamente por:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 100 \\ y - x = ? \end{cases}$$

d) Problema 4

"... Dividir 100 pães para 5 homens de modo que as partes que cabem a cada um estejam em progressão aritmética e que a soma das duas menores seja 1/7 da soma das três maiores..." [9]

---

[6] In *Riciere 1991 , 61*
[7] In *Riciere 1991, 62.*
[8] In *Riciere, 1991, 66.*
[9] In *Riciere,1991, 66*

e) Problema 5

"... o inventariante oficial cuidou de dividir entre os herdeiros a fortuna: sete casas com sete gatos cada, onde cada gato tinha sete ratos, que traziam consigo sete medidas de cevada. Se as medidas de cevada fossem plantadas, cada uma produziria sete áreas de plantio...". Quantos elementos têm o inventário?[10]

De acordo com Riciere (1991), esse problema mostra o lado brincalhão do estriba, pois mistura elementos diversos como herdeiros e ratos, sua solução indica a soma de uma progressão geométrica. Apesar de não apresentar a Fórmula da soma da P.G., tudo indica que se limitou a contar os itens um por um.

2.4 Chineses

Diz a lenda, que os imperadores chineses apesar de serem analfabetos, sabiam até mesmo quantos grãos de arroz tinham em seus celeiros. Exageros a parte, essa história nos induz a crer que o governo chinês era muito bem assessorado matematicamente. Não poderíamos deixar de comentar sobre o grande conhecimento milenar dos chineses.

A Matemática Chinesa surgiu praticamente com a construção das grandes muralhas, que foram erguidas por ordem de Lim Pang para conter as invasões dos Hunos. O isolamento cultural da china, entre outros fatores, prejudicou sua contribuição para a modernidade, não superando a dos gregos, mesmo sendo mais antiga que a helênica.

O primeiro documento matemático desse povo, que data aproximadamente segundo Boyer (1974) 300 a.C, é o Chou Pei Suang Ching (calendário das horas solares), um pergaminho de dois metros e trinta centímetros que aborda diversos assuntos científicos sob forma de diálogo entre imperador e um ministro. O autor desconhecido inicia sua obra afirmando ser o quadrado o símbolo da Terra e o círculo, do céu. Em seguida, apresenta a primeira demonstração geométrica que conhecemos do teorema de Pitágoras, o qual chama de hsuang-thu e às vezes de chi-chu (agrupamentos de quadrados).

> "O quadrado formado pelo lado maior (hipotenusa) do triângulo a, b, c é constituído de quatro triângulos e um quadradinho (quadrado de lado unitário). Somando os quatro triângulos, dois a dois, encontram-se mais doze quadradinhos, que, somando com o quadradinho central, resulta 25".(Autor desconhecido)

Diferente da Matemática grega, a chinesa, assim como a egípcia, é caracterizada pela ausência completa de teorias, teoremas ou mesmo demonstrações. A obra mais importante da história científica chinesa, segundo Ricieri (1991), é sem dúvida o famoso e polêmico Chiu Chang Suan-Shu (A Matemática em nove capítulos) de Chuam Sanon (206 a.C.- 220 d.C.) No livro, as maiores preocupações eram ensinar a medir terras, baseando a divisão da propriedade rural em quadrados e triângulos. Tinha também como objetivos ensinar conjuntos de regras gerais para soluções de problemas: cálculos aritméticos; equações algébricas sistemas lineares, matrizes e números negativos.

Acrescentamos, a seguir, breve resumo de alguns problemas relacionados nesses capítulos.

[10] In *Riciere, 1991, 73.*

? **Capítulo I - Medida de Terra.**

A preocupação fundamental é ensinar a medir terras, baseando a divisão da propriedade rural em quadrados e triângulos. A forma de calcular a área do círculo indica a característica receitual da obra, bem como o valor do número p , que conheciam como sendo 3:

"Multiplique o diâmetro pelo diâmetro do círculo e tome três quartos do valor encontrado...". [11]

? **Capítulo II – Cereais**

"Para vinte tous de arroz, o imposto a ser pago é de dois tous, enquanto para oitenta tous são...". [12]

Tais exercícios articulam regra de três simples, bem como proporções volumétricas.

? **Capítulo III – População**

Foi com base neste capítulo que muitos historiadores matemáticos afirmaram ser da autoria dos chineses a matriz, coisa que muitos matemáticos não concordam, pois não basta dispor números em linhas verticais e horizontais, bem como simplificá-los para que se tenha uma matriz.

Além das "matrizes" e do método de soma de progressões aritméticas de *n termos*, destacam-se os quadrados mágicos:

7	8	9
4	5	6
1	2	3

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Os quadrados mágicos são utilizados até hoje como jogos de passa tempo.

? **Capítulo VII - Ligas metálicas**

Dos problemas aqui apresentados, conclui-se que os chineses sabiam resolver sistemas de equações de duas variáveis:

"Duas barras de ouro mais três de prata pesam 18 unidades. Quanto pesa cada, se duas, uma de ouro e outra de prata, pesam 77".[13]

Apesar da imprecisão do enunciado, o texto acima reflete uma matemática evoluída.

[11] In Riciere *1991, 86*.
[12] In Riciere 1991, 86.
[13] In Ricieri 1991, 89.

? Capítulo IX - Problemas de Quadrados

Segundo Boyer (1974, p144), o último capítulo contém problemas sobre triângulos retângulos, alguns dos quais mais tarde reapareceram na Índia e na Europa. Um deles pergunta qual a profundidade de uma lagoa de 10 pés quadrados se um caniço que cresce no centro e se estende 1 pé para fora da água atinge exatamente a superfície, se puxado para a margem da lagoa. Outro desses problemas bem conhecido é o do bambu quebrado: há um bambu de 10 pés de altura, cuja extremidade superior, ao ser quebrada, atinge o chão a 3 pés da haste. Achar a altura da quebra.

Este capítulo é concluído com soluções de equações do segundo grau.

Chu Shih-Chieh (1280-1303), o último e o maior matemático chinês, segundo Boyer, escreveu dois tratados: "introdução aos estudos matemáticos", no ano de 1299 e "precioso espelho dos 4 elementos" no ano 1303, conhecido atualmente como Triângulo de Pascal. No arranjo de Chu temos os coeficientes das expansões binomiais formados por $(x + 1)^n$, onde n = 0, 1, 2, 3..., desenvolvida até a oitava potência.

O triângulo aritmético é um dos destaques dessa obra, conhecido dos chineses muitos anos antes de Pascal.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

2.5 A Matemática Hindu e a Matemática Árabe

Os primeiros registros dos hindus, segundo Ricieri (1991), remontam ao século XV a.C. quando grupos nômades vindos, ao que tudo indica, do Irã, invadiram a Índia, procurando terras férteis. É a origem da chamada época Védica marcada por registros religiosos feitos em sânscrito. Quanto à Matemática, foi com o soberano *Asoka*, em 220 a.C., que essa disciplina começa a se desenvolver. *Asoka* gostava tanto de números que se orgulhava de ter 29 conselheiros com formação matemática: sabiam somar e subtrair dois números menores que cem.

No ano 300 da nossa era, os hindus apresentavam grande conhecimento de Astronomia, Geografia e Aritmética, quando conseguiram prever eclipses e estimar enchentes. Chegaram até mesmo a se preocupar com o censo demográfico de seu país, o que pode ser constado pelos inúmeros documentos da época preservados nos museus da Índia (Ricieri,1991).

Em relação aos textos científicos voltados para as exatas, nota-se uma ausência de símbolos gráficos.

> "Há quem se refira a esta gênese não formal dos conceitos algébricos, diferentemente dos geométricos, como um acidente histórico decorrente do fato de a álgebra ter-se iniciado com os hindus e os árabes e não como os gregos. Entretanto, tal fato tem poucas características de "acidental". Nele estão escritos as marcantes diferenças nas estruturas sociais vigentes." (MACHADO, 1991).

Foram os hindus que criaram os símbolos usados hoje para a representação dos números, os quais foram divulgados pelos árabes. Os hindus utilizavam-se da numeração decimal na qual o zero era designado por uma “bolinha hachurada”.

Um dos mais importantes matemáticos hindus foi Báskara que por volta de 1150 escreveu a obra que o consagrou: Siddantasiromâni – que se divide em quatro partes . A primeira parte tem o título “Lilavati”; vêm a seguir Vijaganitam que contém numerosos problemas sobre equações lineares, quadráticas progressões aritméticas, geométricas e operações sobre números fracionados; as duas últimas partes são dedicadas a estudos e cálculos astronômicos. É interessante frisar que o trabalho desse matemático é escrito em versos delicados e de forma poética, destinados à sua filha:

> “Amável querida Lilaváti, de olhos doces como os da terra e delicada gazela, dize-me qual o número que resulta da multiplicação de 135 por 12(...)A quinta parte de um enxame de abelha pousou em um ramo de Kadamba; a terça parte numa flor de Silinda, o triplo da diferença entre estes dois números voa sobre uma flor de Krutaja, e uma abelha adeja sozinha, no ar, atraída pelo perfume de um jasmim e de um pandnus. Dize-me, bela menina, qual o número de abelhas. (TAHAN, 2002, p.144)

Muitas das descobertas creditadas a Pitágoras, já eram conhecidas pelos hindus. Na medição e construção de altares, os sacerdotes formularam o teorema Pitágorico.

Segundo *Andrade (1989),* os árabes nos mais variados campos do conhecimento humano, por meio de sucessivas invasões por eles empreendidas entre a segunda metade do século VII e meados do século VIII, montaram um império que se estendia de províncias da China aos Pirineus. Os árabes aprenderam e assumiram, por muitas vezes com algumas transformações, os conhecimentos hauridos desses povos, apresentando-os como seus para depois os difundirem. Um bom exemplo desse procedimento pode ser observado nos “algarismos arábicos” que, conforme vimos, procedem da Índia, mas chegam aos domínios cristãos (Europa) por meio da ocupação árabe, à península ibérica a partir do século X.

Giordani (1976) sustenta que foram as necessidades de vida cotidiana – cálculo de impostos partilha de herança, etc. – que levaram os árabes a buscarem a solução de problemas práticos de aritmética. No campo da álgebra, podemos destacar o nome de Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi, mais conhecido como al-Khwarizmi que, em sua obra Cálculo de Integração e Equação, propôs soluções analíticas e geométricas para equações do segundo grau. Esta obra foi traduzida por Geraldo de Cremona no século XVI. Tal obra introduziu no Ocidente a palavra álgebra (al-jabr). Na geometria, os árabes foram influenciados pelos indianos, mas principalmente pelos gregos. Porém, a área em que os árabes mais se notabilizaram aplicando a aritmética e a álgebra foi na resolução de problemas de geometria. Nesse terreno, afirma Suter (ibid): “os árabes ultrapassaram, de muito, tanto os gregos como os hindus”.

2.6 Gregos

Podemos afirmar, sem exagero nenhum, que os valores procedentes de Alexandria, Siracusa, Atenas e Pérgamo – cidades helênicas – são os responsáveis pela orientação cultural do ocidente, isso se aplica praticamente em todos os ramos do saber: Política, Literatura, Dramaturgia, Filosofia, Lógica, Arquitetura, Matemática etc. Na Matemática, especificamente em geometria, os gregos tornaram-se os maiores da história antiga, quando Euclides, no ano 300 a.C., produziu uma obra cuja influência chega aos nossos dias.

O estilo grego de se fazer Matemática, não se preocupando apenas com aplicações, tem muito da ética dos epicuristas (buscavam o prazer no cultivo do espírito e na prática da virtude), filosofia que indica ser o prazer o maior sentimento do homem. E se esse sentimento de prazer fosse intelectual, a descoberta, por exemplo, de uma constante universal como o p , então o ser inteligente desfrutaria do gozo reservado aos deuses do Olimpo. Juntando ao contexto a filosofia estóica que, entre outras coisas, pregava a tranqüilidade do corpo para a exaltação do espírito, temos elementos suficientes para a aparição do homem-ócio, o ser teórico. Um homem voltado, principalmente, para o raciocínio, que com freqüência repudia o trabalho braçal, reservando-o aos escravos, considerados seres inferiores que nasceram para servir. Essas são algumas razões que permitirão o surgimento dos maiores matemáticos, físicos e filósofos de que se têm notícia na história.

Ao contrário dos egípcios, babilônicos e chineses, que usavam a Matemática articulando fórmulas, receitas de soluções feitas (sabe-se lá como), os gregos não se contentavam apenas com os resultados. Queriam conhecer acima de tudo por que e como determinado algoritmo de solução fora desenvolvido. Essa particularidade levou-os a unir Geometria com Filosofia, criando, portanto, um padrão de raciocínio que perduraria por quase dois milênios. O resultado dessa união é uma Matemática visual, na qual uma simples figura evidencia a dúvida e também o caminho para a solução.

Segundo Boyer (1974), existem várias hipóteses para o surgimento da Matemática de estrutura dedutiva que surgiu na Grécia. Uma delas sugere que Tales, em suas viagens, notara discrepância na Matemática pré-Helênica, como, por exemplo, as regras egípcias e babilônicas para o cálculo da área do círculo, o que provavelmente levou os seus sucessores a procurar o desenvolvimento de um método estritamente racional. Outras hipóteses surgiram de fatos exteriores à Matemática. Como, por exemplo, o desenvolvimento sóciopolítico das cidades-estados da Grécia favorecendo o surgimento da dialética e a conseqüente exigência de base racional para a matemática e outros estudos. Outra possibilidade um tanto semelhante é que a dedução pode ter provindo da lógica, nas tentativas de convencer um oponente de uma conclusão, procurando premissas das quais a conclusão segue necessariamente.

Para Machado (1991*)*, foi a estrutura da sociedade grega a responsável pelas características da matemática desenvolvida na região, segundo Machado,

> "Na sociedade grega, o trabalho dos escravos, fácil de obter e cujo rendimento não importa melhorar por meio de aperfeiçoamentos técnicos, permitia a elite dirigente um alheamento da realidade concreta. Esta estrutura social imprimiu um caráter original à matemática grega, onde acentuado era o desdém pelas aplicações práticas. Não era de se estranhar que um grego da classe dirigente se inclinasse a especulações intelectuais e motivado por razões estéticas se locupletasse de abstrações." (MACHADO, 1991)

A ciência desenvolvida pelos gregos, segundo Boyer (1974), de forma diversa do utilitarismo imediatista do período pré-Helênico, era calcada em uma curiosidade altamente intelectual. Na Grécia, desenvolveu-se uma matemática muito diferente da dos egípcios e babilônios. Não se tratava apenas da aplicação prática de uma ciência de números aos fatos do dia-a-dia; era algo mais próximo à filosofia.

Como exemplos desse pensamento, podemos citar três enunciados de problemas famosos da antiguidade que deveriam ser resolvidos usando régua e compasso: quadratura do círculo, duplicação do cubo e trissecção do ângulo. Foram necessários mais de 2200 anos para se provar que é impossível resolver esses problemas apenas com régua e compasso. Sobre a duplicação do cubo, existe uma história curiosa: diz-se que, no ano de 427 a.C., cerca de um quarto da população de Atenas havia desencarnado em decorrência da peste que assolava a cidade, então, uma delegação foi enviada ao oráculo de Apolo, em Delfos, para perguntar como poderia ser combatida a que o oráculo respondeu que o altar de Apolo, cúbico, deveria ser duplicado. Os Atenienses obedeceram dobrando as dimensões do altar, porém, a peste continuou a ceifar a vida dos Atenienses. O que é obvio, pois ao dobrar as dimensões do altar, o volume fora multiplicado por oito e não por dois.

Da mesma forma que a tradição mercantil serviu de veículo para trazer as bases do conhecimento matemático, serviu também para formar uma sociedade alicerçada na exploração do trabalho escravo, fácil de ser obtido e indicador de opulência e poder para aqueles que os possuíssem em grande número. Péricles, Platão e Aristóteles tinham uma vasta quantidade de escravos, mostrando desde seu surgimento que a democracia não era para todos.

Se por um lado a civilização grega conhecida como berço da Literatura, da Filosofia e da Democracia, propiciou grande avanço na ciência, principalmente com Pitágoras e Platão ao reconhecer que o Cosmo é cognoscível e que a natureza tem como base a Matemática, pois os pitagóricos foram os primeiros a acreditar que as operações da natureza podiam ser entendidas por meio da Matemática" (BOYER, 1974, p. 52), por outro lado, fatos inquietantes (a existência dos números irracionais) como o argumento de que a ciência deveria ser reservada a uma elite restrita e o não reconhecimento da importância da experiência em detrimento da valorização do misticismo além da defesa de uma sociedade apoiada no trabalho escravo atrasaram o desenvolvimento social. Os pitagóricos veneravam de tal forma os números que baseavam neles sua filosofia. Segundo Machado (1991):

> "A Matemática grega tinha característica que, hoje, podemos associar à chamada Matemática pura, mas não existia o correlato da outra, a Matemática Aplicada. As razões, não parecem difícil localizá-las: a separação entre o trabalho manual e o intelectual não tinha as mesmas características da que é operada na sociedade capitalista moderna. Os escravos não necessitam, para a realização de suas tarefas, da geometria produzida por Euclides. Os conhecimentos matemáticos grego, preocupar-se-ão com as aplicações daquilo que produzia, oscilava entre o ridículo e o humilhante."

Os principais matemáticos gregos foram no início: Thales de Mileto, Pitágoras de Samos, Eudoxo, Hipócrates, Euclides, Apolônio, Arquimedes, Diophanto e Ptolomeu.

2.7 Astecas, Incas e Maias

As civilizações americanas foram impedidas de se desenvolver a partir do dia em que Colombo pisou nesse continente. Atrás desse navegador temos rastros sangrentos provocados por uma conquista sem precedente na história do homem. Os europeus encontraram, nas Américas, povos em diferentes estágios de evolução, que oscilavam do Neolítico à Idade do Cobre, por isso não tiveram dificuldades em massacrar os Astecas, impondo-lhes suas leis, suas doutrinas, sua religião, seus costumes e suas doenças (RICIERI, 1991, p. 167).

Apesar desses fatos, o "homem branco" se curvou diante das pirâmides dos astecas, monumentos maias, ourivesaria incaica, plumagem sioux, cerâmica marajoara e mitologia tupinambá.

Como essas criaturas, que não conheciam as doutrinas da Igreja Católica, poderiam ter esses dons? Era a dúvida dos europeus que falharam, apesar dos esforços de muitos em provar o parentesco entre o índio americano e os animais inferiores. Essa hipótese foi definitivamente banida quando os estudiosos de Londres, Paris, Lisboa e Madri tomaram conhecimento da Matemática desenvolvida pelos Astecas, Maias e Incas. Os europeus perceberam, então, que os nativos estavam avançados e que eram tão racionais quanto o próprio René Descartes (RICIERI, 1991, p.168).

Apesar de não conhecerem a roda, a tração animal e a navegação marítima, foram capazes de desenvolver grandes cidades cortadas por largas avenidas, cujo comércio impressionou Cortés, o conquistador dos Astecas.

Os tupi-guaranis, que registravam suas grandezas quantitativas riscando troncos de árvores, aos sofisticados maias, que usaram base vinte na criação de sua numeração, nos faz pensar que a Matemática pode não ter surgido necessariamente da geometria e sim de uma necessidade natural de se contar objetos.

a) Civilização Maia

Segundo Riciere (1991), das culturas pré-colombianas que se desenvolveram na América Central – Guatemala e Honduras, destaca-se a Maia, que no final do século VI atingiu seu apogeu. Na Astronomia, chegaram a estimar em 584 dias o período de rotação de Vênus ao redor do sol: Erro menor que um décimo.

Os maias dividiam o ano (tun) em aproximadamente 365 dias (Kin), ou 18 meses (uinal), de 20 dias mais 5 dias do mau presságio.

b) Civilização Inca

No século XIII, o povo incaico que habitava o Peru, Chile e Bolívia atingiu um estágio político e administrativo bastante organizado. Segundo Ricieri (1991), apesar de não conhecer a escrita, necessitava da Matemática, especificamente de um sistema que lhes permitisse somar e registrar números provenientes da agricultura, guerras, censo demográfico, calendários, impostos, registravam os seus inventários e os bens pertencentes ao estado e aos cidadãos em quipus que quer dizer nó de corda.

c) Civilização Asteca

Em Ricieri (1991), os astecas que habitavam o México entre os séculos XIII e XVI, destruídos pelos exércitos espanhóis em Nome da fé católica, desenvolveram no século XV uma escrita Pictográfica (figurativa) e um sistema de numeração aditivo de base vinte, apesar de não conhecerem o formalismo geométrico, suas tapeçarias e cerâmica indicam preocupação com simetria.

3. BREVE INCURSÃO HISTÓRICA

Para compreendermos o ensino da Matemática atual, devemos analisar a trajetória da Educação Matemática no Brasil e em outros países. Faremos um pequeno resumo do desenvolvimento do sistema educacional.

Antes do século XVIII, a matemática traduzia bem a cultura popular da época, apesar do pouco conhecimento, os enunciados dos problemas sugerem uma linguagem matemática atraente e bem humorada. Considerando as necessidades daquele período, observamos que o objetivo maior era abordar de modo divertido assuntos do cotidiano. Embora sendo uma abordagem aparentemente simples, conduz a um desenvolvimento do raciocínio lógico. Citando como exemplo:

Problema do boi: Um boi que está arando todo o dia, quantas pegadas deixa ao fazer o último sulco? (Este problema mostra o caráter brincalhão da época).[14]

A partir da Revolução Industrial, a Matemática passa a ser ministrada nas escolas como uma disciplina obrigatória, atendendo a uma demanda das indústrias. Como conseqüência, a Matemática perde o seu caráter lúdico do início.

No século XVIII, as ciências eram reservadas aos filósofos. A Revolução industrial, os sistemas bancários e de produção passaram a exigir mais do cidadão. A Matemática chega às escolas, mais currículos e livros didáticos são criados com base na formalização e no raciocínio dedutivo do grego Euclides (séc. III a. C). A obra é crucial para compreender a Matemática, mas inadequada para aula no ensino Fundamental. No século XX, durante as guerras mundiais, a Matemática evolui e adquire importância na escola. Porém, continua distante da vida do aluno. Mais crianças chegam às salas e crescem as dificuldades. A disciplina passa a ser o principal motivo de reprovação. Mesmo assim, a formalidade persiste. Até a década de 30, na Inglaterra, os livros didáticos eram traduções diretas da obra de Euclides.

Com a guerra fria e a corrida espacial, os norte-americanos reformulam o currículo a fim de formar cientistas e superar os avanços soviéticos.

3.1 As Reformas e a Resolução de Problemas no Século XX

No início do séc. XX, no ensino de Matemática, era utilizado a memorização e a repetição. Posteriormente, a compreensão era também importante para o aprendizado dos alunos. A resolução de problemas ficou conhecida nesta época.

Segundo Onuchi (2004), ocorreu, nas décadas de 1960 e 1970, um movimento de renovação em Matemática Moderna, que influenciou o ensino no Brasil e em outros países. Esta reforma tinha uma Matemática com estrutura lógica, algébrica, topológica e de ordem, ênfase em conjuntos, com muita formalização. Essa nova concepção do ensino da Matemática, segundo alguns educadores, pode ter contribuído para o fracasso do ensino da Matemática.

No início da década de 1970, a resolução de problemas ganhou importância e surgiu um grande interesse por este assunto.

Nos anos 80, *o NCTM* – National Council of Teachers of Mathematics - elaborou uma série de recomendações no documento *Agenda for Action***,** dentre elas a de que "resolver problemas deve ser o foco da Matemática escolar para os anos 80". Em virtude de tal fato, foram desenvolvidos muitos recursos em Resoluções de Problemas, ajudando os professores em sala de aula.

A Resolução de Problemas pode ser abordada de três maneiras: teorizar sobre resoluções de problemas; ensinar a resolver problemas e ensinar Matemática através de Resolução de problemas (Schroeder & Lester apud Bicudo; Borda, 2004).

O NCTM[15] publicou no final da década de 80 o *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic,* no qual a Matemática é descrita. Outros importantes manuais foram publicados como o *Professional Standards for Teaching Mathematics* que objetiva mostrar alternativas que podem ser desenvolvida em sala de aula e, ainda o *Assement Standars for School Mathematics* que ilustra práticas de avaliação.

---

[14] O problema acima foi retirado da revista do Professor de Matemática n° 42, 2000. "Uma Aula de Matemática do ano 1000" autora Ana Catarina P. Hellmeister IME – USP.

[15] O NCTM é uma organização profissional, sem fins lucrativos, conta com mais de 125000 associados e é a principal organização para professores de Matemática desde K -12 (Pré-primário-Escola secundária).

No ano de 1995, as propostas dos *Standards* foram criticadas. O *NCTM* publicou *Principles and Standards for School Mathematics*, baseada nas críticas recebidas. Este ficou conhecido como *Standards* 2000 e tem seis princípios: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e tecnologia.

Sob a égide das idéias dos *Standards* do *NCTM* que os PCNs- Parâmetros curriculares Nacionais – foram criados no Brasil. Alguns dos propósitos dos PCNs é desenvolver a capacidade de resolver problema matemáticos, apontar idéias Matemáticas e estabelecer relação entre temas matemáticos. E a Resolução de problemas é apontada como o ponto inicial das atividades Matemáticas.

3.2 Uma Concepção em Resolução de Problemas

Para Van de Walle (apud BICUDO; BORBA, 2001) existem princípios básicos na realização de atividades Matemáticas a serem desenvolvidas pelos professores: gostar de Matemática, compreender a forma pela qual alunos aprendem, saber planejar e selecionar atividades, fazendo com que aprendam Matemática baseado na resolução de problemas e integrar a avaliação. O ensino de Matemática deve ser conduzido por meio das Resoluções de Problemas, e, por conseguinte a aprendizagem será conseqüência disto.

De acordo com Van de Walle (2001), não se pode simplesmente apresentar um problema aos alunos, a aula deve ter três partes: antes, momentos em que os alunos estão preparados para a atividade; durante, quando os alunos realizam a atividade e o professor supervisiona; depois, o professor conduz a discussão sobre a resolução e métodos utilizados.

O NCTM e os PCN recomendam o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas, cujos conceitos e habilidades são desenvolvidos por meio da Resolução de Problemas. No que se referem aos PCNs podemos dizer que o objetivo principal é fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar idéias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínios, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles.

Para enfrentar as mudanças preconizadas nos PCNs, precisamos de profissionais mais motivados na carreira do magistério e dispostos a estudar e discutir essas mudanças. Segundo essa abordagem, a linha de trabalho de George Polya, que se pode chamar de método de ensino através da resolução de problemas, vem servindo de base a muitos outros autores. Como já foi dito anteriormente, sendo muito importante que os alunos pensem matematicamente e, segundo esse autor, é fundamental que não aprendam apenas regras, técnicas e estratégias prontas e acabadas, mas cheguem também a compreender os conceitos à prática matemática, contribuindo para a formação da personalidade do aluno no desenvolvimento da sociedade no campo científico, artístico, etc.

Desta forma, a Matemática não será uma disciplina isolada das outras, porque, na linguagem do problema, o educador pode inserir várias abordagens como conteúdos históricos, geográficos, sociológicos e etc. Para isso, faz-se necessário que o professor tenha cuidado na escolha dos problemas, pois o problema terá mais sentido se tiver conexões com a situação que o aluno já conhece e que tenha vivenciado, ou que de alguma forma tenha tido contato, considerando a experiência de cada um ou do grupo. A resolução de problemas pode proporcionar momentos de grande integração social, pois na tentativa de resolvê-los os alunos trocam informações e conhecimentos.

Quanto ao fato de a Matemática poder ser considerada como um produto cultural fruto das relações sociais, Bishop (in Moura) afirma:

"Faz mais ou menos cinco anos, o critério geral mantinha que a matemática era um conhecimento independente do entorno cultural (...) recentemente se chegou à conclusão, a partir de investigações antropológicas e estudos comparativos de diferentes culturas e que outros grupos culturais criaram idéias, de que, claramente, são outras matemáticas."

Segundo Rabelo (2002), um dos principais objetivos de se ensinar a Matemática é a formação de um bom formulador e resolvedor de problemas. "E para que alguém se torne um bom formulador e resolvedor de problemas é preciso inseri-lo num bom e variado referencial de "textos" matemáticos," por meio dos quais ele poderá ler, interpretar, analisar e produzir textos que constituam desafios matemáticos. De acordo com Machado (1992),

> "... no desempenho de funções básicas, a Língua Materna não pode ser caracterizada apenas como um código, enquanto que a matemática não pode restringir se a uma linguagem formal: aprendizagem de cada uma das disciplinas deve ser considerada como a elaboração de um instrumental para um mapeamento da realidade, como a construção de um sistema de representação (...) sendo responsáveis inclusive pela produção dos próprios instrumentos que irão utilizar nessa condição, é que deveriam ser ensinadas."

Nesse sentido, abordaremos, no Capítulo IV, alguns problemas muito utilizados pelos livros didáticos e daremos algumas sugestões de como podem ser trabalhados com alunos de oitava série do ensino fundamental e no 1° ano do ensino médio de forma interdisciplinar.

3.3 A Educação no Brasil

Em algumas culturas, o indivíduo se auto-educa ou se educam entre si em prol da sobrevivência e para garantir uma melhor forma de vida. As gerações passam o conhecimento empírico obtido entre eles, de pai para filho em uma dimensão de tempo e espaço geográfico.

No Brasil, a Educação deve ser compreendida no início da sua formação social, por meio da relação entre colonizador x colonizado. Assim, verificamos que a sociedade brasileira, desde sua origem, mantém uma vinculação com o sistema econômico político-social - mundial. A união desses fatores determina a nossa base social. não tendo ainda superado a dominação externa, ou seja, a submissão dos interesses da população brasileira, em favor da população de determinados países. Até que ponto a participação dos Jesuítas, como os primeiro educadores, foi relevante para a nossa educação? Quais eram os verdadeiros interesses? Que tipo de escola e qual a importância social dada a ela?

Para entendermos a articulação entre a sociedade brasileira e a organização escolar, abordaremos os fatos históricos importantes que marcaram o sistema educacional brasileiro desde o século de sua descoberta até o atual, com ênfase no ensino da Matemática.

No ano de 1532, o rei de Portugal adotou para o Brasil o regime de Capitanias Hereditárias a fim de tornar viável a defesa e, também, a propagação da fé católica. Todavia essas Capitanias trouxeram algumas dificuldades para a administração e, por isso, foi criado o Governo Geral com o objetivo de apoiar as Capitanias Hereditárias. Este é o primeiro representante do poder público na colônia e haveria de fazer o processo de colonização e conseguir um desenvolvimento satisfatório. A nova política ditada por D. João III (17-12-1548) tem como finalidade, entre outras coisas, a conversão dos índios à fé cristã, pois por meio da coerção espiritual, ficariam mais fáceis o domínio e a conquista desses povos. Em cumprimento a isto, chegam, com Tomé de Souza, quatro padres e dois irmãos Jesuítas chefiados por Manoel da Nóbrega (1549) que se encarregaram de aplicar uma educação laica aos índios.

Percebemos que a Educação, no "Brasil - Colônia," está diretamente associada à política colonizadora dos Portugueses. Contudo, é necessário considerar que, no período do "Brasil – colônia," as populações indígenas, apesar de não receberem uma educação formal dos colonizadores, transmitiam entre eles conhecimentos com a participação direta da criança nas diferentes atividades tribais. Isso era o bastante para a sobrevivência quando atingisse a vida adulta. Diante da situação citada, compreendemos que o crescimento da vida econômica, na metrópole (Portugal), dependia das atividades coloniais do Brasil. Essa dinamização estimulou a passagem do capitalismo mercantil para um capitalismo industrial. Os comerciantes portugueses participantes do poder político desempenhavam um importante papel na expansão naval, favorecendo as viagens marítimas. Na metade do século XV, eles procuram lugares como a costa ocidental da África, onde não tinham concorrentes, tornando assim mais fácil a soberania sobre esses povos. A posse e a colonização do território brasileiro estão inseridas nesse contexto. Os interesses dos dominantes portugueses, em relação ao trabalho, é que iriam determinar o produto, a quantidade e a forma de ser produzido, assim como em que condições ocorreriam à produção. Tendo em vista esta meta, há o envio de elementos da pequena nobreza para organizar a Empresa Colonial.

> "Dele dependeria (...) o êxito da arrojada empresa colonizadora; pois que, somente pela aculturação sistemática e intensiva do indígena aos valores espirituais e morais da civilização ocidental e cristã é que a colonização portuguesa poderia lançar raízes definitivas (...)" (MATTOS, 1958).

Salientamos que os nobres e a burguesia e até mesmo seus servos não participavam da produção de mercadorias. Os primeiros nobres que aqui chegaram, para obter os resultados esperados, escravizaram quem trabalhava na terra, por exemplo, índios e negros. A grande produção açucareira é a única base da economia colonial até o meado do século XVII. Essas são algumas características da sociedade brasileira na época. A instrução, a educação escolarizada só podiam interessar a camada dirigente (pequena nobreza e seus descendentes). O conhecimento deveria servir de articulação entre os interesses metropolitanos e as atividades coloniais, porém, observamos que o primeiro plano educacional, elaborado pelo padre Manoel da Nóbrega, tem a intenção não só de catequizar e instruir os índios, mas também incluir os filhos dos colonos.

> "com agentes comerciais funcionários e militares para a defesa, organizados em simples feitorias destinadas a mercadejar com os nativos e servir de articulação entre rotas marítimas e os territórios cobiçados" (PRADO JR., 1969).

Com o objetivo de atender aos diferentes interesses e capacidades, o plano de estudos foi elaborado de forma diversificada. O ensino começava pelo aprendizado do português, incluía o ensino da doutrina cristã, a escola de ler e escrever. O restante das disciplinas como canto orfeônico e de música instrumental eram opcionais, tendo, de um lado, o aprendizado profissional e agrícola e, de outro, aula de gramática e viagem de estudo à Europa. Os índios, negros ou mestiços formavam a maioria da população colonial e recebiam uma educação profissional sempre muito elementar. Esta era ministrada no convívio e no ambiente de trabalho. Produzir era necessário. A educação feminina restringia-se a boas maneiras e prendas domésticas.

Com o apoio Real oferecido, a Companhia de Jesus se tornou a ordem dominante no campo educacional. A elite era preparada para o trabalho intelectual, seguindo um modelo religioso (católico). Muitas vezes seus colégios eram procurados por muitos que não tinham realmente vocação religiosa, mas reconheciam que este era o único caminho de preparo intelectual.

Esta "questão" surge da proibição, por parte dos jesuítas da matrícula e freqüência de mestiços "por serem muitos e provocarem arruaças." Entretanto, *c*omo eram escolas públicas, pelos subsídios que recebiam, foram obrigadas a readmiti-los (Ribeiro, 2003).

As instruções, em níveis elementar e secundário, não eram consideradas como assunto de interesse geral da nação. Mesmo as "escolas de primeiras letras" eram em número reduzido, assim como limitados eram o seu objetivo, o seu conteúdo e sua metodologia. Era difícil encontrar pessoal preparado para o magistério. Havia falta de amparo profissional e isso fazia da carreira algo desinteressante e desmotivador.

Em relação à instrução secundária, era crescente a aula avulsa e particular para meninos, sem fiscalização e unidade de pensamento. Constituía-se pelo ensino do latim, da retórica, da filosofia, da geometria, do francês e do comércio. Com o tempo, essas aulas vão diminuindo por não incluírem todas as matérias necessárias aos exames preparatórios. Com a intenção de imprimir alguma organicidade, são criados liceus provinciais, que, na prática, não passaram de reunião de aulas avulsas no mesmo prédio. Nessa época, em 1825, foi criado o Ateneu do Rio Grande do Norte; em 1836, os Liceus da Bahia e da Paraíba; e, em 1837, o colégio Pedro II na corte. Este estava destinado a servir de padrão de ensino. Sem muito realce, assim foi a educação brasileira até a metade do século XIX.

No período de 1850 a 1870, o desenvolvimento da agricultura tradicional ocupa espaço da decadente mineração e, ainda no século XVIII, deixa de existir aquela proximidade entre o centro econômico e o centro político, pois a capital havia se transferido para o Rio de Janeiro em 1763. As rebeliões regionais ocorrem após a autonomia política até o final da primeira metade do século XIX. Essas lutas demonstravam choques entre grupos, com fundamento mais econômico do que político. Havia desavenças entre os dominadores e os dominados; a taxação das importações já não eram suficientes. Esse problema foi solucionado, mesmo que temporariamente, por meio do sucesso da lavoura cafeeira que a partir de 1840 começa a propiciar lucros.

> "Nem a lavoura do café, que se tornava agora a atividade econômica preponderante, era semelhante à do açúcar, que conservara a preponderância durante toda a fase colonial, nem a sociedade que seria por ela gerada era semelhante à sociedade açucareira. A Nova lavoura representava, sem dúvida, uma criação original brasileira gerada de condições internas e particularmente de recursos internos. Só por isso, já anunciaria o novo. O que a distingue, entretanto, com mais importância, é a capacidade para, aproveitando o que existia de velho no Brasil, gerar o novo. Trabalhando um gênero novo, em uma zona nova, dá os seus primeiros passos na obediência às condições imperantes e valendo-se dos meios de produção disponíveis. Será, assim, fundada na grande propriedade e no trabalho escravo. Permanecerá vinculada ao mercado externo, dando continuidade a uma estrutura colonial de produção. Mas, à medida que se libera e se desenvolve, ganha a esfera da circulação e a integra na produção. Em seguida, transforma progressivamente as condições do trabalho, desembaraçando-se pouco a pouco do elemento escravo. Por outro lado, a lavoura cafeeira oferecia margem de compatibilidade com lavouras de subsistência. Na medida em que alicerça o surto demográfico e leva a urbanização ao interior, chega a impulsionar a diversificação das culturas, embora para efeito interno. Outro de seus aspectos merece referências: o café altera a destinação da exportação brasileira. Na metade do século, os Estados Unidos alcançam já uma posição dominante como mercado

consumidor, recebendo mais da metade da exportação cafeeira" (SODRÉ, 1973).

Estava acontecendo, no Brasil, a passagem de uma sociedade exportadora com base rural-agrícola para urbano-agrícola. As cidades passam a ser os pólos dinâmicos do crescimento do capitalismo interno. Com relação à educação, a década de 1850 é apontada como uma época de grandes realizações, porém, restritas em sua maioria ao município da Corte, por força da lei em vigor. O interesse econômico-político-social dos grupos dominantes, nessa fase, restringia-se, em nível nacional, ao ensino superior e quanto aos outros níveis ficavam a cargo da sede do governo no Rio de Janeiro .

Assim, em uma organização econômico-político-social como a do Brasil Império, as medidas, em relação à escola, ficam nas mãos da boa vontade das pessoas e as modificações propostas são superficiais, favorecendo a camada privilegiada. A formação superior recebida oferecia uma interpretação da realidade segundo o modelo importados da Europa. Os formados no Brasil tinham conhecimento e discutiam as últimas novidades por meio da literatura, fundamentalmente, européia. O gosto acentuado pela palavra limita as possibilidades de realização e concretização das idéias.

Os cursos superiores continuam sendo isolados e com preocupação profissionalizante, como já citamos anteriormente. Essa situação conduz uma desvinculização entre teoria e prática. Segundo Luiz Agassiz *(in AZEVEDO, 1944, p. 342)* após uma visita ao Brasil "Nenhum País tem mais oradores nem melhores programas; a prática, entretanto, é o que falta completamente". Faltavam instituições que se dedicassem à pesquisa científica e aos estudos filosóficos metódicos. As reclamações quanto à falta de preparo dos alunos, que são aprovados aos critérios liberais, e à falta de assiduidade dos professores, continuam sendo freqüentes. O controle do governo central sobre o ensino superior era apenas uma forma de garantir uma conveniente formação da elite dominante, faltou uma política educacional integrada entre centro e província, pois não foi instituído um plano nacional de fiscalização das escolas primárias e secundárias. Portanto, a instrução primária continua sendo de leitura, a Matemática aparece apenas em forma de cálculos.

No início do ano 1870, o crescimento do comércio e das cidades e, conseqüentemente, o fortalecimento da burguesia favoreceram uma época de acelerada mudança na sociedade brasileira. O manifesto liberal, de 1868, é considerado o início de um amplo movimento que vai agitar o final do império e o início da República. O país passa por um período de modernização. Tal modernização resulta do processo de mudança da base da sociedade exportadora, o que de fato era uma exigência do mercado, que de rural-agrícola passa para urbano-comercial. A educação, em tal contexto, é atingida não só pelas críticas e deficiências como também pela decretação de reforma. E, em 19 de abril de 1879, é decretada a reformas Leôncio de Carvalho, segundo Ribeiro (2003), Carvalho entendia que muito havia a ser feito em relação à educação e entre as medidas por ele implantadas estavam:

a) Liberdade de ensino: As possibilidades de todos os que se sentissem capacitados explorarem suas idéias segundo o método que lhes parecessem mais adequado.

b) O exercício do magistério: Era incompatível com o de cargos públicos e administrativos. O estado teria que pagar bem e oferecer garantias profissionais.

c) Liberdade de freqüência: Dar liberdade para o aluno dos cursos secundários e superior de estudarem como e com quem entendessem, mas a escola deveria valorizar a seriedade dos exames.

No final deste século, surge o ensino em nível secundário, advindo da iniciativa privada. A maioria das mulheres eram instruídas pelos pais, porém, só nas primeiras letras. E valorizava-se o aprendizado de prendas domésticas. Apesar dessa particularidade, a instrução secundária já estava mais organizada, dando grande importância às línguas modernas e às ciências.

O crescimento da classe média e sua participação na vida pública por meio de atividades intelectuais criaram condições de expressão de seus interesses, como a de participação no aparelho do Estado. Mas, apesar de seu crescimento, a classe média não chegava ser socialmente tão forte que, sozinha pudesse interferir no regime político. A respeito da organização escolar, percebe-se a influência positivista, mas, politicamente, tal corrente de pensamento sofre declínio de influência a partir de 1890. Nesse mesmo ano, foi decretada a Reforma Benjamin Constant que tinha como princípios a liberdade e laicidade de ensino e a gratuidade do ensino primário. A escola primária ficava organizada em duas características: de 1° grau para crianças de 7 a 13 anos e de 2° grau para crianças de 13 a 15 anos. A secundária tinha duração de sete anos. Uma das intenções era tornar os diversos níveis de ensino "formadores" e não apenas "preparadores" dos alunos, com vistas ao ensino superior. O maior dilema era: formação humana versus preparação para o superior. Ou formação humana baseada na literatura versus formação humana baseada na ciência. Notamos, nesse caso, uma característica do primeiro período republicano: ora uma reforma pesa para uma predominância, ora para outra, sem progredir no sentido de um ensino secundário mais apropriado às novas tendências sociais do Brasil.

CAPÍTULO II

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA E CONTEXTUALIZAÇÃO NA MATEMÁTICA

1. INTRODUÇÃO

Sem grandes pretensões, vamos fazer um breve estudo sobre a relação da escrita, leitura e interpretação com a disciplina que muitas vezes é considerada “o monstro” de muitos estudantes, a Matemática. Percebemos que na maioria das vezes, independente da série e da idade do aluno, a sua maior dificuldade em entender Matemática está relacionada à alfabetização e a não contextualização do conhecimento, ou seja, o conhecimento precisa estar contextualizado, pois tanto a “letra” quanto o “número” são sinais gráficos que representam situações diferentes para cada indivíduo, dependendo da região geográfica e do tempo.

A Matemática é uma das linguagens mais antigas e importantes para o desenvolvimento da espécie humana. Os povos antigos resolviam problemas do cotidiano usando vários elementos matemáticos. Intuitivamente, a humanidade já convivia há muito tempo com a aritmética e com a geometria.

Percebemos, ainda, que o interesse do aluno pela Matemática depende muito da escola e do professor, pois, se nas séries iniciais a criança não for estimulada a gostar e a compreender a Matemática, tal deficiência pode comprometer seu aprendizado em todas as outras etapas posteriores a essa fase. Entre outros assuntos, abordamos que a Matemática como forma de interação que pode contribuir para a formação do homem, não só no aspecto racional como no sócio-afetivo.

2. A ESCRITA E A LEITURA NA INFLUÊNCIA DA INTERPRETAÇÃO DA MATEMÁTICA.

Quando é que podemos aferir se uma pessoa é alfabetizada ou não? Será que alfabetizado é o sujeito que codifica e decodifica os sinais gráficos? Talvez no passado isso fosse suficiente, porém, no mundo moderno só isso não basta. Felizmente temos observado que alguma mudança tem ocorrido, a “antiga cartilha” vem sendo substituída por textos literários e que a postura pedagógica tem mudado, utilizando vários recursos, como textos de jornais, revistas, letras de música e etc. Entretanto, sabemos que a tendência natural é utilizar esse mecanismo só com o claro objetivo de alfabetizar, desconsiderando as diversas formas de leitura e hábito de conviver em um ambiente que conduz o aluno à leitura e à escrita. Observamos, então, que o modelo anterior é insuficiente para formar cidadãos “escritores e leitores”. É necessário ver a alfabetização sob outro prisma, não basta que o indivíduo seja alfabetizado, mas, letrado.

> “Sempre notei que, diante de um problema, os alunos não conseguiam analisar, interpretar e acabei percebendo que isso ocorria devido às duas questões básicas: a primeira é que os alunos têm dificuldades de leituras e, portanto, de análise, devido principalmente a barreira da linguagem escrita e da não apropriação deste tipo de textos, da não apropriação do “contrato” que se estabelece entre escritor e leitor; a segunda é que os alunos

> enfrentam os problemas matemáticos com bastante discriminação, causada, principalmente, pelo conhecimento de problemas típicos, os únicos trabalhados nas escolas ”(RABELO, 2002).

Consideramos letrada a pessoa que tem sua vida social respaldada pela leitura e da escrita, usando efetivamente as diferentes linguagens das diversas áreas do conhecimento. Aquele que é capaz de construir sua competência, na leitura, na interpretação e na produção de textos literários, científicos, jornalísticos, matemáticos e etc. Cabe aqui um questionamento: se um aluno não conseguiu produzir, ler e interpretar textos narrativos, descritivos e dissertativos que são básicos no processo de alfabetização, como conseguirá ler, interpretar e solucionar um problema matemático, no qual normalmente misturam-se letras e números tornando o entendimento da linguagem ainda mais complexo? É claro que essa problemática é uma conseqüência do nosso Sistema Educacional, o qual tem interesse em formar indivíduos adestrados, distantes das multileituras. Assim, torna-se mais fácil manobrar a massa humana que sem perceber vira presa fácil nas mãos das classes dominantes.

Entre as multileituras, uma das mais importantes é a Matemática, pois essa disciplina não é só um produto escolar, mas um objeto sociocultural de conhecimento resultante da evolução humana. A Matemática está presente todo o tempo na vida das pessoas, é um instrumento de resolução de problemas, em um sistema de representação do homem, do objeto, do espaço e do tempo. Entretanto, constatamos que o ensino da Matemática tem sido um objeto de pouco estudo e pesquisa em nossas escolas por parte dos professores. Normalmente, eles têm dificuldades de trabalhar o conteúdo matemático nas séries iniciais do ensino fundamental e a principal causa é possivelmente o fato dos professores ainda verem a Matemática como um mito e o descaso em relação à busca de alternativas para essa situação. O elemento básico dessas dificuldades é a deficiência desses profissionais quanto a sua formação acadêmica nos Cursos de Formação de Professores. Incoerentemente, eles não se dispõem a melhorar sua prática na área. Esse é um ciclo vicioso que precisa ser rompido e para tal faz-se necessário uma séria reflexão sobre como apresentar, demonstrar e ensinar a Matemática nas séries iniciais. Dependendo da postura do professor, se por acaso ele venha mostrar receio, insegurança ou rejeição, o aluno também passa a encarar essa disciplina como algo difícil, herdando tais posturas do professor. E assim, ambos, alunos e professores chegam ao fracasso juntos.

> “Talvez melhor fosse dizer que o indivíduo não devesse ser apenas alfabetizado, mas “letrado”. Mas o que seria, então, um sujeito “letrado”? È aquele que efetivamente tem a sua vida social mediada pela leitura e escrita , usando as diferentes linguagens das diversas áreas do nosso conhecimento, possuindo uma relação de autonomia e motivação com o meio escrito e dele efetivamente faz uso...” (RABELO, 2002, p. 24).

3. O FRACASSO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Num período em que o mundo encontra-se totalmente ampliado e globalizado, precisamos repensar qual é a função da escola na questão do ensino–aprendizagem, principalmente, no ensino da Matemática. Vários segmentos da nossa sociedade estão passando por uma fase de total transformação, pois o uso da alta tecnologia como computadores e informática têm alterado o comportamento dos estudantes em relação ao ensino tradicional. O contato professor e aluno, independente de outros problemas, está em crise. Muitas vezes, os alunos não vêem interesse na “fala” do professor, já que ele pode obter mais informação e de forma mais rápida na Internet. A evolução dos computadores iniciou-se há muito tempo, porém, muitas instituições e educadores ainda não perceberam, de maneira geral, que estamos longe de podermos analisar as conseqüências desses fatos em nossas vidas.

No momento, o que devemos fazer é prosseguir nossos ensinamentos, utilizando os computadores como aliados, entretanto, não podemos deixar de frisar que foi o homem quem criou a máquina e, por isso, é necessário que os indivíduos continuem desenvolvendo seu raciocínio, conduzindo o seu pensar para criação de novas máquinas que venham colaborar com a vida humana. Até bem pouco tempo era na escola que o aluno ia buscar todos os tipos de conhecimento. A escola tinha um papel único e fundamental: o de informar e formar cidadãos. Todavia, diante dos grandes meios de comunicação, o mais importante é que a escola saiba como o aluno vai assimilar e utilizar as inúmeras informações recebidas. Desta forma, o indivíduo não pode mais ser visto só como um depósito de informação. O tempo da memorização mecânica já passou. Hoje, o ensino-aprendizagem deve se preocupar em estimular o aprendiz a pensar livremente, estabelecendo relações produtivas com as informações recebidas. Nesse caso, acreditamos que a Resolução de Problemas é uma das alternativas para levar o aluno a refletir, questionar, indagar, duvidar, levantar hipóteses, imaginar soluções e organizar idéias. E, para quem não se vê "agora" sem um dos aparelhos eletrônicos, é só relembrar o homem primitivo, que, ao imaginar a melhor forma de pegar a sua caça para se alimentar, ao contar madeiras para construir moradias, ao calcular o tempo separando a noite do dia, estava empiricamente resolvendo problemas para a sua sobrevivência.

4. A MATEMÁTICA COMO FORMA DE INTERAÇÃO.

Naturalmente, não devemos esquecer os objetivos essenciais para um bom ensino da Matemática. Num mundo globalizado, devemos deixar claro que o Brasil e outros países do mundo adotaram a Declaração de Nova Delhi (16 de dezembro de 1993) ao reconhecer que:

> "A educação é o instrumento preeminente da promoção de valores humanos universais, da qualidade dos recursos e do respeito pela diversidade cultural". E que "os conteúdos e métodos de educação precisam ser desenvolvidos para servir às necessidades básicas de aprendizagem dos indivíduos e das sociedades, proporcionando-lhe o poder de enfrentar seus problemas mais urgentes – combate à pobreza, aumento da produtividade, melhora das condições de vida e proteção ao meio ambiente – e permitindo que assumam seu papel por direito na construção de sociedades democráticas e no enriquecimento de sua herança cultural"(D'AMBROSIO, 2001).

Nesta afirmação nada poderia ficar mais claro que o reconhecimento da subordinação dos conteúdos programáticos à diversidade cultural. Igualmente, o reconhecimento de uma variedade de estilos de aprendizagem está implícito no apelo ao desenvolvimento de novas metodologias. Essencialmente, essas considerações determinam uma enorme flexibilidade tanto na seleção de conteúdos quanto na metodologia. Com referência a esses dados, constatamos que a aprendizagem da Matemática no ensino médio e no profissionalizante deve estar voltada para a interdisciplinaridade e que os conteúdos devem ser trabalhados de forma a respeitar as diferentes culturas, procurando formar cidadãos compromissados com o desenvolvimento humano.

É comum encararmos a Matemática enfatizando seu caráter racional, esquecendo que o ensino da mesma pode e deve estar associado aos vários aspectos sócio-afetivo do educando. Nesse sentido, ao aplicarmos um problema que se refere ao estudo de Balística no lançamento dos projéteis (função do 2º grau), devemos levá-los à reflexão sobre o valor da vida humana, o seu papel e toda essa situação de violência no mundo (D'AMBROSIO, 2001).

Ao trabalhar o Binômio de Newton, citar a questão do dualismo introduzido na cultura ocidental desde a Escola de Pitágoras há mais de 2000 a.C. e mostrar a importância do desenvolvimento desses conteúdos utilizados por biólogos (no estudo da genética e botânica), na busca de criar modelos para entender a natureza. No atual momento, é importante induzir os alunos a uma aprendizagem matemática útil nas diversas situações cotidiana.

4.1 A Aprendizagem Participativa.

"Para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas às circunstâncias". Esta formulação do "princípio da aprendizagem ativa" é o principio educativo mais antigo (pode ser encontrado em Sócrates) e o menos controverso. A Matemática não é um esporte para expectadores, não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa, de modo que o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, matemáticos professores, tanto mais se tivermos como objetivo principal, ou como um dos objetivos mais importantes, ensinar as crianças a pensar" (POLYA, 1977).

Percebemos que a Matemática sempre esteve, direta ou indiretamente, inserida em nossas vidas. Os problemas surgem naturalmente em nossos cotidianos e uma das funções do professor é transformar esses problemas em problemas matemáticos. Com habilidade, tornar mais fácil e natural, para o educando, a percepção entre os problemas diários e os problemas matemáticos. Prosseguindo o raciocínio, constatamos que a Resolução de Problemas tem sido a espinha dorsal da Matemática desde a época do Papirus Rhind. Entretanto, vários fatores já citados como, por exemplo, a forma como a disciplina vem organizada nos livros didáticos, a falta de tempo e o desinteresse do professor em relação ao ensino, contribuem negativamente para o distanciamento entre o ensino e a resolução de problemas em sala de aula.

É necessário estimular as crianças a pensar, mas, para que isso aconteça, é importante que os tipos de problemas façam sentido para o aluno, isto é, que seja de alguma forma relacionado espontaneamente com coisas familiares, que tenha algum propósito definido. A televisão, o rádio, o jornal, as revistas mostram situações do dia-a-dia em geral, envolvendo elementos como proporções, estatísticas e outros e, mesmo assim, o cidadão comum formado no ensino médio, às vezes não compreende essa linguagem, só percebem quando tais fatos afetam sua vida econômica. Todavia, demonstrações e outras estruturas Matemáticas devem ser apontadas no ensino médio. Porém, é importante que o educando já possua alguma vivência adquirida resolvendo os problemas, ou seja, quando falamos em ensino ativo, estamos confirmando o que o homem primitivo já fazia.

> "Se eu tivesse de reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular mais importante que influência a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos." (AUSUBEL, 1980).

A adoção de uma nova postura educacional é, essencialmente, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem, que se centra numa relação obsoleta de causa e efeito. Procuramos uma educação que estimule o desenvolvimento de criatividade desinibida, conduzindo a novas formas de relações interculturais. Essas relações caracterizam a educação de massa e proporcionam o espaço adequado para preservar a diversidade e eliminar a desigualdade discriminatória, dando origem a uma nova organização da sociedade.

Fazer da Matemática uma disciplina que preserve a diversidade e elimine a desigualdade discriminatória é a proposta maior de uma Matemática que podemos chamar de Humanística (D'AMBRÓSIO, 2001).

4.2 O Ensino-Aprendizagem de Matemática Por Meio de Resolução de Problemas.

O *Homo sapiens* muito antes de dominar o verbo, transmitir informações dramatizando-as, dominava o gesto, representava caça e caçador, o que possibilitava a efetiva recepção da sua mensagem de vida ou morte. Curvando sobre a terra, simulava com gestos, gemidos e sussurros de prazer situações que permitiam, sobretudo, às crianças, distinguir entre raízes comestíveis e venosas. E mais: informava-lhes a virtude medicinal de uma e de outras. A sobrevivência e o desenvolvimento desta frágil espécie animal, a que pertencemos, dependia, então, como agora, do domínio da informação. A comunicação tinha de ser clara. A confusão e a incompreensão, naqueles tempos, levavam diretamente à morte (SANZ LUIZ 1999).

Segundo Sanz Luiz (2003), ao empregar esse método, nosso antepassado estava resolvendo problemas, da mesma forma que fabricar uma ponta de flecha de osso ou polir uma pedra para o machado, também são resoluções de problemas empíricos. Passamos a vida resolvendo problemas e, ao resolvê-los, desenvolvemos nosso intelecto. Esse processo é infindável. O contrário, na maioria dos casos, significaria estagnação e morte. Novas soluções significam o surgimento de outras situações, resolvendo problemas, construiremos outras aptidões. Somos capazes de lançar um olhar crítico sobre o passado no sentido de investigar, identificar erros e acertos, tirando lições e mantendo a mesma atitude ao olhar o presente e construir o futuro. Atualmente, procuramos "prever os problemas". A solução de um contribui para encontrar as repostas para outras proposições. O intenso processo dinâmico conduz-nos ao aproveitamento do impacto que as novas soluções descobertas poderão provocar.

Sabemos que a Matemática tem desempenhado um papel importante na formação de uma sociedade mais justa, capaz de intervir no desenvolvimento da humanidade crítica, buscando uma melhoria na qualidade de vida do cidadão, tornando-o mais independente e criativo. O mundo moderno privilegia um cidadão capaz de comandar o processo acelerado de inovação, paralelamente junto ao grande conhecimento tecnológico e científico. Enfrentar novos desafios, avaliar os contextos sócio-históricos, filtrar informação, manter-se permanentemente em processo de formação são responsabilidades inalienáveis para quem procura ser sujeito de sua própria história, não massa de manobra para sustentar privilégios alheios. (DEMO, 1996).

Na atual sociedade, a necessidade de compreender a Matemática e usá-la na vida diária e nos locais de trabalho nunca foi tão grande. Paradoxalmente, observamos que, na prática, o indivíduo tem apresentado dificuldade de aplicar a teoria e as fórmulas matemáticas ensinadas tradicionalmente nas escolas.

> "O educador nunca percebeu, por exemplo, o que aconteceu com a palavra Matemática. Quando anunciada pode provocar uma expectativa agradável em alguns indivíduos, mas, via de regra, provoca na maioria das pessoas, uma sensação de medo, de pavor, de ignorância ou de admiração naqueles que gostam dela" (RABELO, 2002).

De acordo com Onuchic (2004), alguns esforços estão sendo feitos para tornar o ensino da Matemática mais eficiente, útil e atraente, pois, as novas tendências mundiais exigem que mais pessoas saibam Matemática e, principalmente, onde, quando e como usá-la adequadamente, associando todo o conhecimento teórico à experiência cotidiana. Entretanto, ensinar Matemática da maneira citada é o grande desafio do educador, pois é uma tarefa complexa e não há receitas fáceis para isso. Não há um caminho único para ensinar e aprender Matemática.

Nesse contexto, insere-se a metodologia de "Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas" que constitui um caminho atraente para ensinar a disciplina. Nas últimas duas décadas, esse tema vem sendo debatido e analisado não só entre professores e educadores, como também entre pesquisadores e elaboradores de currículos. Em 1980, a reconhecida associação norte-americana de professores de Matemática - National Conuncil of Teachers of Mathematics - dedicou sua publicação anual à Resolução de Problemas, reforçando as propostas curriculares (NCTM, 1989) instituídas nos EUA que apontavam ser a Resolução de Problemas o centro do ensino e das pesquisas na década de 80. Entretanto, em seu artigo introdutório (Branca, 1997), publicação do NCTM, coloca-nos a seguinte questão: O que é Resolução de Problemas?

A partir das diferentes formas de pensar a Resolução de Problemas, surgem desde visões muito simplistas e ingênuas do tema até sofisticadas teorias que têm influenciado na organização de currículos e nas orientações didáticas para a abordagem desse tema. Sendo assim, é necessário discutirmos tais concepções, buscando sempre um olhar crítico sobre o que se diz a respeito de Resolução de Problemas.

4.2.1 As Etapas de Resolução de Problema

Para a resolução de um problema, Polya (1977) sugere quatro fases a serem cumpridas e os passos necessários para que o desenvolvimento de cada fase seja bem sucedido. Os passos necessários que o aluno deve seguir se relacionam com o desenvolvimento de um raciocínio lógico-matemático que precisa acompanhar cada fase descritas a seguir, a saber:

Primeira fase: Na resolução de um problema, além de compreender as palavras, a linguagem e os símbolos apresentados, é imprescindível assumir a busca da sua solução, superando dificuldades e obstáculos apresentados. Os passos necessários para esta etapa se articulam com: i) compreensão do problema; ii) indagação da variável; iii) a situação problema apresenta todos os elementos para sua resolução? Há contradições?

Essa primeira fase diz respeito ao desenvolvimento do letramento em matemática , com as experiências da vida do aluno que o problema é capaz de se relacionar.

Segunda fase: Após a compreensão do problema, surge a elaboração de um plano de procedimentos que permita a resolução do problema, isto é, quais os procedimentos que deverão ser utilizados para que seja alcançada a meta final. Nesta fase, é importante que o problema seja processado analogamente com outras situações que o aluno já tenha encontrado, ou seja, dentre os passos necessários a serem realizados é importante relacioná-lo com outro problema cuja resolução seja similar a outro já resolvido.

Terceira fase: É a execução do plano elaborado, seguindo-o passo a passo. Dentre os procedimentos escolhidos, é importante que o aluno reflita se há outros procedimentos que facilitem a resolução do problema total ou parcialmente, verificando se a incógnita possa ser determinada. O professor pode aproveitar desta etapa para desenvolver o pensamento lógico-matemático que não pode prescindir da analogia entre as situações propostas e os diversos procedimentos que podem ser adotados, ou seja, é o momento de propor e analisar hipóteses de ter uma visão retrospectiva do que foi feito.

Quarta fase: Fazer o retrospecto, revendo todo o caminho percorrido para se chegar à solução, podendo auxiliar na determinação e na correção de eventuais erros. Nessa fase, o importante é que o aluno possa demonstrar por meio do procedimento escolhido a resolução do problema. A demonstração do problema é imprescindível para a verificação do raciocínio que foi empregado. Neste sentido, a quarta fase é um caminho inverso do raciocínio para que seja proposto o teorema empregado, constituindo, desta forma, uma etapa na qual se pode propor a sistematização do raciocínio empregado, construindo com o aluno conceitos matemáticos.

Nas etapas da resolução de problemas - compreensão, planejamento, execução e análise retrospectiva não devem ser considerados separadas e mecanicamente sucessivos. As etapas não se esgotam para que as outras se iniciem. Elas se interagem, ficam ausentes, mas retornam. Todas estarão presentes durante o processo. Sem compreender o problema, a resolução será quase obrigatoriamente precária. É claro que alguém pode sempre “chutar” uma solução e acertar. Entretanto o problema não é resolvido, mas contornado em vez de desatá-lo. É o caminho mais curto e rápido, porém, deve ser evitado, pois, o passo a passo para solucionar um problema, é fundamental para que o aluno desenvolva outras habilidades.

4.2.2 Resolução de Problema e o ensino da Matemática

De acordo com Polya (1977), o ensino não é uma ciência exata com uma terminologia precisa e amplamente aceita. Por isso, os objetivos e métodos de ensino não podem ser discutidos de modo adequado sem que sejam dados exemplos concretos, descritos extensamente e com cuidado.

> “A aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não liberal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder” (AUSUBEL, 1980).

Ensinar é uma ação complexa que depende em grande parte das personalidades envolvidas e das condições locais. Não existe, hoje, uma ciência do ensino propriamente previsível. Em particular, não existe método de ensino que seja, indiscutivelmente, o melhor.

Uma discussão sobre o ensino só pode ter sentido se, previamente, for definido o objetivo a ser atingido. E o principal objetivo do ensino da Matemática, em nível do ensino fundamental e médio, é o de ensinar os jovens a pensar.

CAPÍTULO III

ANÁLISE DAS DIFICULDADES NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA.

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, discutimos a relação das dificuldades apresentadas no ensino da Matemática. Para isso, foi feito um questionário com 11 questões, objetivas e subjetivas, como o intuito de analisar tais dificuldades e verificar a receptividade de uma metodologia voltada para a contextualização de conteúdos desta disciplina. "Esse questionário foi aplicado em três escolas públicas, a saber: i - Colégio Estadual Professor Felipe dos Santos Reis;") ii - Colégio Estadual Jannette Mannarino, ambos do Ensino Médio, localizados no bairro de Campo Grande-Rio de Janeiro; iii - Colégio Técnico da Universidade Rural do Rio de Janeiro-CTUR, Ensino Médio e Ensino Profissional, situado em Seropédica-RJ.

Nas três escolas pesquisadas, percebemos que a problematização do ensino da Matemática precisa de intensa reflexão. Apesar da amostragem ser pequena, foi possível observar que a situação é complexa. Faz-se necessário que o ensino da Matemática seja reavaliado não só pelos professores, mas principalmente pelas instituições levando-se também em consideração, a formação do professor de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental. Diante do cenário que se apresenta inevitavelmente surgem as seguintes questões: O que o professor sabe? Qual o seu conhecimento sobre a Didática da Matemática? O professor gosta de Matemática? Qual é a sua preocupação em não transmitir aos alunos a sua insegurança em relação ao ensino da disciplina? Pois, além de saber Matemática, é necessário saber como ensiná-la. Levantamos essas indagações sobre a formação do professor porque, na realização da pesquisa, os alunos que afirmaram não gostar, ter dificuldades e não entender a Matemática relatam vários problemas de aprendizagem em seus primeiros anos escolares. Esse número cresce a partir da 5ª série do ensino fundamental, provavelmente, por ser inserido um excesso de "algebrismo" desconsiderando a imaturidade do educando.

Entre as perguntas feitas no questionário, está a seguinte: Como você analisa a Matemática ensinada atualmente nas escolas? A maioria das respostas aponta que os alunos a consideram desnecessária, pois não conseguem estabelecer relações de onde e como aplicar o que estão aprendendo.

Entre outras causas, verificamos que parte das dificuldades no aprendizado da disciplina, assim como o de outra qualquer, está associada à oralidade, leitura e escrita. Ou seja, como o discente foi alfabetizado? Teve respeitadas as suas fases do desenvolvimento cognitivo? Foi incentivado a escrever, ler e interpretar? Como a Matemática lhe foi apresentada? Teve contato com uma linguagem Matemática que possuísse elementos concretos, facilitando a compreensão? E a comunicação? O educando comunicava e dividia suas dúvidas com o professor e colegas?

Em resposta a essas perguntas, acreditamos que mesmo possuindo um conhecimento intuitivo referente à lógica, ao espaço, ao conjunto e à contagem, para o indivíduo a linguagem Matemática, principalmente no aspecto abstrato, só fará sentido se ele já tiver o domínio mínimo do seu idioma, a decifração dos signos lingüísticos, a formação e as peculiaridades de sua língua materna. Utilizando com segurança o seu código de comunicação ficará mais fácil compreender a linguagem Matemática. A oralidade deve ser sempre incentivada e orientada pelo professor nas atividades. É através dela que os alunos interagem desenvolvendo habilidades como ordenação, comparação e noções de números, discutindo idéias, descobrindo o que já se sabe e o que precisa aprender. A Resolução de Problemas é uma das modestas contribuições, pois acreditamos que é uma forma lúdica de ensinar conteúdos, aguçando a curiosidade, conduzindo a descobertas e colaborando para a autonomia.

2. AS DIFICULDADES NAS SÉRIES INICIAIS E SEUS SIGNIFICADOS

Dados divulgados pelo Ministério da Educação, colhidos por meio do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) em uma pesquisa realizada com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, revelam que a maioria dos alunos de instituições públicas, que se submeteram aos exames nacionais, normalmente, obtém um desempenho classificado, por esse Ministério, entre insuficiente e regular. Os referidos dados divulgados pelo INEP em novembro de 2003(ver anexo 3) mostram que mais da metade dos alunos brasileiros não conseguem aprender Matemática. Segundo a referida reportagem a situação é bastante grave no Ensino Médio, principalmente no 3º ano.

Os números do Saeb apontam que, no 9ª ano do ensino fundamental, 57,1% dos alunos estão em nível crítico e muito crítico e, no 3º ano do ensino médio, o número que avalia esse nível é de 68%.

Neste contexto, faremos um breve relato e comentários do questionário aplicado aos alunos de três escolas públicas citadas anteriormente. Nossa análise está apresentada da seguinte forma: cada item que segue representa uma questão e os resultados vêem apresentados em tabelas e gráficos, com as respectivas explanações.

2.1 Em Matemática você se considera?

Tabela 1 - Respostas da questão 1 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ.

Opções	**Freqüência**	**Percentual**
A) Bom	71	28%
B) Ótimo	25	10%
C) Tem dificuldade	97	38%
D) Tem muita dificuldade	61	24%
Total	254	100%

Fonte: Dados da pesquisa - 2005.

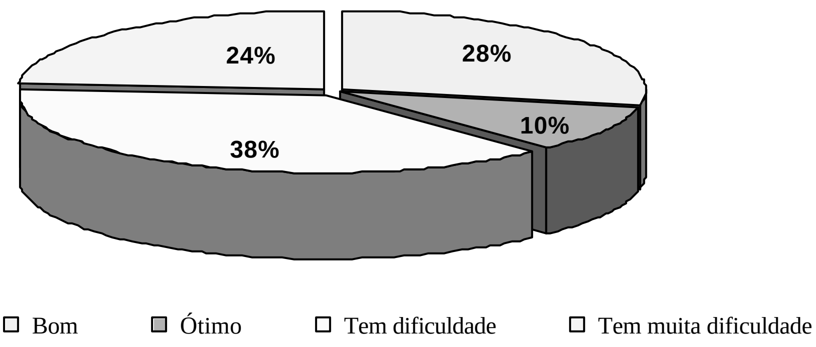


Gráfico 1 – A auto-avaliação do aluno em Matemática

2.2 Como foram suas séries inicias em Matemática? Você tinha medo de errar? Resolvia mentalmente, porém tinha dificuldade de transcrevê-los?

Essas perguntas foram feitas de forma dissertativa, permitido que o aluno expressasse a sua relação inicial com a Matemática. Transcreveremos abaixo alguns relatos feitos:

? "Sim tinha receio de errar, tinha muita dificuldade de transcrevê-los era muitas difíceis, porque não conseguia entender.".

? "Ensino fundamental, sempre tive receio de errar. Resolvo sempre em um rascunho, porém com algumas dificuldades normais de transcrevê-las. Tinha receio de errar sim. Às vezes resolvia problemas, mais demorava muito e nunca soube transcrevê-los por isso tenho muita nota baixa.".

? "Minha dificuldade em Matemática, vem pelo fato da minha escola primária não ter me dado uma base curricular suficiente para conseguir me desempenhar bem nas atividades do Ensino Médio.".

? "Foram péssimas, lá eu não aprendi nada. Sempre tive pavor só de pensar em transcrever os problemas.".

2.3 Como você aprende Matemática?

A tabela 2 refere-se ao modo como o aluno aprende Matemática, sendo dada então quatro alternativas para aferirmos os graus de facilidades ou dificuldades.

Tabela 2 – Respostas da questão 3 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ.

Opções	Freqüência	Percentual
A) Fácil e rapidamente	41	16 %
B) Fácil gastando um pouco de tempo	09	28%
C) Com muito esforço	118	47%
D) Não consigo aprender Matemática	26	9%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.

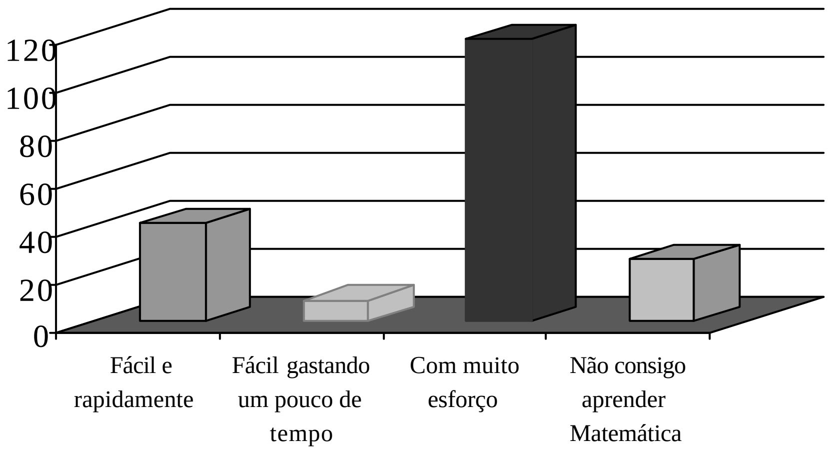


Gráfico 2 – Diversidades na aprendizagem

Analisando as questões 1, 2 e 3 verificamos que aproximadamente 62% dos alunos têm dificuldades ou muita dificuldade em Matemática e, deste, mais de 60% apontam que tiveram algum problema nas séries iniciais (ensino fundamental). Esses percentuais, considerando o espaço amostral pequeno e as suas margens de erro, vêm de encontro com os dados do SAEB e do ENEM. Entretanto, sabemos que o mais adequado seria que a pesquisa SAEB iniciasse com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, pois assim seria mais coerente o caminho que nos leva a compreender causas e conseqüências do fracasso do ensino da Matemática.

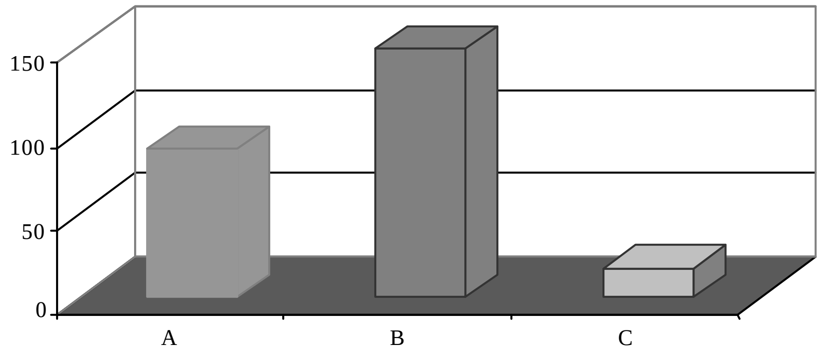
2.4 Na sua avaliação a Matemática ensinada nas escolas é

A quarta questão tem como objetivo averiguar se o educando, consegue fazer um paralelo da matemática ensinada na sala de aula com a matemática experimentada no dia-a-dia.

Tabela 3 – Respostas da questão 4 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ

Opções	Freqüência	Percentual
A) Tem muito haver com o dia-a-dia do aluno.	88	35 %
B) Não tem nada a ver com dia-a-dia do aluno.	148	58%
C) Você não tem opinião formada.	18	7%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.



A - Muito haver com o dia-a-dia do aluno
B- Nada a ver com dia-a-dia do aluno
C- Sem opinião formada

Gráfico 3 – A Matemática e o Cotidiano

Verificamos que 58 % dos alunos não conseguem ver um paralelo da Matemática ensinada na sala de aula com o seu cotidiano, o que pode ser um dos motivos pelo desinteresse dos alunos com o estudo da Matemática, pois, os mesmos acreditam que determinados conteúdos teriam melhor aproveitamento, se fossem trabalhados respeitando as realidades de cada comunidade. Sendo assim, porque não discutir e relacionar os conteúdos como equação do 1° grau e probabilidades com a violência das cidades. Freire (1988) escreve que "é preciso estabelecer uma necessária intimidade entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduo".

2.5 Qual a sua opinião sobre a Matemática nas escolas

Tabela 4 – Respostas referentes à questão 5 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ.

Opções	Freqüência	Percentual
A) Gosta de esperar a explicação do professor.	104	41%
B) Gosta de tentar resolver sozinho.	70	27%
C) Você não gosta de enfrentar os desafios e por isso não tenta fazer os problemas	80	32%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.

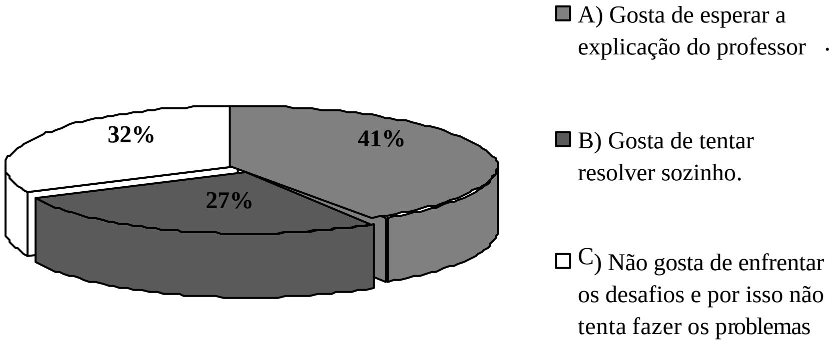


Gráfico 4 – A Matemática nas Escolas

Essa pergunta nos mostra o tipo de dificuldade que o professor poderá encontrar, logo de início, ao trabalhar com a metodologia de Resoluções de Problemas, pois, analisando a Tabela 4 averiguamos que 41 % dos alunos gostam de esperar a explicação do professor e 32% não gostam de tentar resolver os exercícios colocados como desafios. Queremos acreditar que com um bom planejamento e um trabalho de conscientização podemos despertar o interesse dos alunos através dessa metodologia.

2.6 A Matemática se torna mais atraente quando você sabe onde aplicá-la? Por quê? Dê exemplos:

A questão seis refere-se à contextualização da Matemática no ensino médio e profissional. Tal pergunta foi formulada, de modo que os alunos escrevessem as suas opiniões. Algumas respostas apresentadas estão transcritas abaixo:

? Sim, pois as pessoas se interessam pelo que se pode vivenciar.

? Sou muito mais interessante, eu não vejo nada na matemática que não esteja presente no dia-a-dia.

? É claro, pois é algo que você sabe que terá uma utilidade No resto da vida, como, por exemplo, calcular juros.

? Sim, porque percebemos que há utilidade. Agora, onde eu vou usar, no dia-a-dia, números irracionais, complexos, equações do 7°grau, binômios de Newton.

? O fundamental é: adição, subtração, multiplicação, divisão e regra de três (que é lógica).

? Sim, é muito mais fácil entender química, por exemplo, ou informática na prática do que só na teoria.

? Sim, gostaria que fosse trabalhado mais a Matemática financeira.

? Sim, para calcular o troco quando compro alguma coisa. Gostaria que as aulas de Matemática fossem ao ar livre

? Sim, gostaria que servisse para calcular as contas de luz e água.

Os relatos acima apontam para a necessidade de adaptação dos conteúdos ensinados em sala de aula, através dos livros didáticos para uma realidade mais próxima do dia-a-dia do educando. Infelizmente, o ensino da Matemática apresenta-se, na maioria das vezes, apenas nos níveis de conhecimento e utilização de métodos e procedimentos. Isto é, o aluno aprende a terminologia e as fórmulas e treina fazer substituições para resolver problemas de rotina. A Matemática fica transformada em algo rígido, acabado, chato e sem finalidade. O aluno usa apenas a memória; não desenvolve as habilidades de extrapolar, de resolver situações-problemas, raciocinar e criar. Não têm o prazer da descoberta, deixando de obter elementos para seu desenvolvimento integral. É fundamental a programação de um ensino de modo a dosar a memória, raciocínio e a criatividade.

2.7 Os problemas colocados para o ensino da matemática como, por exemplo, função do 2° grau (problema do galinheiro), seqüências (problema do coelho).

Essa sétima pergunta foi feita de forma objetiva procurando verificar a aceitabilidade dos alunos que trabalharam alguns problemas contextualizados.

Tabela 5 – Respostas da questão 7 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ

Opções	Freqüência	Percentual
A) Melhora seu interesse pela matemática	89	35%
B) Melhora um pouco o seu interesse pela matemática.	107	42%
C) Não muda em nada o seu interesse pela matemática	58	23%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.

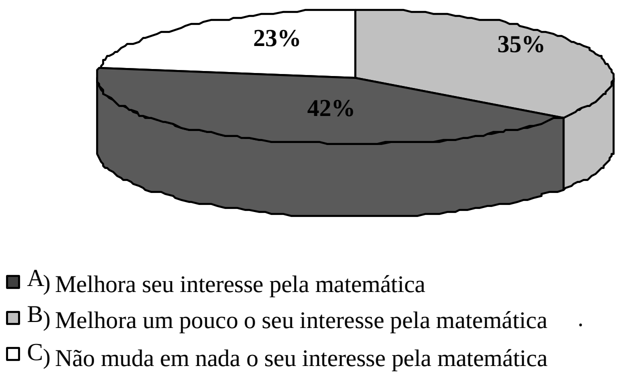


Gráfico 5 – Motivações para o estudo da Matemática

Dos alunos entrevistados, 35% consideram que melhora o seu interesse pela Matemática, outro grupo de 42% afirma que melhora um pouco o seu interesse pela Matemática, e o último grupo de 23% diz não mudar em nada seu interesse pela Matemática, destacando-se, nesse grupo, a necessidade de se reformular a maneira de ensinarmos determinados conteúdos. Acreditamos que a decepção com a matéria pode ter sido ocasionada pelo método utilizado em sala de aula. Naturalmente, faltaram oportunidades para que o aluno entendesse a mesma de forma mais concreta e útil.

Segundo Dienes (1975) as habilidades que um indivíduo possui não aparecem de repente. Elas também resultam de um processo que ocorre por etapas, é uma evolução que se dá do concreto para o abstrato, muitas vezes a experiência concreta se realiza na escola com materiais apropriados. Outras vezes, é a própria vivência que o aluno traz aprendida no dia-a-dia. A experiência concreta se inicia com a manipulação curiosa, com o contato físico, com os sentidos. À medida que as experiências vão se acumulando, começam a surgir semelhanças e classificações que levam à formação dos conceitos. Surge, depois, a capacidade de descrever, comparar, representar graficamente e, por fim, de equacionar e demonstrar.

2.8 Como você analisa a matemática relacionada com alta tecnologia? Como você observa os meios de comunicação com a Matemática?

As questões 8 e 9 têm como objetivo relacionar a Matemática com temas atuais.

Tabela 6 – Respostas da questão 8 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ.

Opções	Freqüência	Percentual
A) Desnecessária, pois a máquina faz tudo	12	5%
B) Importante para compreender todo o mundo	228	90%
C) Não muda em nada o seu interesse pela matemática	14	5%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.

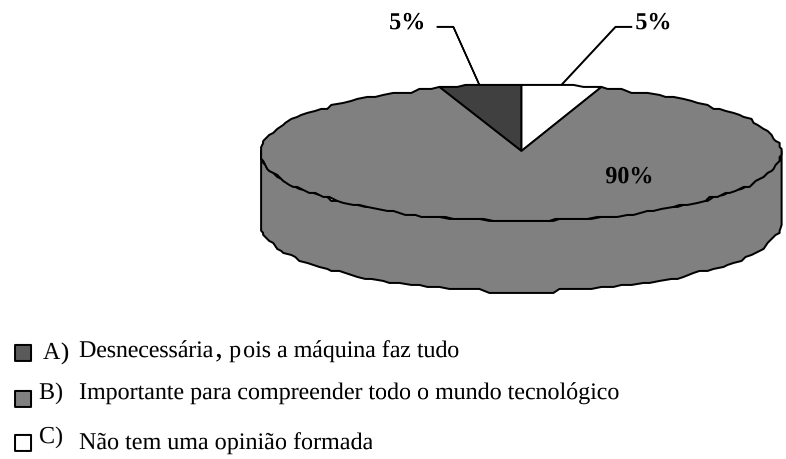


Gráfico 6 – A Matemática e a Tecnologia da Informação

Através da Tabela 6, vemos que 90% dos entrevistados demonstram a noção de importância do desenvolvimento tecnológico correlacionada à utilização da linguagem Matemática. Devido, a uma demanda tecnológica crescente, devemos, com urgência, pensar em um modelo pedagógico que acompanhe os avanços da informática, inserindo tal tecnologia, o mais rápido possível, como uma ferramenta básica a serviço da aprendizagem. Segundo Amaral (2006):

> "A pergunta que se coloca nesse momento é: Por que usar as novas tecnologias? Não seria suficiente apenas uma mudança nas práticas

pedagógicas? Seria possível, em um meio puramente virtual como a Internet, a utilização de métodos que envolvem uma profunda interação entre as pessoas?"

2.9 Como você observa os meios de comunicação em relação à Matemática?

Esta pergunta tem como o objetivo relacionar os conteúdos trabalhados em sala de aula com a linguagem demasiadamente formalista dos meios de comunicação: (telejornais, jornais, revistas etc). A pergunta na tabela 7 foi:

Tabela 7 – Respostas da questão 9 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ

Opções	Freqüência	Percentual
A) Estimula a pessoa procurar solução para alguns casos	96	38 %
B) Transmite tudo já resolvido, não nos fazendo pensar	117	46%
C) Coloca os fatos de forma complicada conduzindo o não entendimento para as pessoas comuns	41	16
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa - 2005.

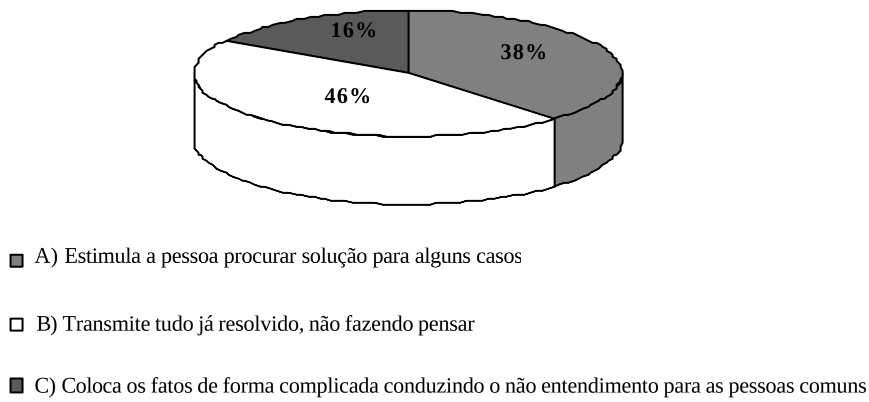


Gráfico 7 – A Matemática e os Meios de Comunicação

O importante, nessa pergunta, é que 46 % dos entrevistados têm a noção de que os meios de comunicação trabalham as informações sem objetivo de explicar, a uma determinada camada, a real função desses dados. A linguagem utilizada nos telejornais, jornais e revistas são, na maioria das vezes, demasiadamente complexas para uma parte da população com baixa escolaridade. Segundo Albuquerque (2002), "devemos defender a utilização dos meios de comunicação em massa para difundir conteúdos matemáticos, objetivando melhorar a formação e educação de nosso povo". Entretanto, salientamos que essa difusão deve ser feita de maneira racional e precisa, isto é, livre de deturpações. Contudo, ainda não é possível simplesmente aceitar tudo o que é veiculado na mídia. O leitor deverá ficar atento e sempre filtrar as informações obtidas, pois, caso contrário, poderá assimilar dados incorretos. Devemos ressaltar que, com um prévio planejamento, os jornais e as revistas podem ser bons instrumentos para tornar as aulas de Matemática mais participativas.

2.10 Alguns professores trabalham a matemática contextualizada com situações cotidianas. Após o contato com esses professores, como você passou a enxergar a disciplina?

A décima pergunta tem como objetivo o de tentar comparar duas técnicas de ensino. A primeira a do ensino tradicional, na qual o professor, ao passar determinados conteúdos, primeiramente dá a definição, depois mostra a fórmula de resolução e, por último, dá um exemplo no quadro. A segunda técnica com a didática de aplicar determinados assuntos criando, por exemplo, uma situação problema para depois introduzir a formalização dos conteúdos em estudo.

Tabela 8 - Respostas da questão 10 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ

Opções	Freqüência	Percentual
A) Aumentou seu interesse	76	30 %
B) Contribui para o entendimento da mesma	132	52%
C) Continuo não gostando, pois não entendo	38	15%
D) Gosto de Matemática de qualquer jeito	8	3%
Total	254	100%

Fonte: Dados da Pesquisa – 2005

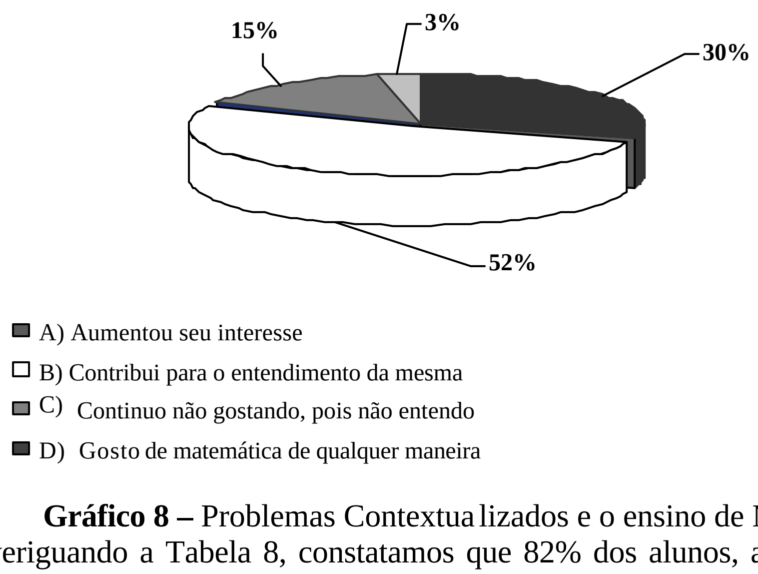


Gráfico 8 – Problemas Contextualizados e o ensino de Matemática

Averiguando a Tabela 8, constatamos que 82% dos alunos, após ter tido contato com um professor que relaciona a Matemática com o mundo real, aumentaram seu interesse e passaram a ver a disciplina de forma mais agradável.

Na concepção Pedagógica do Professor Paulo Freire, o aprendizado torna-se algo perceptível à realidade concreta dos educandos, buscando sempre os conteúdos mais significativos para a aproximação crítica do contexto, onde o conhecimento deve ser entendido como resultado das múltiplas relações do homem com o mundo e consigo mesmo, procurando com isso uma construção coletiva e não individual. Segundo Durkheim (1982),

> "... não se exerce a reflexão no vazio, mas focalizando-a em determinados objetos. A única maneira de formar o pensamento é oferecer-lhe coisas particulares para pensar, é ensinar-lhe a aprendê-las, é apresentá-las pelo conveniente para que possa captá-las, é mostrar-lhe o que se deve fazer para ter idéias claras e exatas. Quando digo que é preciso cultivar as faculdades da reflexão, não quero dizer em absoluto que se deva submetê-las a uma cultura formal, que resultaria vã; o que se deve fazer é encontrar essas realidades sobre as quais a intelectualidade não pode ter outro objetivo senão fazer o pensamento contrair certo número de hábitos, de atitudes que lhe permitam montar uma imagem adequada das categorias mais importantes das coisas. Esses hábitos estão necessariamente em função das coisas as quais se relaciona".

2.11 Em relação ao ensino da matemática no ensino médio, como você relaciona os conteúdos que são ministrados.

A intenção desta pergunta é analisar o que os alunos pensam sobre os conteúdos ensinados em salas de aulas.

Tabela 9 – Respostas da questão 11 da pesquisa realizada com os alunos de três escolas públicas-RJ

Opções	Freqüência	Percentual
A) Acha desnecessário para quem não vai fazer matemática	76	12%
B) Importante só para ser aprovado no vestibular	30	36%
C) Muitos deles não têm utilidade alguma	87	18%
D) gostaria de saber onde aplicá-los	42	13%
E) É muito importante para o dia-a-dia	33	21%
Total	53	100%

Fonte: Dados da Pesquisa – 2005

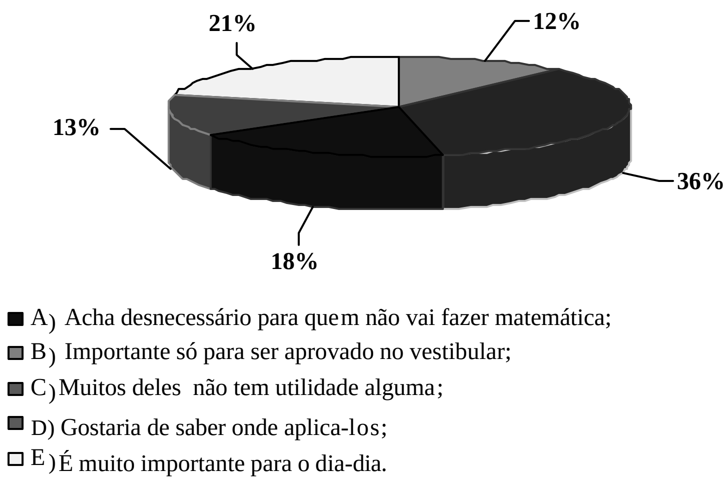


Gráfico 9 – Os conteúdos matemáticos no ensino médio

O que chama atenção, na Tabela 9, é o fato de que apenas 12% dos alunos, acha que alguns conteúdos ensinados em aulas são necessários só para quem vai cursar o ensino superior na área das exatas (Matemática, Física, Engenharia etc.). Para 34 % dos entrevistados, é importante para aprovação no vestibular e 21 % acha muito importante para o seu dia-a-dia.De uma forma geral, pelo menos, duas respostas foram contraditórias. Ao mesmo tempo em que disseram que aprender Matemática é importante para utilizar as atuais tecnologias, dizem, também, que ela só é importante para quem quer ser aprovado no vestibular. É notória a falta de informação, expectativa e esperança desses alunos. Provavelmente, esse quadro é o reflexo do nosso atual sistema educacional que de forma desarticulada, ultrapassada e distante da realidade, está dividido entre formar cidadão e transmitir conteúdos. Nesse contraponto, encontra-se o indivíduo que distante da possibilidade do vestibular, deseja uma Matemática que o ajude a compreender os juros, a porcentagem e outros fatos que o atingirão diretamente. Querem a Matemática dos livros, porém, que ela seja ensinada enfatizando assuntos que colaborem na vida do homem, aproximando-o da linguagem e dos meios de comunicação. É claro que o educador não deve fornecer somente a matemática elementar, sabemos que é necessário trabalharmos também a abstração.

3. Considerações acerca das teorias educacionais

Com base na teoria de Vygotsk e Piaget, devemos aproximar as dificuldades desses alunos de possíveis situações complexas relacionadas a cada período da idade. Observamos que, embora os alunos não expressem claramente o seu pavor pela Matemática, fica implícito que a maioria tem dificuldade de aprender e, conseqüentemente, não gosta da disciplina. É possível que em alguma fase do aprendizado houve problemas que não foram sanados. Ou seja, determinados conteúdos não foram bem trabalhados no período certo. Essa visão negativa pode estar no fato de que, nas séries iniciais, não foi levado em consideração o desenvolvimento individual de cada criança. Com limitações cognitivas para a aprendizagem de alguns conteúdos, o educando não consegue aprender outros conteúdos e assim por diante. Segundo Vygotsk (1987), uma criança para ser considerada possuidora de certa capacidade tem de demonstrar poder cumprir uma tarefa sem nenhum tipo de ajuda externa. A essa capacidade o autor chamou de Nível de Desenvolvimento Real, que caracteriza o desenvolvimento retrospectivo, etapas já alcançadas, já conquistadas, processos de desenvolvimento já completados, já consolidados.

Piaget (1976) se dedicou a investigar a formação e o desenvolvimento do conhecimento. Nos seus trabalhos, abordou três pontos fundamentais que tratam, das fases do conhecimento. Uma dessas partes é chamada de Dependência de Estágios, segundo Piaget, a cada fase de vida da criança, corresponde um modo típico de se relacionar com o meio, determinado por uma estrutura mental característica que determina uma forma particular de raciocínio. De acordo com esse trabalho o desenvolvimento cognitivo do indivíduo pode ser aprimorado progressivamente, tornando o raciocínio mais rápido. Para isso acontecer, deve-se respeitar quatro fases fundamentais: Sensório-motor (0 - 2 anos); Pré-operatório. (2 -8); Operatório-concreto (8 - 11 anos); Operatório-formal (8- 14 anos).

No período sensório–motor a criança desenvolve a parte motora mais específica como controles deliberados. Entretanto, no período pré-operatório, a criança ganha precisão ao comparar e analisar objetos da realidade concreta e pode vir a fazer prognóstico corretamente, o mais importante é que o manejo de objetos dessa realidade só será possível quando o período estiver sido desenvolvido.

Nesta fase (pré–operacional), conhecida, também, como *estágio da Inteligência* Simbólica, a criança não consegue se colocar no lugar do outro. Acredita-se que não adianta trabalhar os conteúdos como os algoritmos da multiplicação, divisão e etc., de uma forma abstrata, pois a criança não está preparada para fazer correlações. No período operatório concreto a criança desenvolve suas habilidades para formar símbolos mentais que significam ou representam coisas ou eventos, mesmo na ausência destes. Nessa fase a criança já consegue criar abstrações tornando possível trabalhar algumas definições, utilizando a linguagem formal da Matemática. No último período chamado de operatório formal, o indivíduo já pode comparar e contrastar alternativas que podem existir somente em sua mente. A linguagem agora mais desenvolvida torna possível melhores interpretações. Surge a habilidade de manipular construções mentais e identificar relações entre elas.

O mais importante, nessa teoria, é que a ordem dos quatro períodos deve ser seguida, não podendo passar, por exemplo, da fase das operações concretas para operações formais.

Tendo em vista os resultados do Sistema de Avaliação do Ensino Brasileiro (SAEB), acreditamos que as dificuldades encontradas nas séries iniciais, demonstradas por essa avaliação, são um dos fatores importantes para o aluno não aprender Matemática e, com isso, passar a não gostar dessa disciplina, pois os alunos chegam ao 5º ano do ensino básico (antiga 4ª série) com desempenho muito crítico, o que significa dizer que não são capazes de realizar as quatro operações fundamentais – adição, subtração, divisão e multiplicação – e que tal fato se relaciona com a pouca familiaridade em resolver problemas matemáticos simples do seu dia-a-dia.

Além das dificuldades já citadas, percebemos com o questionário que existe um percentual de alunos que não podemos deixar de levar em consideração, correspondendo a aproximadamente 18 %, que declararam não ter tido dificuldades nas séries iniciais, sendo que, só após ingressarem na 5º série do Ensino Fundamental, Médio e Profissionalizante é que passaram a ter dificuldades de adaptação, tornando a aprendizagem deficiente e surgindo, assim, um desinteresse em estudar essa matéria. Citaremos abaixo alguns relatos:

? Até o Ginásio eu acho que não tinha tanta dificuldade como agora. Resolvia os problemas normalmente. Não tinha muita dificuldade em aprender como estou tendo hoje, pois a matéria mudou muito. (eu fiz supletivo do 1° grau e é mais fácil pra decorar) as fórmulas, não são tão difíceis. Como que estou estudando agora.

? No início eu gostava, mas depois tudo começou a ficar difícil. Não conseguia à medida que ia passando de série resolver certos cálculos ou questões que, às vezes, pareciam fáceis para mim e outras vezes se tornavam um bicho de sete cabeças.

?Foram bons aqueles tempos. Eu não tinha problema nenhum, até porque eu morava com os meus pais e não trabalhava. Tinha eu uma capacidade rápida de raciocínio, até porque, conforme eu redigi anteriormente, eu era novo, não tinha filhos (graças a Deus e a Jesus pelo meu filho), pois nos dias atuais, a dificuldade de raciocínio, também se caracteriza devido a eu trabalhar o dia todo, além de resolver assuntos e problemas sozinhos (pois sou pai solteiro e é muito difícil).

?Resolvia os problemas mentalmente e também tinha poucas dificuldades em transcrevê-los.

?Eu era ótima aluna, só tirava de oito para cima, algumas coisas resolvia mentalmente, mas quando entrei no CTUR é muito difícil tirar acima de seis.

? Não Matemática no meu ensino fundamental foi bem fácil.

?As minhas séries iniciais foram boas com exceção da quinta série. Resolvia os problemas, mas não mentalmente.

?No ensino fundamental a Matemática era muito fácil, eu não tive dificuldades, em minha opinião, para resolver um problema, basta ter muita atenção. Razoáveis. Um pouco. Não sempre que sabia o problema, resolvia naturalmente.

?Tive um bom ensino, acompanhado de boas notas. Não tinha dificuldades em transcrever os problemas.

?No ensino fundamental eu entendia bem Matemática e até tinha facilidade às vezes. E eu acho que eu me esforçava mais.

?Durante as séries iniciais o desenvolvimento era bom, mas verificava-se o medo de errar, certa insegurança, porém, sem dificuldades na resolução e transcrição dos problemas.

Parte das dificuldades apontadas pelos alunos pode estar relacionada com ementas de cursos pouca apropriada à maturidade dos alunos, ou seja, não podemos ensinar determinados assuntos de Matemática como, por exemplo, na parte de análise combinatória, arranjos simples e combinações sem antes ter trabalhado bem os problemas iniciais de contagem e a introdução de um novo conteúdo deve sempre ser acompanhada de um prognóstico realizado pelo professor cujo objetivo seja o de verificar se a inserção de um determinado conteúdo é significativo para o aluno, o que significa considerar, de um lado, os conteúdos que são pré-requisitos para o novo conteúdo e, por outro lado, a maturidade dos alunos no que tange ao pensamento abstrato para sua compreensão, pois segundo Vigostsky (l984):

> "A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maduração, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário". Essas funções poderiam ser chamadas de 'brotos' ou flores' do desenvolvimento ao invés de 'frutos' do desenvolvimento. O nível do desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivo''. (VIGOSTSKY, 1984)

Neste sentido, é imprescindível que os estágios do desenvolvimento sejam respeitados. Em Matemática, os algorítmos são exemplos de convenções sociais. Pode-se esperar que um indivíduo resolva um problema envolvendo a adição ou subtração, por exemplo, mas não se pode exigir que use certos algoritmos para estas operações sem que antes ele adquira informações a respeito deles (RABELO, 2002).

Moraes (1998) aponta a necessidade de uma ação política de modo a requerer dos governantes brasileiros um compromisso mais sério e profundo com questões como Educação, Ciência, Tecnologia e Meio-Ambiente, como única forma de recuperarmos o atraso que geram as desigualdades em nosso país.

O incremento, no processo de informatização na Educação, seria uma possibilidade de democratização do acesso ao ensino; catalisar os processos de desenvolvimento humano, uma vez que, nas transformações observadas, o poder atual está no acesso e no domínio da informação. A construção de uma nova ética e uma nova cidadania na qual o indivíduo seja capaz de participar efetivamente da vida política e social a fim de que,

> "um cidadão que saiba dialogar em um mundo interativo e independente, impregnado dos instrumentos de sua cultura, utilizando-os para sua emancipação, transformação, libertação e transcendência" (MORAES, 1998).

Os que fazem a Educação devem estar cientes de que novos padrões de competitividade se colocam e neles o conhecimento surge como a matéria prima das economias modernas e, por conseqüência, a educação desempenha um papel essencial.

Estes instrumentos podem promover mudanças significativas na Educação. Pesquisas realizadas, no Brasil, mostram que as tecnologias podem colaborar para a ocorrência de processos reflexivos na prática pedagógica, já que o computador é uma ferramenta que propicia o "pensar com" e o "pensar sobre o pensar" (VALENTE, 1996). Pesquisas realizadas pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, na gestão Paulo Freire (1991 a 1992), indicam que as escolas que utilizaram o computador em suas atividades curriculares apresentaram melhorias nas condições de estruturação do pensamento do aluno com dificuldades de aprendizagem, de compreensão e de retenção, bem como um melhor desempenho na comunicação entre alunos e professores e maior interação nas aulas. Os alunos tornaram-se mais ativos, assíduos, participantes e independentes, interagindo melhor em grupo (MORAES, 1998).

Sem a pretensão de esgotar tal assunto, podemos sugerir alguns itens interessantes, que possam colaborar para a construção de uma pedagogia que esteja em sintonia com os atuais avanços tecnológicos, buscando sempre valorizar o processo ensino-aprendizagem mais do que a instrução e a transmissão de conhecimento, o que implica "aprender a aprender". Em outras palavras enfatizar o estímulo à capacidade de refletir e de analisar o próprio processo de aprendizagem.

Uma pedagogia pautada em currículos abertos, flexíveis, em movimento, comprometidos com constantes negociações e renegociações, reconhecendo o sujeito como mesmo, em ação contínua com seu meio, sua cultura e seu contexto, rica em diálogos e em possibilidades de interpretações; que entenda o indivíduo como uma totalidade, um todo constituído por um corpo que é indissociável de sua mente, de seus sentimentos, de sua espiritualidade, e que o desenrolar do processo de autoconhecimento colabore para transformar a realidade.

Um item fundamental, nessa pedagogia, é transformar a figura do professor em um instrumento desse movimento, garantindo a riqueza desse processo, que se paute pela manutenção permanente do diálogo, submetendo-se a situações-limites e desafiadoras.Pensar em tal pedagogia com essas características é estar falando claramente da proposta formulada, desde a década de 60, por Paulo Freire.

Na pedagogia, originalmente proposta por Paulo Freire, está a possibilidade de responder a esses desafios, uma vez que, nela se coloca muito claramente, a questão do respeito ao sujeito histórico, de uma pedagogia desafiadora e libertadora, de um currículo aberto, datado e histórico.

CAPÍTULO IV

PROBLEMAS E SUGESTÕES

1. INTRODUÇÃO

Esta parte final oferece algumas sugestões de problemas a serem trabalhados no início do tema, a ser abordado em aula, como forma de tentar motivar os alunos e a construção da linguagem formal. Por exemplo, podemos trabalhar com a idéia de funções, com gráficos, com estudo dos sinais, conseqüências e com análise combinatória.

Nesse sentido, abordaremos problemas muito utilizados pelos livros didáticos e daremos algumas sugestões de como podem ser trabalhados com alunos de 8ª série do ensino fundamental e no 1° e no 2° ano do Ensino Médio de uma forma interdisciplinar, considerando que estamos trabalhando com alunos de escola rural. A ajuda do professor faz-se necessária diversas vezes para a condução das respostas dos problemas. Entretanto, deve ser evitado dar a reposta de imediato porque o principal objetivo da Resolução de Problemas é levar o educando a imaginar, a verificar e a argumentar várias opções para chegar ao resultado final. Aos primeiros questionamentos dos alunos, devemos sugerir que releia o texto e observe os elementos chave e inicie o desenvolvimento partindo desses elementos.

2. PROBLEMAS

2.1 Números Racionais

Com o problema dos camelos inicia-se uma revisão, de forma interessante e lúdica, dos conceitos de divisão e fração, procurando incentivo para desenvolver o raciocínio dos alunos. A metodologia utilizada por Malba Tahan (1974) na década de 70, por meio de histórias divertidas, pode ser utilizada nas turmas de ensino fundamental, médio e profissionalizante, incentivando a oralidade do aluno e melhorando o interesse pela Matemática.

Problema 1: *Três irmãos tinham para receber como herança 35 camelos, de modo que o filho mais velho deveria receber a metade deles, o segundo deveria receber um terço e, por último, ao irmão caçula caberia um nono. Como não houve concordância entre eles, foram até um calculista que também possuía um camelo. Como foi que o calculista realizou a divisão de forma que todos os irmãos ficassem satisfeitos com a divisão e no final até mesmo o calculista acabou levando vantagem?*

Comentando o conto e fazendo algumas observações do contexto matemático, devemos fazer as seguintes observações: a metade de um todo mais a terça parte de um todo mais um nono de um todo não dá um inteiro, isto é, não é igual ao todo. Podemos observar que para completar o todo falta 1/18 deste todo, ou seja, 2/36 do todo. O problema 1 pode ser utilizado também no final de uma aula cansativa, como um desafio, procurando sair da rotina de uma classe normalmente com mais de 40 alunos.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{9+6+2}{18}=\frac{17}{18}$$

2.2 Funções

Ao sugerir o problema 2, o objetivo será introduzir o ensino da noção intuitiva de funções e, posteriormente, com os mesmos problemas, trabalhar a definição, os zeros, o estudo do vértice, o estudo do sinal da função e o gráfico da função do 2° grau. Lembrando que, inicialmente, devemos trabalhar de forma mais intuitiva possível e que a linguagem formal será construída posteriormente.

Problema 2: *Um carpinteiro vai construir um galinheiro retangular. Ele vai usar 12 m de tela e para um dos lados pretende aproveitar uma parede já existente:*

a) Desenhe uma planta com várias possibilidades de construção desse galinheiro. (Trabalhe com medidas inteiras)

b) Baseado nos dados dos projetos acima, quais seriam as dimensões que proporcionariam um melhor aproveitamento em relação a área?

c) Podendo criar 10 frangos por metro quadrado e o preço de cada frango sendo R$ 3,00, qual seria a arrecadação desse viveiro?

d) Fazer uma estimativa do percentual de perda da arrecadação de um projeto para o outro.

Sugerimos que seja utilizada nessa aula folha de papel quadriculado e uma régua como suporte para relacionarmos o estudo de áreas de figuras retangulares e medida de lado do galinheiro. Sem dúvida os alunos precisarão de pouco conhecimento Matemático para executar essa primeira etapa.

Desenvolvimento Intuitivo mostrado como modelo para o aluno:

a) Parede já existente

1 m  1m

10 m

b) Os demais modelos devem ser produzidos pelos alunos.

O problema 3 é bom, por exemplo, para se construir a idéia de funções decrescente, gráficos, estudos dos sinais e, o mais importante, criar uma linguagem algébrica, que se torna fundamental para o desenvolvimento das ciências no geral.

Problema 3: *Um botijão de gás de cozinha contém 13 kg de gás. O consumo médio diário é de 0,5 kg de gás.*

a) Complete a tabela abaixo:

Dias	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Massas	12,5			11						8

b) A função que fornece o consumo médio de gás é crescente ou decrescente?

c) Expresse a massa (y) de gás no botijão, em função de (x) dias. Escreva a função.

d) Utilizando a função ou a tabela, descubra em quantos dias o botijão estará vazio.

e) Utilizando a tabela, construa no plano cartesiano, o gráfico dessa função.

Inicialmente, é preciso cuidado quanto à escolha do problema, que deve ser um problema simples, que possa ser resolvido mentalmente. Todas as repostas devem ser colocadas oralmente pela turma como forma de melhorar o raciocínio dos alunos mais lentos. Não podemos perder a oportunidade de estimular a utilização de uma linguagem simbólica.

2.3 Seqüências

No problema 4, podemos estimular o ensino de seqüências nas turmas de ensino Médio e Profissionalizante e fazer uma conexão com outros campos do conhecimento. Sugerindo aos alunos a construção de uma tabela com os meses de Janeiro a Dezembro para facilitar a resolução do mesmo.

Problema 4: *Um casal de coelhos torna-se produtivo depois de dois meses de vida, a partir de então, produz um novo casal por mês. Começando com um único casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais terão ao final de um ano? Fibonacci o Líber Abaci (livro do ábaco) ano 1202.*

Considerações:

Quadro 1 - Solução do problema do coelho

Janeiro	**Fevereiro**	**Março**	**Abril**	**Maio**	**Junho**
J	A	A J	A J A	... ...	... ...
1	**1**	**2**	**3**	**...**	**...**

Nota: J - Casal Jovem, A - Casal Adulto.

Aproveitando o problema sugerido podemos fazer a interação desse problema com a seqüência de Fibonacci, contando um pouco da história e a importância dessa seqüência na formação dos caules de algumas plantas e árvores.

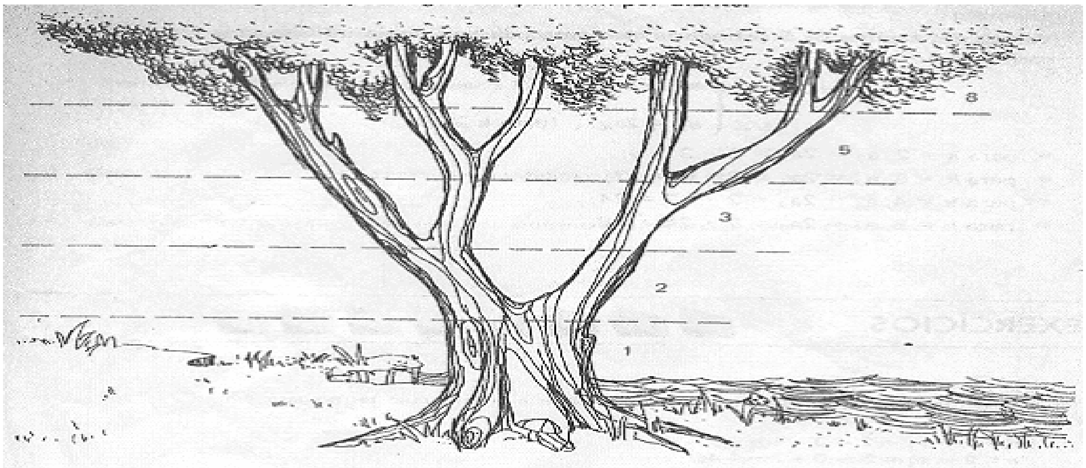


Figura 1 - Seqüência de Fibonacci[16]: os números 1, 2, 3, 5, 8... Representam o desdobramento do número de galhos de uma árvore.[17]

Pode-se também falar um pouco dos números áureos, tão importantes no padrão de arquitetura e esculturas utilizadas pelos artistas desde a Idade Média e até hoje.

Para finalizar a aula de forma descontraída sugere-se fazer uma brincadeira com três ou mais alunos mostrando, através de suas medidas, que o padrão divino está também no corpo humano.

Não se deve deixar de considerar o caráter lúdico e descontraído, que fica na turma, por exemplo, ao utilizar uma trena ou fita métrica e pegar as medidas de sua altura total, a sua altura até o umbigo, anotando-se no quadro, para, depois, calcular a sua razão que resultará aproximadamente um número entre 1,60 e 1,62 metros. Esse valor é a famosa **razão áurea.** Uma simulação está apresentada no Quadro 2.

Quadro 2 - Medidas dos alunos em centímetro

Nome do aluno	**Altura total(x) cm**	**Altura dos pés até o umbigo(y) cm**	**Razão** $\frac{x}{y}$
Aline	161	100	$\frac{161}{100} \cong 161$
Bruna	174	109	$\frac{174}{108} \cong 161$
Bruno	182	115	$\frac{182}{114} \cong 161$

2.4 Análise combinatória

Com os problemas 5 e 6 pode-se dar início a um assunto que, na maioria das vezes, é encarado pelo aluno como sendo muito difícil, a análise combinatória. Neste assunto, não se pode perder a chance de trabalhar bem os conceitos de permutação e combinação de forma

[16] Pseudônimo usado por Leonardo de Pisa, nascido em Pisa, na Toscânia, por volta de 1170. O seu livro mais conhecido um tratado de aritmética e álgebra elementar "Líber Abaci" (Livro do ábaco) foi escrito em 1202.
[17] A figura foi retirada de Trotta Fernando, Matemática por assunto 2, São Paulo,1988.

diversificada. A metodologia de Resolução de Problemas pode ser bem utilizada sem a preocupação de ensinar logo as fórmulas.

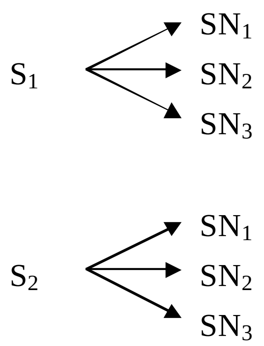
Problema *5: A cantina do colégio oferece dois tipos de suco de frutas e três tipos de sanduíches naturais. De quantas maneiras diferentes um aluno pode fazer um lanche, se cada um deve conter um suco e um sanduíche natural?*

Problema de contagem que pode ser iniciado na 6ª série do Ensino Fundamental com poucas dificuldades de interpretação pela maioria dos alunos. A utilização de uma árvore de possibilidades faz-se necessária para a construção do conhecimento do aluno.

A teoria dos conjuntos e o produto cartesiano podem ser revisados nesta aula.

Árvore de possibilidades:

Vamos chamar Sucos de S_1 e S_2, e sanduíche Natural de SN_1, SN_2 e SN_3.

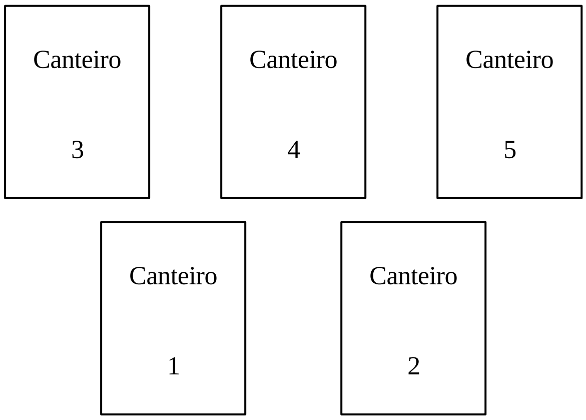


A= $\{s_1, s_2\}$

B= $\{sn_1, sn_2, sn_3\}$

Problema 6: *Em um terreno queremos fazer uma horta com canteiros de couve, alface, salsinha, cebolinha, agrião e chicória. Na frente do terreno, só cabem 2 canteiros e nos fundos cabem 3 canteiros. Calcule o número de alternativas distintas para montar a horta de modo que uma dessas verduras nunca fique nos canteiros da frente.*

O exemplo acima pode conduzir o aluno a várias interpretações, o que é salutar na metodologia de Resolução de Problemas. Uma das prováveis dúvidas é se a ordem de se fazer o plantio das verduras é importante ou não na resolução do problema. Tomada essa decisão, pode-se pensar na hipótese de distribuir os números de verduras nos canteiros da frente, pois as mesmas estão sendo trabalhadas com restrição, qual seja: a de que uma dessas verduras não pode estar nos canteiros da frente. Podemos sugerir o desenho dos canteiros como forma de visualização para a resolução do problema.



2.5 Matriz-determinante

A seguir temos dois problemas que permitem utilizar as primeiras noções da linguagem da álgebra (sistemas lineares) e a noção de Matriz-Determinante. Podemos começar contando um pouco da história sobre a revolução industrial, que começa na Inglaterra por volta de 1 800, e a necessidade que os cientistas tiveram para resolver os problemas da linha de montagens das indústrias automotivas e das farmacêuticas. Frisando que, embora o computador naquela época não havia sido inventado, a linguagem utilizada pela informática já estava pronta. Esses estudos são importantes também na agropecuária e agricultura na obtenção da área de terrenos.

Problema 7: *Um ramo de flores com quatro orquídeas e 2 tulipas custou R$70,00. Sabendo que cada tulipa custou mais 5 reais do que a orquídea, determine o preço de cada orquídea e cada tulipa.*

Resolução

Vamos chamar preço de cada orquídeas de x

Preço de cada tulipa de y

Montando o sistema temos:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 70 \\ y = x + 5 \end{cases}$$

Problema 8: *Um fazendeiro tem mil cabeças de gado. Entre bois e vacas, setecentos animais; entre vacas e bezerros, quatrocentos. Quantos bois, vacas e bezerros possuem?*

Com este exemplo, podemos dar continuidade ao estudo de sistema linear com três variáveis, utilizando os métodos conhecidos que são: os métodos da substituição e da adição. Em uma outra etapa, iniciamos o ensino do determinante de uma matriz de ordem três, mostraremos a regra de Sarrus com uma das técnicas que facilita a resolução do sistema.

Solução:

Considere***:***

$$\begin{cases} x\text{: número de bois} \\ y\text{: número de vacas} \\ z\text{: número de bezerros} \end{cases}$$

Assim temos o sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ x + y = 700 \\ y + z = 400 \end{cases}$$

Nos problemas 7 e 8 a introdução de idéia de matriz - determinante é mais uma ferramenta que a Matemática utiliza para fazer conta. Sem perder o algebrismo trabalhado no ensino fundamental, iniciaremos a resolução de um sistema de duas incógnitas e duas equações de forma genérica, frisando que o grande mentor dessa idéia foi o Inglês Arthur Caley. E a maneira de distribuir os números entre colchetes é chamada de matriz e a forma de multiplicar os números dentro desse modelo podemos chamar de determinantes.

Percebe-se que os sentimentos dos alunos de não saber Matemática deve-se ao fato de passar em anos escolares enchendo uma caixa de ferramentas com equações e inequações do 1° e 2° grau, equações irracionais, biquadradas, literais, logaritmos, trigonométricas, binômias matriciais etc. E no final não terem habilidade para lidar com todas essas ferramentas. É evidente que essas ferramentas têm o seu valor, mas não dão a forma "manipulação por manipulação".

Os professores devem tentar reverter a situação que se apresenta buscando algum processo de ensino-aprendizagem que torne o aprendizado da Matemática mais interessante e produtivo. Sendo assim, devemos estudar um processo que venha a ajudar na melhoria do desempenho dos alunos no desenvolvimento do raciocínio lógico e na compreensão dos conteúdos abstratos, usando desafios matemáticos presentes no dia-a-dia.

Essa proposta não busca revolucionar ou resolver o problema de aprendizagem em sua totalidade, mas implementa a idéia já lançada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que coloca a Resolução de Problemas como uma das metodologias ou dinâmicas para melhorar o ensino da Matemática. Essas idéias vêm de encontro ao pensamento de Paulo Freire (1983): "*O diálogo, em qualquer hipótese, é a problematização do próprio conhecimento em sua indiscutível relação com a realidade concreta, como um meio eficaz, para melhor compreendê-la, explicá-la e transformá-la.*"

Seguindo este caminho do diálogo e da problematização, é possível romper com a desordem e a efemeridade do conhecimento, em particular o da Matemática, quando são somente transmitidos pacotes de conceitos, regras e fórmulas. O conhecimento científico, assim como as relações pedagógicas entre estes, pode ser considerado uma criação coletiva e, por isso mesmo, em constante transformação. Assim sendo, ensinar ciências não se resume apenas a despejar uma grande quantidade de informações, imagens ou conceitos acabados, mas, antes de tudo, uma "situação de diálogo". Tal caminho permite uma compreensão mais significativa do trinômio contexto-contextualização-problematização, tão importante para promover uma aprendizagem mais significativa das ciências, em especial, da Matemática.

Assim, o método proposto pretende, a partir de relatos de experiências em sala de aula, discutir a relação entre a concepção “Freiriana” sobre educação e o Ensino de Ciências, refletir sobre como elaborar um estudo da realidade escolar e como concretizar esta concepção na prática do professor de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É maravilhosa a verificação da mudança de comportamento do homem de acordo com o tempo e o espaço. Assim é legítimo afirmar que realmente a Educação é mutável. O que era importante nos primórdios, hoje é totalmente questionável. Geograficamente as mudanças (diferenças) ocorrem ao mesmo tempo. Muitas vezes, países de um mesmo continente têm suas preferências ao educar seus cidadãos. Isso aconteceu em Atenas e Roma. Embora ambos pertençam à Europa, os gregos apreciavam mais uma formação ligada à Arte, ao belo e ao prazer. Entretanto, os Romanos se preocupavam com a força física, distantes das Artes em geral. Essas marcas vão refletir diretamente no tipo de sociedade formada. Em relação ao tempo, cada vez torna-se mais difícil a formação do indivíduo, pois, em um Universo tecnológico, o ser humano precisa sempre se auto-superar.

Na cobrança de novos conhecimentos, o homem estruturou a ciência Matemática dotada de lógica natural. Ele passou a organizar, indagar e comparar utilizando elementos da natureza, tais como madeira e pedra. No desenvolvimento da Matemática, verificamos o avanço do homem entre o Paleolítico Inferior e o Paleolítico Superior pois, de simples porretes, passou a elaborar instrumentos mais elaborados para caça e pesca com o uso de outras materiais como ossos, peles, cipós e etc.

Considerando as diferenças geográficas, cada sociedade conduz o indivíduo a pensar de acordo com as necessidades econômicas e sociais do momento no intuito de diminuir o esforço físico e aumentar o tempo disponível ao homem.

Com o desenvolvimento deste trabalho e baseado na experiência adquirida nos últimos anos nas salas de aula, percebemos que a educação Matemática e a História da Matemática vêm sendo praticadas como mera transmissão de técnicas, de nomes, de fatos e de datas. O estudo aqui realizado vem reforçar as tendências mais recentes da educação que dão ênfase à criatividade que é responsável pelo surgimento de novas idéias e pela análise crítica da evolução do conhecimento Matemático ao longo da história. Sem essa análise crítica do processo histórico, a criação de novas teorias e práticas, respondendo à complexidade do mundo moderno, pode ser pouco eficiente e, sobretudo, conduzir a equívocos.

Neste conciso estudo sobre uma parte da evolução Matemática, percebemos que, apesar desta disciplina ser universal e lógica, ela não é estática. Cabe ao homem adaptar-se ao ensino-aprendizagem, considerando o saber em uma dimensão cronológica, geográfica e individual, pois revendo o passado podemos encontrar soluções para os problemas atuais. Talvez, nesse conturbado e moderno mundo de inúmeras informações, um simples problema do século XVIII faça mais sentido para o estudante, porque o excesso de mensagens audiovisuais acaba inibindo a imaginação. Entretanto, um problema narrando a história, com personagens, lugares, objetos e etc, leva à função simbolizante do imaginário do ser humano. Vimos que a proposta de Resoluções de Problemas não está pronta, precisamos estar o tempo todo adaptando a realidade das nossas escolas para beneficiar nossos alunos.

As etapas da Resolução de Problemas podem ser seguidas e temos que dar a oportunidade aos alunos com mais dificuldades de evoluírem suas habilidades cognitivas. Só assim poderemos estar contribuindo para a construção de sua autonomia e afastá-los da exclusão educacional, que, na maioria das vezes se desdobra em exclusão social e econômica. As críticas a essa metodologia tornam-se necessárias para adequação às realidades das escolas brasileiras. É indispensável uma ampla discussão sobre as seleções de conteúdos e quais os tipos de problemas que irão ser selecionados de acordo com os graus de dificuldades e a realidade de cada região. Dentro dessa metodologia é necessário um bom planejamento para incluir os alunos com maiores dificuldades. Para isso, precisamos de mais tempo para trabalhar determinados conteúdos. E não podemos deixar de destacar as dificuldades que encontraremos na maioria de nossas escolas, municipais, estaduais e federais, tais como o número de alunos dentro de uma sala de aula que muitas vezes somam mais de 35 alunos em cada sala; desmotivação dos profissionais devido à carga horárias altas e baixos salários.

Foi realizado também um questionário com a finalidade de fazer investigação das dificuldades de um grupo de alunos em relação à Matemática. A partir dos resultados obtidos, ocorreu a constatação de que os alunos apresentam um baixo desempenho em Matemática, podendo ter como uma das causas o despreparo do professor do ensino fundamental e médio, que coloca de forma descontextualizada a maioria dos conteúdos apresentada aos alunos. Procuramos colocar como centro de estudo o aprendizado da Matemática no ensino fundamental e médio, através de Resoluções de Problemas. Não queremos com isso mostrar ao professor nenhuma fórmula mágica que irá resolver todos os problemas do ensino da Matemática, pois acreditamos que a melhoria na aprendizagem se dará pelo comprometimento dos professores com os seus educandos e uma política educacional que priorize a valorização profissional, a reciclagem de professores e etc.

Continuamos este estudo com algumas reflexões e uma delas é: Será que na busca da utilização da alta tecnologia, estaria o homem se esquecendo da origem do conhecimento, tanto na linguagem Matemática como em outras linguagens? Em outras palavras, retomando a questão do letramento em matemática, imprescindível para a Resolução de problemas, podemos dizer que um dos entraves para a aplicação da metodologia é que, na maioria das vezes, o ensino tradicional prioriza a aprendizagem dos procedimentos matemáticos como um fim em si mesmo desvinculados de uma leitura de mundo na qual a matemática estaria implicada.

Sendo a Matemática uma linguagem universal devemos lembrar sempre que, mesmo antes de Cristo, o homem já resolvia problemas de forma intuitiva a fim de solucionar questões relacionadas à sua sobrevivência. A Resolução de Problemas é só mais uma alternativa para conduzir o aluno à percepção de que os conhecimentos estão interligados. Aprender Matemática resolvendo problemas é uma forma criativa e divertida de perceber a realidade reconhecendo outros saberes num contexto geral.

Nos exemplos apresentados, podemos destacar o problema dos coelhos que nos dá a oportunidade de relembrar fatos relacionados à história, à geometria, à ciência (formação dos caules de algumas plantas) arquitetura e às artes, em especial à escultura. Alguns professores ainda rejeitam essa proposta, ora por desconhecê-la ora por temer que a Resolução de Problemas possa atrapalhar o andamento de outros temas da Matemática a serem ensinados. Todavia já existem matérias e livros didáticos com situações problemas que fazem a junção da geometria, trigonometria, álgebra, aritmética. Com um planejamento antecipado, o educador pode também adequar os problemas ao cotidiano do aluno.

Talvez por comodismo, nós professores não nos colocamos por inteiro numa atitude de ajuda à quebra de paradigmas na educação. Uma aula fica mais simples para o professor quando é, por exemplo, expositiva, não permitindo a participação ativa de quem aprende. Com esse trabalho percebemos que precisamos abrir espaços para escutar o aluno, ouvir as suas soluções numa dada situação.

Muitos professores priorizam o ensino da linguagem matemática e suas fórmulas e acabam obstaculizando a proximidade do discente com a Matemática . È claro que o ensino de procedimentos matemáticos abstratos é importante, pois o aluno deve dominar a habilidade de efetuar cálculos, conhecer os formalismos da disciplina, porém, apenas o domínio de tais habilidades não garante o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático na Resolução de Problemas. A reflexão que nosso trabalho propõe para o ensino da Matemática nos dias atuais é exatamente essa: porque o ensino de Matemática afastou-se da realidade concreta dos nossos alunos como era realizada outrora em suas origens e hoje acaba sendo o ensino de formalismos demasiadamente abstratos que não oportunizam a construção e a apropriação do pensamento lógico pelo aluno em sua vida prática.

Propomos que esta lógica seja revertida e que, em um futuro próximo, tenhamos professores e alunos exímios resolvedores de problemas Matemáticos. Gostaríamos de aprofundar as questões relativas à aprendizagem baseada na Metodologia de Resolução de Problemas, o que não foi possível realizar neste trabalho. Em uma próxima pesquisa, pensaremos em tais questões e aprofundaremos nossos estudos. Refletindo acerca do letramento matemático e tudo o que nele se engendra para a utilização de uma metodologia capaz de contribuir para o desenvolvimento de um sujeito histórico e autônomo.

Ademais, gostaríamos de ratificar o pensamento que subjaz este trabalho e que se coaduna com os preceitos do mestre Paulo Freire, dos quais compartilhamos, só faz sentido alguém freqüentar a escola e aprender Matemática se, nessa escola, se adquirem os meios para agir sobre o mundo e no mundo.

> "A Matemática constitui um patrimônio cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Nesse sentido, seria impensável que não se proporcionassem a todos a oportunidade de aprender matemática de um modo realmente significativo, do mesmo modo seria inconcebível eliminar da escola básica a educação literária, científica ou artística. Isso implica que todas as crianças e jovens devam ter a possibilidade de contatar, em um nível apropriado, as idéias e os métodos fundamentais da matemática e de aprender o seu valor e a sua natureza." (ABRANTES, 1999, p. 17).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023:** Informação e Documentação - Referências - Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2000.

AABOE, Asger. **Episódio da História Antiga da Matemática.** Rio de janeiro**:** Sociedade rasileira de Matemática, 1984. Coleção fundamentos da Matemática elementar**.**

ABRANTES P. *et alii*. **A Matemática na Educação Básica.** Portugal, Ministério de Educação/Departamento de Educação Básica, 1999.

ALBUQUERQUE, Roberto Stenio A.C. de. **A Mídia e a Matemática**. Rio de Janeiro: **Jornal do Comércio,** 28 de setembro de 2002.

AMARAL, Vera Lucia**. Introdução as Tecnologias de Informação e Comunicação.** Tese de Doutorado pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte: 2002.

ANDRADE FILHO, Ruy. **Os Muçulmanos na Península Ibérica.** São Paulo: Contexto, 1989.

AUSUBEL, D.P. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

AZEVEDO, Fernando de. **A cultura brasileira: introdução ao estudo da cultura no Brasil**. 2ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional 1944.

BAKHTIN, Mikhail. **Problemas da poética de Dostoievski**. Tradução: Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Forense/Universitária, 2000.

______. Marxismo e Filosofia da Filosofia da Linguagem. 7ª ed. São Paulo: Hucitec, 1995.

BICUDO, M.A.V., BORBA, M. C. **Educação Matemática Pesquisa em Movimento.** São Paulo: Cortez. 2004.

BOYER, Carl. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

______. História da Matemática. São Paulo, Edgard Blücher, 2001.

BONGIOVANNI, V; LEITE, V.R.O; LAUREANO,T.L.J. **Matemática e Vida.** São Paulo: Ática, 1993, v.1.

BRANCA, N.A**. Resoluções de Problemas como Meta**, **processo e habilidade básica. In: A Resolução de Problema escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemáticas e suas tecnologias/ Ministério da Educação, Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria media e Tecnológica**, 1999.

BRASIL, Assessoria de Imprensa do Inep. **No ensino médio, 67% dos estudantes têm desempenho crítico em Matemática.** Disponível em < http://www.inep.gov.br> Acesso em 23 de abril de 2006.

CASTELLS, M. **A Sociedade em Rede na Era da Informação: Economia, Sociedade e Cultura**. Vol.1. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

______. **O poder da identidade**. A Era da Informação: Economia, Sociedade e Cultura. Vol.2. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CHEVALIER, Jean & GHEERBRANT, Alain. **Dicionário de Símbolos.** 14°ed. Rio de Janeiro: Pierre Emmanuel – Anotação do Livro de Dicionário de Símbolos, 1999.

D'AMBRÓSIO, U, **Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Mordenidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

______. **Da Realidade a Ação: reflexão sobre educação Matemática**. 3° São Paulo: Summus, 1986.

DEMO. P. **Educação e Qualidade.** Campinas: Pairos, 1996.

DIENES, Zoltan P. **As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática**. São Paulo: EPU/MEC,1975.

DURKHEIM, Èmile. **História de la Educación y de las Doctrinas Pedagógicas**. **La evolución pedagógica em Francia**. Madrid: La Piqueta. 1982.

FREIRE, Paulo. **A Pedagogia do Oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 1975.

______. **Conscientização.** São Paulo: Editora Morais, 1980.

______. **Educação como Prática da Liberdade.** São Paulo: Paz e Terra, 1983.

______. **Educação e Atualidade Brasileira**. Tese. (Concurso para a cadeira de História e Filosofia da Educação) – Escola de Belas Artes. Pernambuco: Recife,1959.

_____. **Extensão ou Comunicação?** . São Paulo: Paz e Terra, 1970

______. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e terra, 1996.

GIORDANI, M, C. **História do Mundo Árabe Medieval.** Petrópolis. Vozes, 1976.

LAWLOR, R., **Geometria Sagrada**. São Paulo: Edições Del Prado.1996.

LISPECTOR, Clarice. **Pequenas Descobertas do Mundo**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Rocco 2003
.

LOPES, Antonio José *et alii.* **Resolução de Problemas: Observações a Partir do Desempenho dos Alunos. A educação matemática em revista.** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) Ano II – n.º 3 e 2 semestre.

MACHADO, N.J. **Matemática por Assunto**. 2°. ed. São Paulo: Scipione,1988.

______. **Matemática e Realidade.** 3°. ed. São Paulo. Cortez Autores Associados, 1991.

______. **Matemática e Língua Materna**. São Paulo: Tese de doutorado. (1992)

______. **Epistemologia e Didática .** São Paulo**:** Cortez, 1995.

MATTOS, Luiz, **Primórdios da Educação no Brasil :** O período Heróico (1549-1570). Rio de Janeiro: Gráfica Aurora, 1958.

MENDES,C.A. A. . **Análise Combinatória No Currículo Em Espiral No Ensino Fundamental**. Monografia do curso de Especialização em Educação Matemática – IM-UFRJ. 2005. ***MANDEL, Ambrogio Giacomo.*** *A Filosofia da Matemática.* ***Lisboa: Edições 70, sem data.***

MORAES, M.C. **Novas tendências para o uso das tecnologias da informação na Educação**.In. **Revista Edutec.net**. Brasília, DF, fevereiro, 1998. Disponível em: http://www.edutecnet.com.br/Textos/Alia/MISC/edmcand2.htm>. Acesso em 12.02.1999.

MOURA , M.O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. São Paulo, Tese de doutorado, 1992)

NETO. B, C, H. **Relações entre o Desenvolvimento da Matemática e as Necessidades Sociais.** Monografia para obtenção do titulo de licenciatura em Matemática, UFRRJ, 2004.

ONOCHI,L.R. **Educação Matemática &Perspectivas e Desafios**. Anais da 11ª conferência interamericana de Educação Matemática. Blumenau: Universidade Regional de Blumenau, 2004.

PRADO Júnior, C. **História Econômica do Brasil.** 11ª ed**.** São Paulo: Brasiliense,1969.

PIAGET, J. **A Epistemologia Genética.** Tradução Nathanael C. Caixeiro.Rio de Janeiro: Vozes, 1971.

______. **Vida e Obra.** São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Coleção Os Pensadores)

______. **Equilibração das Estruturas Cognitivas.** Rio de Janeiro: Zahar, 1976. Prefácio.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problema**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1977.

RABELO, E H. **Textos Matemáticos**: **Produção e Resolução de Problemas**. Rio de Janeiro: Vozes, 4ª edição, Rio de Janeiro, 2002.

______. **Textos Matemáticos Produção e Interpretação e Resolução de Problemas.** Rio de Janeiro:Vozes, 2004.

RIBEIRO, Maria Luisa Santos. **História da Educação Brasileira.** Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2003. Coleção Memória da Educação.

RICIERI, P. **Arqueologia Matemática. A origem da Matemática nas civilizações antigas.** São José dos Campos - São Paulo**:** Prandiano Edições**,** 1991**.**

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da Matemática.** São Paulo: Editora Ática, 1988.

SANZ, L.A. **Dramaturgia da informação radiofônica**, Rio de Janeiro: Gama Filho, 1999.

______ . **Procedimentos metodológicos: fazendo caminhos**. Rio de Janeiro: Ed. Senac Nacional, 2003.

SODRÉ, Nelson W. **Formação histórica do Brasil**. 8ª ed. São Paulo: Brasiliense,1973.

TAHAN, Malba. **A Matemática na Lenda e na História.** Rio de Janeiro: Bloch, 1974.

_______. **O Homem que Calculava**. 60ª edição. Rio de Janeiro: Record, 2002.

VAN DE Walle. **Elementary and Middle School Mathematics.** New York: Longman, 2001.

VALENTE, J.A. **Por que computadores na Educação?.** Revista Edutec.net. In. **Revista Edutec.net**. Brasília, DF, fevereiro, 1998. Disponível em: <http://www.edutec.net.com.br> . Acesso em 12.03.2000.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

______. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

WHITROW, G.J. **O Tempo na História: Concepções do Tempo da Pré-História aos Nossos Dias**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar , 1993.

ANEXOS

- **Tabela das respostas dos alunos**
- **Questionário da pesquisa**
- **Resultados do SAEB**

ANEXO 1

Como foram suas séries iniciais em Matemática (ensino fundamental)? Você tinha receio de errar? Resolvia os problemas mentalmente, porém, tinha dificuldades em transcrevê-los?	Respostas dos Alunos
1° Ano - Ensino Médio do Colégio Estadual Felipe dos Santos e do Colégio Estadual Jeanette Mannarino.	*.Tinha um pouco de dificuldade, mas tentava o possível para fazer os trabalhos.* *.Foram tranqüilas, não tinha receio de errar. Resolvia os transcritos no caderno, pois achava melhor para estudar depois.* *.Porque sempre tive dificuldade em Matemática.* *.Tinha receio de errar sim. Às vezes resolvia problemas, mais demorava muito e nunca soube transcrevê-los por isso tenho muita nota baixa.* *.Até a 5ª série fazia todo o trabalho, não tinha medo de errar, pois era muito fácil, resolvia o trabalho mentalmente sem dificuldades.* *.Foi difícil porque eu sempre tive medo de errar, principalmente quando os professores não tinham paciência. Mas eu sempre tive força de vontade e acabava aprendendo.* *.Algumas vezes eu errava, mais tentava consertar meus erros, porém, em algumas vezes tinha dificuldades em transcrevê-los mais sempre conseguia.* *.Foram péssimas, lá eu não aprendi nada. Sempre tive pavor só de pensar em transcrever os problemas.* *.Não tinha receio de errar. Sim eu conseguia resolver os problemas mentalmente.* *.Não Tinha dificuldades em transcrevê-lo* *.Sim tinha receio de errar, tinha muita dificuldade de*

	transcrevê-los era muitas difíceis, porque não conseguia entender. *.Ensino fundamental, sempre a receio de erra . Resolvo sempre em um rascunho porem com algumas dificuldades normais de transcrevê-las.* *.Eu tinha ótimos professores eu tinha receio sim de errar. Na verdade nunca gostei muito de matemática mais passei a gostar quando tive uma excelente professora a dona Helena.* *.Até o Ginásio eu acho que não tinha tanta dificuldade como agora. Resolvia os problemas normalmente.* *.Não tinha muita dificuldade em aprender como estou tendo hoje, pois a matéria mudou muito. (eu fiz supletivo do 1° grau e é mais fácil pra decorar) as fórmulas, não são tão difíceis. Como que estou estudando agora.* *.Sempre foi a matéria que tive maior dificuldade. Para alcançar pelo menos "a media", tinha que cortar um dobrado.* *.Sim eu tinha receio em errar e em algumas vezes eu resolvia os problemas mentalmente outras vezes ficava mais difícil e eu tinha que resolver a questão calculando.* *.No inicio eu gostava, mas depois tudo começou a ficar difícil. Não conseguia a medida que ia passando de série resolver certos cálculos ou questões que as vezes pareciam fáceis para mim se tornava um bicho de sete cabeça.* *.Minhas séries iniciais foram complicadas, pois fiz projetos e eu não via interesse do professor que faltava freqüentemente e eu me sentia um pouco perdida pois fiquei sem estudar bastante tempo e assim encontrei muita dificuldade pra acompanhar as matérias.* *.Foram bons aqueles tempos. Eu não tinha problema nenhum, até porque eu morava com os meus pais e não trabalhava. Tinha eu uma capacidade rápida de raciocínio, até porque, conforme eu redigi anteriormente, eu era novo, não tinha filhos (graças a Deus e a Jesus pelo meu filho), pois nos dias atuais , a dificuldade de raciocínio, também se caracteriza, devido a eu trabalhar o dia todo, além de resolver assuntos e problemas sozinhos (pois sou pai solteiro e é muito difícil).* *.Resolvia os problemas mentalmente e também, tinha poucas dificuldades em transcrevê-los.*

2° Ano – Ensino Médio do Colégio Técnico da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.	*.Eu era ótima aluna, só tirava de oito para cima, algumas coisas resolvia mentalmente, mas quando entrei no CTUR é muito difícil tirar acima de seis.* *.Não Matemática no meu ensino fundamental foi bem fácil.* *.As minhas séries iniciais foram boas com exceção da quinta série. Resolvia os problemas, mas não mentalmente.* *.No ensino fundamental a Matemática era muito fácil, eu não tive dificuldades, na minha opinião para resolver um problema basta ter muita atenção.* *.Normais, sempre fiz conta de cabeça, as conferia no papel.* *.Razoáveis.Um pouco. Não sempre que sabia o problema, resolvia naturalmente.* *.Tive um bom ensino, acompanhado de boas notas. Não tinha dificuldades s um transcrever os problemas.* *.UM pouco traumatizante, pois tinha dificuldades de transcrevê-los por isso só coloca o resultado.* *.No ensino fundamental eu entendia bem matemática e até tinha facilidade às vezes. E eu acho que eu me esforçava mais.* *.Durante as séries iniciais o desenvolvimento era bom, mas verificava-se o medo de errar, uma certa insegurança, porém, sem dificuldades na resolução e transcrição dos problemas.*

Alunos do 3° ano – Ensino Médio e Profissionalizante do Colégio Técnico da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e do Colégio Estadual Felipe dos Santos.	*.Foram tranqüilas, até chegar no CTUR, eu resolvia as questões com facilidade.* *.Tinha medo de errar e às vezes preferia não fazer ou copiar por medo de errar.* *.Sempre tive dificuldades em cálculos, às vezes em que tirava boas notas, eram as matérias que decorava só para as provas.* *.Eu ia bem, até tirava boas notas, mas, sempre tive medo de errar. Era melhor em humanas do que em exatas.* *.Era ótima, resolvia mentalmente também. Não apresentava dificuldade com números até então.* *.Meu Ensino Fundamental foi bom e nunca tive medo de errar, resolvia alguns problemas mentalmente e tinha dificuldades em transcrevê-los, mas se fizesse mais exercícios poderia melhorar.* *.Era excelente, nem precisa escrever, resolvia os cálculos e problemas difíceis para uma criança da minha idade. Isto até a 6ª série, depois passei a ter dificuldade.* *.Nunca tive grandes problemas, prestava atenção nas aulas e resolvia os cálculos naturalmente.* *.Nas minhas 1ª séries, não tive dificuldades nem em transcrever meus pensamentos, nem em resolver os problemas mentalmente.* *.Tinha bastante facilidade no Ensino Fundamental com média sempre acima de 7.0, e ótimo professor. Comecei a ter sérias dificuldades no 1° ano do 2° grau, acho q o professor selecionado colaborou para a decadência da mina média.* *.Sempre fui fraco em Matemática, só agora no 2° grau adquiri maturidade e paciência para raciocinar.* *.Ensino Fundamental resolvia os problemas mentalmente, não tinha medo de errar.* *Não tinha receio de errar, mas tinha dificuldades de transcrevê-los.* *.Tinha receio de errar, com muitas dificuldades em resolver as questões de Matemática.* *.Sempre tentava resolver pelos métodos mais simples, com*

	grande margem de acerto. *.Sim, porque é uma matéria que não gosto muito, por isso tenho dificuldade.* *.Não tinha receio de errar, tinha facilidade de resolver as questões, aprendia bem rápido.* *.Acredito que todos tenham dificuldade, eu, por exemplo, tenho um pouco.* *.Resolvia os problemas mentalmente com repostas.* *.Às vezes tinha dificuldades, mas com ajuda dos professores conseguia superar.* *.Tive dificuldade em assimilar as fórmulas.* *.Tinha muita dificuldade sobre a Matemática, eu não consigo entender a matéria, até presto atenção na explicação, mais chega na prova eu esqueço tudo.* *.Minha dificuldade em Matemática, vem pelo fato da minha escola primaria não ter me dado uma base curricular suficiente, para conseguir me desempenhar bem nas atividades do Ensino Médio.* *.Não tive receio de errar, pois sempre acreditei que é através do erro que se aprende. Tive um excelente Ensino Fundamental e suas conseqüências se repercutem até hoje.* *Nunca gostei de errar, fazia as contas simples de cabeça e o resto escrito.* *.Tinha receio de errar como a maioria das pessoas, mais procurava estudar para poder tirar boas notas.* *.Ficava muito nervosa, apesar de resolver os problemas mentalmente, sentia muita dificuldade na hora de passar para o papel.* *.Sempre tive problemas com a lógica Matemática, porém o medo de errar só veio depois, aumentando o número de erros significativamente.* *.Receio de errar acho que todos os alunos tem, mais na maioria das vezes resolvia mentalmente e transcrevia sem muitas dificuldades.*

ANEXO 2

QUESTIONÁRIO DA PESQUISA.

1 – Em Matemática você se considera?

Opções

A) Bom
B) Ótimo
C) Tem dificuldade
D) Tem muita dificuldade

2 – Como foram suas séries inicias em Matemática? Você tinha medo de errar? Resolvia mentalmente, porém tinha dificuldade de transcrevê-los?

3 – Como você aprende Matemática?

Opções
A) Fácil e rapidamente
B) Fácil gastando um pouco de tempo
C) Com muito esforço
D) Não consigo aprender Matemática

4 – Na sua avaliação a Matemática ensinada nas escolas é?

Opções
A) Tem muito haver com o dia-a-dia do aluno.
B) Não tem nada a ver com dia-a-dia do aluno.
C) Você não tem opinião formada.

5 – Qual a sua opinião sobre a Matemática nas escolas?

Opções
A) Gosta de esperar a explicação do professor.
B) Gosta de tentar resolver sozinho.
C) Você não gosta de enfrentar os desafios e por
isso não tenta fazer os problemas

6 – A Matemática se torna mais atraente quando você sabe onde aplicá-la? Por quê? Dê exemplos:

7 – Os problemas colocados para o ensino da matemática como, por exemplo, no estudo da função do 2° grau (problema do galinheiro), e no estudo de seqüências (problema do coelho)

Opções
A) Melhora seu interesse pela matemática
B) Melhora um pouco o seu interesse pela matemática.
C) Não muda em nada o seu interesse pela matemática

8 – Como você analisa a matemática relacionada com alta tecnologia? Como você observa os meios de comunicação com a Matemática?

Opções

A) Desnecessária, pois a máquina faz tudo
B) Importante para compreender todo o mundo
C) Não muda em nada o seu interesse pela matemática

9 – Como você observa os meios de comunicação em relação à Matemática?

Opções

A) Estimula a pessoa a procurar solução para alguns casos
B) Transmite tudo já resolvido, não nos fazendo pensar
C) Coloca os fatos de forma complicada conduzindo o não entendimento para as pessoas comuns

10 – Alguns professores trabalham a matemática contextualizada com situações cotidianas. Após o contato com esses professores, como você passou a enxergar a disciplina.

Opções
A) Aumentou seu interesse
B) Contribui para o entendimento da mesma
C) Continuo não gostando, pois não entendo
D) Gosto de Matemática de qualquer jeito

11 – Em relação ao ensino da matemática no ensino médio, como você relaciona os conteúdos que são ministrados.

Opções
A) Acha desnecessário para quem não vais fazer matemática
B) Importante só para ser aprovado no vestibular
C) Muitos deles não têm utilidade alguma
D) gostaria de saber onde aplica-los
E) É muito importante para o dia-a-dia

ANEXO 3

Resultados do SAEB

No ensino médio, 67% dos estudantes têm desempenho crítico em Matemática.

Dados fazem parte do Saeb, que está ocorrendo esta semana em todas as unidades da Federação

Dos estudantes brasileiros da 3ª série do ensino médio, na disciplina de Matemática, 62,6% foram classificados no estágio crítico e outros 4,8% no estágio muito crítico do aprendizado. No total, 67,4% dos alunos têm desempenho muito abaixo daquele desejado. No Brasil, no estágio considerado adequado para essa disciplina estão somente 6% dos alunos. Em Leitura, 42,1% dos alunos deste nível de ensino estão nessas mesmas faixas de desempenho.

No estágio muito crítico, em Matemática, os estudantes não conseguem ler e interpretar gráficos e usar as figuras geométricas planas, por exemplo. No estágio crítico, desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas estão muito aquém do que é desejado. Em Língua Portuguesa, os alunos no estágio crítico não são leitores competentes. Os dados fazem parte de uma nova leitura do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) 2001.

O problema é maior nas Regiões Norte e Nordeste, que possuem, respectivamente, 83,1% e 76,4% dos estudantes nos dois piores patamares de desempenho em Matemática. Segundo Carlos Henrique Araújo, diretor de Avaliação da Educação Básica do Inep, essa disparidade regional repete-se em todas as séries e disciplinas avaliadas. "Fica claro, pelos resultados, a necessidade de políticas específicas para o aumento da qualidade na educação nas regiões com os piores indicadores."

Jovens trabalhadores têm pior desempenho

O questionário aplicado pelo Saeb revela o perfil dos estudantes brasileiros e os fatores associados ao desempenho. Na 3ª série do ensino médio, 43% são homens e 57% mulheres. Em relação à raça, 49% declararam-se brancos, 37% pardos e 6% negros.

Quanto à escolaridade da mãe, 7% nunca estudou, 45% têm até o ensino fundamental completo e 27% até o ensino médio. A escolaridade dos pais é semelhante: 8% nunca estudou, 43% têm até o ensino fundamental e 23% o ensino médio.

Segundo dados do Saeb, a escolaridade dos pais é um dos fatores que influenciam o desempenho dos estudantes na escola. "Isso mostra a importância do investimento na alfabetização de adultos que o Ministério da Educação está realizando", afirma Luiz Araújo, presidente do Inep.

No que diz respeito ao acesso à informática, 66% dos jovens afirmaram que não têm computador em casa e 71% deles não dispõem de acesso à Internet. Quanto ao hábito de leitura, 65% disseram que no ano de realização do Saeb tinham lido algum livro de ficção e 83% leram, pelo menos, uma revista de informação geral.

Entre os jovens deste nível de ensino, 35% afirmaram que, além da escola, têm algum tipo de atividade profissional. Os estudantes que trabalham têm desempenho no estágio crítico em Língua Portuguesa e aqueles que não trabalham têm desempenho no estágio intermediário.

Os dados socioeconômicos demonstram que existem diferenças marcantes na comparação dos alunos com melhor e pior desempenhos. Entre aqueles que foram classificados no estágio muito crítico, 96% estudam em escolas públicas e 84% deles estão fora da idade correta para a série cursada. Entre os jovens com desempenho adequado, 76% estudam em escolas privadas e a taxa de atraso escolar é de 16%.

Saeb 2003 vai até sexta-feira

As provas do Saeb, realizadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC), serão aplicadas até sexta-feira (7/11). Todas as 27 unidades da Federação participam da avaliação. O Saeb verifica o rendimento dos alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio em Matemática e Língua Portuguesa. Responderão à prova e aos questionários socioeconômicos, cerca de 300 mil alunos de 6.270 escolas. Além disso, participarão 17 mil professores e 6.500 diretores.

Percentual de alunos nos estágios de construção de competências - Língua Portuguesa - 3ª série do ensino médio - Saeb 2001 - Brasil e Regiões

Estágio	**Brasil**	**Norte**	**Nordeste**	**Sudeste**	**Sul**	**Centro-Oeste**
Crítico	37,20	46,63	44,90	34,37	31,33	32,99
Intermediário	52,54	43,85	44,33	55,04	59,43	57,88
Adequado	5,34	2,45	3,23	6,43	6,26	6,02
Total	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**

Fonte: MEC/Inep/Daeb

Construção de competências e desenvolvimento de habilidades de leitura de textos de gêneros variados em cada um dos estágios - Língua Portuguesa - 3ª série do ensino médio

Muito Crítico	Não são bons leitores. Desenvolveram habilidades de leitura compatíveis entre a 4ª e a 8ª séries do ensino fundamental.
Crítico	Ainda não são bons leitores. Apresentam algumas habilidades de leitura, mas aquém das exigidas para a série (lêem apenas textos narrativos e informativos simples).
Intermediário	Desenvolveram algumas habilidades de leitura, porém insuficientes para o nível de letramento da 3ª série

	(textos poéticos mais complexos, textos dissertativo-argumentativos de média complexidade, texto de divulgação científica, jornalísticos e ficcionais; dominam alguns recursos lingüístico-discursivos utilizados na construção de gêneros).
Adequado	São leitores competentes. Demonstram habilidades de leitura compatíveis com as três séries do ensino médio (textos argumentativos mais complexos, paródias, textos mais longos e complexos, poemas mais complexos e cartuns e dominam recursos lingüístico-discursivos utilizados na construção de gêneros).

Percentual de alunos nos estágios de construção de competências - Matemática

3ª Série do ensino médio - Saeb 2001 - Brasil e Regiões

Estágio	**Brasil**	**Norte**	**Nordeste**	**Sudeste**	**Sul**	**Centro-Oeste**
Crítico	62,60	76,35	69,83	60,73	51,67	58,66
Intermediário	26,57	14,47	19,00	27,83	38,78	31,74
Adequado	5,99	2,40	4,61	6,79	7,12	6,57
Total	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**

Fonte: MEC/Inep/Daeb

Construção de competências e desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas em cada um dos estágios - Matemática - 3ª série do ensino médio

Muito Crítico	Não conseguem responder a comandos operacionais elementares compatíveis com a 3ª série do ensino médio (construção, leitura e interpretação gráfica; uso de propriedades de figuras geométricas planas e compreensão de outras funções).
Crítico	Desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem matemática específica, estando portanto aquém do exigido para a 3ª série do ensino médio (construção, leitura e interpretação gráfica; uso de algumas propriedades e características de figuras

	geométricas planas e resolução de funções logarítmicas e exponenciais).
Intermediário	Apresentam algumas habilidades de interpretação de problemas. Fazem uso de linguagem matemática específica, porém a resolução é insuficiente ao que é exigido para a 3ª série do ensino médio (reconhecem e utilizam alguns elementos de geometria analítica, equações polinomiais e reconhecem algumas operações dos números complexos).
Adequado	Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente; fazem uso correto da linguagem matemática específica. Apresentam habilidades compatíveis com a série em questão (reconhecem e utilizam elementos de geometria analítica, equações polinomiais e desenvolvem operações com os números complexos).