

**UFRRJ**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**DISSERTAÇÃO**

**Uma Proposta de Intervenção para Consolidação de  
Habilidades e Competências em Matemática no Âmbito da  
Avaliação Conhecer**

**Ramiro Marins**

**2020**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT**

**UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PARA CONSOLIDAÇÃO DE  
HABILIDADES E COMPETÊNCIAS EM MATEMÁTICA NO ÂMBITO  
DA AVALIAÇÃO CONHECER**

**RAMIRO MARINS**

*Sob a Orientação do Professor*

**Orlando dos Santos Pereira**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ  
Setembro de 2020

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M337p      Marins, Ramiro, 1980-  
              Uma proposta de intervenção para consolidação de  
habilidades e competências em matemática no âmbito da  
avaliação Conhecer / Ramiro Marins. - Seropédica, 2020.  
              110 f. : il.

              Orientador: Orlando dos Santos Pereira.  
Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural  
do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, 2020.

              1. Habilidades matemáticas. 2. Avaliação. 3.  
Atividades lúdicas. 4. Situações-problemas. I. dos  
Santos Pereira, Orlando, 1976-, orient. II  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
PROFMAT III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

**RAMIRO MARINS**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 28/09/2020.

**Conforme deliberação número 001/2020 da PROPPG, de 30/06/2020**, tendo em vista a implementação de trabalho remoto e durante a vigência do período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais, em virtude das medidas adotadas para reduzir a propagação da pandemia de Covid-19, nas versões finais das teses e dissertações as assinaturas originais dos membros da banca examinadora poderão ser substituídas por documento(s) com assinaturas eletrônicas. Estas devem ser feitas na própria folha de assinaturas, através do SIPAC, ou do Sistema Eletrônico de Informações (SEI) e neste caso a folha com a assinatura deve constar como anexo ao final da tese / dissertação.

Banca examinadora:

Orlando dos Santos Pereira. Dr. UFRRJ  
(Orientador-Presidente)

Montauban Moreira de Oliveira Junior. Dr. UFRRJ  
(Membro interno)

Emerson Souza Freire. Dr. UFF  
(Membro externo)



**Dedico este trabalho a minha mãe  
e aos meus irmãos, que sempre me  
apoiaram incondicionalmente em  
todos os momentos de minha vida.**

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente ao meu Senhor Deus por me proporcionar mais essa vitória e estar sempre ao meu lado em todos os momentos da minha vida, proporcionando-me saúde, fé, força e perseverança.

Agradeço à minha mãe por todo amor e apoio. Aos meus irmãos Ricardo, Rogério (em memória) e Reginaldo por exercem muito bem o papel de irmãos/amigos, e pela compreensão de minha ausência em momentos familiares. Agradeço também a minha namorada Carla por toda ajuda, apoio e compreensão.

Agradeço à cada um dos meus professores do PROFMAT/UFRRJ que se mostraram dedicados nos acolhendo de forma muito respeitosa e profissional, principalmente ao meu professor orientador Orlando dos Santos Pereira por suas importantes orientações, pelo constante incentivo e pelo carisma evidente.

Agradeço também aos meus colegas das turmas 2016 e 2018. O caminho não foi fácil, como vocês sabem muito bem. Esses quase cinco anos foram de muitas lutas e superação a cada etapa, mas consegui superar todas as dificuldades, e sem o apoio de vocês isso seria quase que impossível. Em especial aos meus grandes amigos Maia, Marcos Vinícius e Robson Ricardo, vocês são especiais e me proporcionaram a motivação necessária para essa grande vitória.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

Obrigado.

## RESUMO

MARINS, Ramiro. **Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação Conhecer**. 110p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

Este trabalho abordou habilidades matemáticas identificadas, no âmbito da avaliação Conhecer, como insuficientes ou pouco desenvolvidas em alunos concluintes do Ensino Médio em doze turmas de uma escola da rede estadual de educação do Rio de Janeiro. Essa avaliação se constitui em um instrumento quantitativo usado pela Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ) para aferição da qualidade da educação, a partir da mensuração de habilidades e competências das áreas de Língua Portuguesa e Matemática. O objetivo geral foi propor uma intervenção pontual nessas habilidades identificadas, utilizando para isso atividades lúdicas e atividades que envolvam situações-problemas integrando tais habilidades com os atuais conteúdos previstos no currículo para a série em questão. A metodologia utilizada buscou explorar uma investigação acerca da importância das habilidades matemáticas para os alunos concluintes da educação básica, assim como a importância da avaliação como um dos instrumentos de intervenção disponível na educação. Essa pesquisa teve como justificativa as possíveis dificuldades apresentadas em se integrar determinados conteúdos da matemática previstos em momentos distintos da educação básica, o que pode desestimular a ação do docente na intervenção para recuperação de habilidades tidas como essenciais para o prosseguimento da vida acadêmica e/ou profissional após a conclusão do ensino médio, como ficou evidenciado na pesquisa realizada com docentes que é tratada no capítulo 2 deste trabalho. Com isso, esse trabalho buscou responder à seguinte questão: é possível desenvolver habilidades previstas para serem trabalhadas em séries anteriores, de forma a não comprometer o programa previsto para a atual fase de desenvolvimento? Para o desenvolvimento dos argumentos que compõem este trabalho foram utilizados como referencial teórico autores como Hoffmann, Perrenoud, Luckesi, Pires, entre outros, e também os documentos legais previstos na legislação brasileira, como a Base Nacional Comum Curricular e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Refletir sobre a importância das habilidades matemáticas para a vida em sociedade, assim como os instrumentos disponíveis para a identificação de possíveis falhas na aquisição dessas habilidades, permite que os envolvidos na trajetória da educação enxerguem a necessidade da avaliação continuada, reavaliação e recuperação do aprendizado. Através do desenvolvimento deste estudo, e com as atividades de intervenção propostas no final deste trabalho, foi possível observar a possibilidade de integração de diversos conteúdos da matemática na educação básica, buscando o resgate de habilidades pouco desenvolvidas sem o prejuízo de desenvolvimento das novas habilidades previstas.

**Palavras-Chave:** Habilidades matemáticas, avaliação Conhecer, atividades lúdicas.

## ABSTRACT

MARINS, Ramiro. **An intervention proposal to consolidate mathematical skills and competences in the scope of the Conhecer assessment.** 110p. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

This research analyzed mathematical skills considered insufficient or underdeveloped (according to Conhecer test) in high school students from twelve classes of a public school in the state of Rio de Janeiro. This assessment is a quantitative instrument used by the State Education Secretariat of Rio de Janeiro (SEEDUC / RJ) to measure the quality of education, based on the measurement of skills and competences in the areas of Portuguese and Mathematics. The main objective was to propose an intervention in these identified mathematical skills using for that playful learning and problem situations. The methodology used here explored an investigation on the importance of mathematical skills for high school students, as well as the importance of tests as one of the intervention instruments in education. The justification for carrying out this research was the possible difficulties to integrate certain mathematical content from different moments of basic education which can discourage the teacher action in the intervention to recover skills considered essential for the continuation of academic and/or professional life after completing high school, as evidenced in the research carried out with teachers covered in chapter 2 of this work. This work aimed to answer a question: Is it possible to develop the skills that are expected to be worked on in the previous years, without, however, compromising the program from the current stage of development? For the development of the arguments in the present work, authors such as Hoffmann, Perrenoud, Luckesi, Pires, among others, were used as a theoretical framework, as well as the legal documents from Brazilian legislation, such as the “Common National Curricular Base” and the “Law of National Education Guidelines and Bases”. Reflecting on the importance of mathematical skills for life in society, as well as the instruments available for the identification of possible failures in the acquisition of these skills, allows those involved in the educational trajectory to see the need for continuous assessment, reevaluation and recovery of learning. Through this research, and with the intervention activities proposed here, it was possible to observe the possibility of integrating different mathematical contents in basic education, seeking to rescue skills that are still underdeveloped without prejudice to the development of new skills.

**Keywords:** Math skills, evaluation Conhecer, playful learning.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CHARGE DO LUTE SOBRE EDUCAÇÃO NO BRASIL (07/12/2016)...	46
FIGURA 2 - PLANO CARTESIANO FEITO COM CARTELAS DE OVOS .....	47
FIGURA 3 - BARALHO MÁGICO .....	50
FIGURA 4 - MARCAÇÃO DAS ESCOLHAS NO BARALHO MÁGICO .....	51
FIGURA 5 - EXEMPLOS DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS .....	54
FIGURA 6 - REGIÕES FEITAS DE TNT E CARTOLINA .....	56
FIGURA 7 - REGIÕES FEITAS DE TNT .....	57
FIGURA 8 - ÁREA DAS REGIÕES FEITAS DE CARTOLINA AZUL .....	57
FIGURA 9 - ÁREA DAS REGIÕES FEITAS DE CARTOLINA AMARELA .....	58
FIGURA 10 - ÁREA DAS REGIÕES FEITAS DE CARTOLINA LARANJA .....	58
FIGURA 11 - ÁREA DAS REGIÕES FEITAS DE CARTOLINA BRANCA .....	59
FIGURA 12 - JOGO DE TABULEIRO DA RETA NUMÉRICA.....	61
FIGURA 13 - FORMANDO TRIÂNGULOS RETÂNGULOS .....	63
FIGURA 14 - ELIMINANDO QUADRADOS .....	65
FIGURA 15 - GRÁFICO LANÇAMENTOS X QUADRADINHOS.....	66
FIGURA 16 - RECORTES DE PAPEL QUADRICULADO .....	68
FIGURA 17 - COMO RETARDAR O PICO DA EPIDEMIA .....	72
FIGURA 18 - MODELO DE CURVA DE CONTÁGIO.....	74
FIGURA 19 - COVID-19 NO BRASIL EM 19/04/2020.....	76

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - AVALIAÇÃO SAERJINHO (2011 ATÉ 2015).....	28
GRÁFICO 2 - AVALIAÇÃO CONHECER DIAGNÓSTICA (2019).....	29
GRÁFICO 3 - AVALIAÇÃO CONHECER EXPLORATÓRIA (2019).....	29
GRÁFICO 4 - PERCENTUAL DE PROFESSORES QUE TIVERAM ACESSO AO RESULTADO DA AVALIAÇÃO CONHECER DIAGNÓSTICA.....	32
GRÁFICO 5 - PERCENTUAL DE PROFESSORES QUE TRABALHARAM COM AS HABILIDADES IDENTIFICADAS COMO DEFICITÁRIAS OU POUCO DESENVOLVIDAS .....	33

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - CURRÍCULO MÍNIMO DA REDE ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO .....	22
QUADRO 2 - HABILIDADES ANALISADAS PELA AVALIAÇÃO SAERJINHO.....	25
QUADRO 3 - HABILIDADES ANALISADAS PELA AVALIAÇÃO CONHECER.....	26
QUADRO 4 - PERCENTUAL DE ACERTOS NAS AVALIAÇÕES CONHECER DE 2019.....	31
QUADRO 5 – ATIVIDADE LÚDICA 1: PROBABILIDADE NO PLANO CARTESIANO COM CARTELAS DE OVOS .....	47
QUADRO 6 – ATIVIDADE LÚDICA 2: BARALHO MÁGICO .....	50
QUADRO 7 - REPETIÇÕES DE PERGUNTAS NA ATIVIDADE DO BARALHO MÁGICO .....	55
QUADRO 8 – ATIVIDADE LÚDICA 3: PROBABILIDADE COM USO DE ÁREA DE REGIÕES PLANAS .....	55
QUADRO 9 – ATIVIDADE LÚDICA 4: JOGO DE TABULEIRO PARA POSICIONAR NÚMEROS REAIS EM UMA RETA.....	60
QUADRO 10 – ATIVIDADE LÚDICA 5: FORMANDO TRIÂNGULOS COM CANUDOS .....	62
QUADRO 11 – ATIVIDADE LÚDICA 6: ELIMINANDO QUADRADOS .....	64
QUADRO 12 - LANÇAMENTOS DE QUADRADOS .....	66
QUADRO 13 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 1: RECORTES DE PAPEL QUADRICULADO .....	68
QUADRO 14 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 2: ATENDENDO CLIENTES COM CARRO DE APLICATIVO.....	69
QUADRO 15 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 3: PA NA FILA DE EMPREGO.....	71
QUADRO 16 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 4: CURVA DE CONTÁGIO DO COVID-19. ....	72
QUADRO 17 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 5: CURVA DE CONTÁGIO DO COVID-19 (MODELO 2).....	74
QUADRO 18 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 6: INFECÇÃO POR BACTÉRIAS.....	75
QUADRO 19 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 7: CASOS DE INFECÇÃO DE COVID-19.....	76
QUADRO 20 - TAXA DE LETALIDADE COVID-19.....	77

QUADRO 21 - DIVISÃO PROPORCIONAL DE RESPIRADORES.....	78
QUADRO 22 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 8: ÁREA DE UM TERRENO .....	79
QUADRO 23 - TESTES DE VALORES INTEIROS PARA X.....	79
QUADRO 24 - SITUAÇÃO-PROBLEMA 9: INDENIZAÇÃO TRABALHISTA .....	80
QUADRO 25 - VALORES DAS INDENIZAÇÕES .....	81

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEB	Câmara de Educação Básica
CNE	Conselho Nacional de Educação
DCNEB	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índices da Educação Básica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
MEC	Ministério da Educação
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PPP	Projeto Político-Pedagógico
SEEDUC	Secretaria Estadual de Educação
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	14
1. HABILIDADES E COMPETÊNCIAS EM MATEMÁTICA.....	16
1.1. Currículo mínimo da 3ª série do Ensino Médio adotado na Rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro .....	21
1.2. Habilidades analisadas pelas avaliações externas na Rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro .....	24
1.3. Resultados das avaliações externas Saerjinho e Conhecer.....	26
1.4. Comparação entre as avaliações Saerjinho e Conhecer .....	30
2. PESQUISA COM DOCENTES.....	31
3. AVALIAÇÃO: POR QUE AVALIAR? .....	36
4. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PARA CONSOLIDAÇÃO DE HABILIDADES EM MATEMÁTICA.....	43
4.1. Cronograma da proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer. ....	44
4.2. Atividades Lúdicas propostas para a 1ª fase.....	45
4.3. Situações-problemas propostas para a 2ª fase.....	66
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	81
REFERÊNCIAS .....	83
OUTRAS FONTES CONSULTADAS .....	86
APÊNDICE - Pesquisa com docentes.....	87
ANEXO A – Avaliação Conhecer Diagnóstica (2019) .....	90
ANEXO B – Avaliação Conhecer Exploratória (2019).....	99

## INTRODUÇÃO

O foco deste estudo é apresentar uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades em Matemática, tendo-se por base a Avaliação Conhecer. Essa avaliação se constitui em um instrumento quantitativo usado pela Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ) para aferição da qualidade da educação, a partir da mensuração de habilidades e competências das áreas de Língua Portuguesa e Matemática.

O objetivo geral da Avaliação Conhecer é averiguar, por meio da aplicação de uma prova com 26 questões de cada uma das áreas (Língua Portuguesa e Matemática), quais saberes não foram consolidados ou foram pouco desenvolvidos até aquele momento. Os resultados dessa avaliação servem como parâmetro para que a instituição escolar possa adotar estratégias pedagógicas para correção de eventuais deficiências e lacunas ocorridas no processo de aprendizagem.

A vivência escolar do aluno é percebida de perto por seus professores, e esses, ao longo de todo processo educacional, deve lançar mão de instrumentos que busquem avaliar e reavaliar, buscando enxergar, através desses instrumentos, os aspectos cognitivos de cada aluno a fim de propor aprendizagens baseadas em habilidades e competências definidas pela comunidade escolar e assim, iniciando por estas, estruturar condutas a serem almejadas por professores e alunos a fim de se buscar:

Reorientação imediata da aprendizagem, caso sua qualidade se mostre insatisfatória e caso o conteúdo, habilidade ou hábito, que esteja sendo ensinado e aprendido, seja efetivamente essencial para a formação do educando; o encaminhamento dos educandos para passos subsequentes da aprendizagem, caso se considere que, qualitativamente, atingiram um nível satisfatório no que estava sendo trabalhado (LUCKESI apud ROMÃO, 2008, p. 95).

Neste estudo, em especial, analisam-se os resultados da prova de Matemática da avaliação Conhecer em sua etapa diagnóstica, tendo por base os resultados do ano de 2019, em que foram verificados déficits de aprendizagem em relação à aquisição de algumas habilidades e competências.

A fase de escolaridade escolhida é o 3º ano do Ensino Médio. Escolheu-se essa série porque esse é o último ano da Educação Básica e entende-se que é

imprescindível que o aluno conclua essa etapa, de modo que o pensamento matemático tenha se desenvolvido, em termos de raciocínio, comunicação, argumentação e representação de conceitos e ideias matemáticas para aplicação na prática, conforme disposto na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC, 2017, página 30) que dispõe o seguinte: “no Ensino Médio espera-se promover consolidação das habilidades do Ensino Fundamental e letramento matemático, de modo que os princípios e conceitos da disciplina possam ser entendidos no uso prático e cotidiano”. Assim, ao se perceber a existência de lacunas de conhecimento e deficiência de consolidação de determinadas habilidades, a partir da Avaliação Conhecer, levantou-se o seguinte questionamento: como desenvolver habilidades previstas para serem trabalhadas em séries anteriores, de forma a não comprometer o atual programa previsto para a atual fase de desenvolvimento?

O objetivo geral do estudo é apresentar proposta de intervenção para revisão das habilidades identificadas pela Avaliação Conhecer em sua fase diagnóstica, tidas como insuficientes, de modo integrado ao currículo previsto para a fase analisada (3º ano do Ensino Médio) de uma escola da rede estadual de educação do Rio de Janeiro.

Essa pesquisa teve como população amostral alunos do terceiro ano do ensino médio da rede estadual de ensino do Rio de Janeiro, em doze turmas do ensino regular em uma escola localizada na zona oeste do município do Rio de Janeiro.

A avaliação Conhecer em sua fase diagnóstica, aplicada em 2019, detectou deficiência nas treze habilidades propostas, que são conceitos do Ensino Fundamental e/ou de séries anteriores ao 3º ano do ensino médio.

A proposta de intervenção consiste na realização de atividades lúdicas e de atividades que visam a simulação de situações-problemas, buscando o protagonismo do aluno, interação entre seus pares e dinamizando o conhecimento na revisão dos conteúdos. A proposta é que essa intervenção ocorra ao longo do período que intercala a primeira e segunda avaliação Conhecer (diagnóstica e exploratória, respectivamente) e trabalhará de forma integrada ao currículo atual e será intitulada “Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer”.

Trata-se de uma pesquisa quantitativa-descritiva e de intervenção, em que as habilidades com menores índices de desempenho, identificadas na primeira avaliação (diagnóstica), serão escolhidas como objetos de trabalho com intuito de se avançar,

de forma significativa, no desempenho da segunda avaliação (exploratória). Este estudo se justifica devido à sua relevância pedagógica e social, uma vez que a Matemática faz parte da vida e o domínio de seus conceitos é fundamental para resolução de situações cotidianas. Assim, entende-se que ao se promover educação Matemática plena se contribui para o efetivo exercício da vida cidadã.

O presente trabalho é composto por quatro capítulos. No primeiro, o foco foi tratar das habilidades e competências presentes no estudo da Matemática da educação básica, na Base Nacional Comum Curricular, no currículo mínimo previsto na 3ª série do ensino médio da rede estadual de educação do Rio de Janeiro e nas avaliações externas realizadas também pela rede estadual de educação do Rio de Janeiro. No segundo capítulo, é apresentada uma pesquisa e seus resultados, realizada com docentes da rede estadual de educação do Rio de Janeiro a respeito da avaliação externa aplicada em 2019. Já o terceiro capítulo apresenta uma visão dos aspectos da avaliação na visão de educadores que compõem o referencial teórico. Por fim, o quarto capítulo apresenta uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em Matemática.

## **1. HABILIDADES E COMPETÊNCIAS EM MATEMÁTICA**

Este capítulo aborda as habilidades e competências em Matemática previstas para o Ensino Fundamental e Ensino Médio segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). É necessário que se faça retomada dos conteúdos previstos para o nível fundamental porque, conforme a BNCC para o Ensino Médio (2017), o pensamento matemático não se desenvolve de forma isolada, sendo necessário mobilizar mais de um conteúdo ou saberes para resolver situações-problemas. Assim, os conceitos estudados na educação fundamental devem ser consolidados na educação média, de modo a promover letramento em matemática.

Desse modo, a BNCC determina que a área de Matemática e suas Tecnologias amplie e aprofunde os conhecimentos e as aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental, ou seja, os conteúdos relativos a Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística que são as unidades previstas para estudo nessa fase de escolaridade. Tais aprendizagens são essenciais para o prosseguimento nos estudos do Ensino Médio, em que os discentes

deverão desenvolver uma percepção matemática, mais globalizada que a etapa fundamental. Assim, é necessário que as aquisições fundamentais estejam devidamente consolidadas para que a educação média possa fluir adequadamente.

O Ensino Fundamental de Nove anos prevê estudo das seguintes áreas: Números, Álgebra, Geometria e Grandezas e Medidas, de modo a se adquirir habilidades e competências necessárias ao prosseguimento de estudos posteriores.

Em termos de Números, espera-se que, no Ensino Fundamental, sejam desenvolvidas habilidades relativas ao pensamento numérico, de forma a ampliar o significado e entendimento sobre operações matemáticas, por meio do estudo de números naturais, inteiros, racionais e reais e, resolução de situações-problemas contextualizadas e interligadas tanto à área de Matemática como com outras áreas de conhecimento.

Em relação à Álgebra, as habilidades desenvolvidas devem se relacionar à percepção de relação de dependência entre grandezas, com uso de escrita algébrica, além de resolução de problemas, por meio do uso de equações e inequações.

Já em termos de pensamento geométrico, as habilidades a serem desenvolvidas estão ligadas ao uso do plano cartesiano e à interpretação e representação de uma figura, de modo a identificar transformações de medidas e elaborar ampliações e reduções de figuras. Também, é preciso conhecimento sobre relações de congruência e semelhança, com o objetivo de resolução de problemas em contextos diversos.

A área de Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental determina aquisição da noção de medida, por meio do estudo de diferentes grandezas, para desenvolvimento de noções de cálculo de perímetro e área de superfícies planas e volume de alguns sólidos geométricos. Além disso, também estudam-se noções de proporcionalidade, probabilidade e estatística.

Destaca-se ainda que a BNCC recomenda o uso de tecnologias tais como calculadoras e planilhas eletrônicas desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, de modo a favorecer o desenvolvimento do pensamento computacional nos anos finais em que os discentes deverão dominar a elaboração de fluxogramas e algoritmos.

O foco do Ensino Médio é promover construção de uma perspectiva Matemática aplicada à realidade e contextualizada com situações de vida. Os

estudantes devem desenvolver habilidades de reflexão e abstração que forneçam “sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos criativo.” (BNCC, 2017, p. 519). Para isso, os discentes devem desenvolver “habilidades investigativas e de construção e resolução de problemas” (idem). É imprescindível, conforme a BNCC, que cada um adquira seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar e comunicar, por meio de validações técnicas cada vez mais elaboradas, envolvendo os conceitos matemáticos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) prevê aquisição de cinco competências específicas em matemática, básicas para o Ensino Médio, conforme a seguir:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos (Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística), para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

(BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. BNCC, 2017 página 523)

Cada habilidade em matemática está ligada a uma ou mais competências previstas na BNCC. Apesar de uma habilidade poder fazer parte de mais de uma competência, elas foram interligadas a somente uma, a que apresentou maior

afinidade. A aplicação de instrumentos como a Avaliação Conhecer visa investigar as habilidades que necessitam ser consolidadas, e estas se mostram, por sua vez, ligadas às competências fundamentais para a vida em sociedade. No presente estudo, conforme relacionado no Quadro 3, as habilidades trabalhadas se relacionam de forma direta e/ou indireta com cada uma das cinco competências previstas pela BNCC.

Segundo a Base, o desenvolvimento da competência específica 1 fornece ao estudante condições de interpretar e compreender a realidade em sua volta, dando-lhe condições de fazer julgamentos de dados e fatos devidamente fundamentados, contribuindo inclusive para sua formação científica e crítica. Apenas como exemplo, um bom desenvolvimento dessa competência pode ser visto claramente nos dias atuais para a correta interpretação de notícias divulgadas em meios de comunicação, principalmente nas crescentes redes sociais, evitando assim possíveis danos que podem ser causados pelas famigeradas *Fake News* que tanto têm se mostrado maléfica à nossa sociedade. Já a competência específica 2, segundo a BNCC, trabalha a questão social e ambiental, incentivando o estudante a ser mais participativo em situações nessa esfera, favorecendo o debate democrático com seus pares e em frentes como pesquisas e ações de urgência social. Um outro exemplo atual que pode ser relacionado com essa competência é o cenário de pandemia que a sociedade mundial vive, onde os estudantes podem aplicar os conceitos matemáticos para tentar prever, e assim minimizar, os impactos da doença nas localidades onde moram.

A competência 3 busca o desenvolvimento de uma correta interpretação e formulação de problemas, elaboração de modelos matemáticos para diversas situações da natureza humana, estimulando então o enfrentamento de problemas cotidianos na vida de cada estudante de maneira mais racional e científica, construindo significados, estimulando diferentes processos cognitivos e mobilizando os conhecimentos e habilidades já adquiridas pelos discentes. Na competência específica 4 são tratadas as linguagens matemáticas e suas diversas formas. Trata de problemas que podem ser vistos e encarados por diversas frentes matemáticas, potencializando então a capacidade de resolver situações problemas no dia-a-dia de cada estudante. Essa competência pode se relacionar com diversas situações na vida,

onde o estudante precise simplificar um problema para poder resolvê-lo, mas para isso precisa ter um olhar distinto do comum.

Por fim, a competência específica 5 trata de conjecturas e a necessidade de busca por suas demonstrações, estimulando novamente o espírito investigativo e de formulações de argumentos sólidos que possam validar determinado achismo. As conjecturas trabalhadas procuram a manipulação e simulação de materiais concretos, deixando o estudante mais próximo da realidade e fugindo dos argumentos prontos.

No Ensino Médio, os diferentes campos da Matemática estão interligados de forma mais complexa, sendo proposto nessa etapa a articulação entre os campos da Aritmética, da Álgebra, da Geometria, da Probabilidade e Estatística e das Grandezas e Medidas, de modo a serem interligados a pares de ideias fundamentais em que são analisados os princípios de: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações.

O par variação/constância se liga à observação, imaginação, abstração e reconhecimento de semelhanças e diferenças, observando as mudanças e permanências, de modo a expressar ou representar padrões. O par certeza/incerteza liga-se ao estudo de fenômenos aleatórios, estimativas, estatísticas e conceitos argumentativos em Álgebra e Geometria.

O par movimento/posição está ligado à localização de números em retas e representações de figuras no plano cartesiano e no formato tridimensional e as noções de direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularidade e transformações geométricas. Já o par relações/inter-relações se liga aos conceitos de proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, escalas, divisão em partes proporcionais. Dessas inter-relações se amplia para a noção de função, que se constitui em uma noção mais complexa e integrada de conceitos matemáticos. A BNCC para o Ensino Médio destaca as seguintes formas de trabalhar inter-relações:

Os movimentos de figuras, como as reflexões em retas, rotações e translações, podem ser expressos por funções, em trabalhos no plano cartesiano, por exemplo. Inter-relações devem ser destacadas, por exemplo, entre a Estatística e a Probabilidade, a Álgebra e a Geometria. A própria ideia de medida pode ser definida como uma função que associa um número real positivo (correspondente a certa quantidade de unidades) a um comprimento, área ou volume. As medidas estatísticas também são inter-relações que, por um lado, promovem a ampliação de significado aos tópicos matemáticos e, por outro, propiciam acesso à matemática estrutural, como as relações de equivalência, ordem e semelhança.

Desse modo, a escolarização promovida no Ensino Médio também deve se voltar para consolidar os conceitos matemáticos e habilidades adquiridas no Ensino Fundamental, de forma que o educando adquira letramento matemático, ou seja, se torne capaz de usar os conceitos e ideias da disciplina na vida prática (BNCC, 2017, Ensino Médio). Entende-se então que déficits matemáticos devem ser solucionados, com vistas a não prejudicar a vida cidadã e as práticas sociais futuras.

A Base destaca, ainda, que é possível que alguns alunos do Ensino Médio não dominem ou apresentem dificuldades, em termos de aquisição dos conceitos do Ensino Fundamental. Contudo, isso não deve se constituir em entrave para desenvolvimento dos conteúdos previstos para a etapa final da Educação Básica. Conforme o norteador Curricular, são previstas competências médias em que os conteúdos do fundamental são retomados de forma mais ampla, de modo a integrar os conceitos.

Tal pressuposto se constitui em ideia-chave da presente proposta que tem como foco promover integração entre o currículo do 3º ano do Ensino Médio com conceitos adquiridos, de forma deficitária, no Ensino Fundamental e/ou em séries anteriores do Ensino Médio, a partir dos dados recolhidos pela Avaliação Conhecer em sua fase diagnóstica e ainda, considerando como obrigatório o cumprimento do currículo mínimo estabelecido pela rede estadual, descrito no tópico que segue.

### **1.1. Currículo mínimo da 3ª série do Ensino Médio adotado na Rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro**

Desde 2012 a Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ) utiliza como balizador um documento intitulado “Currículo Mínimo” que é a referência de todas as escolas da rede para desenvolvimento de conteúdo, plano de curso, aulas, habilidades e competências em todas as disciplinas previstas que compõem o currículo escolar (SEEDUC/RJ, 2012).

Este documento foi disponibilizado para todos os professores da rede estadual de educação e foi elaborado ao longo do ano de 2011 com a participação e colaboração de professores próprios da rede estadual de educação de, pelo menos, doze escolas da rede localizadas em diversas regiões do Estado do Rio de Janeiro. No tocante à parte da Matemática, a elaboração do documento foi coordenada pelo mestre José Roberto Julianelli, professor do CaP/UERJ e do Colégio Pedro II, com

apoio dos articuladores Thiago Maciel de Oliveira, Doutor professor de Matemática do Colégio Militar do Rio de Janeiro e professor assistente do CaP/UERJ, e Raquel Costa da Silva Nascimento, Mestre em Matemática e, na época, Diretoria de Articulação Curricular/SEEDUC (Currículo Mínimo – SEEDUC/RJ e Plataforma Lattes).

Tal documento traz todo o conteúdo considerado pela equipe como básico e essencial para o desenvolvimento da educação de cada uma das séries que compõe a educação básica nos ensinos fundamental e médio. O documento ainda cita que o conteúdo a ser trabalhado em sala de aula também deve levar em conta as peculiaridades de cada escola, clientela e a sociedade/comunidade em que ela está inserida.

Segundo tal documento, os conteúdos de matemática nele previstos e listados levaram em consideração sugestões e críticas recebidas por profissionais da educação (professores, coordenadores, pedagogos, etc), pela da sociedade em geral interessada (pais, alunos, representantes de classes, etc), os conteúdos nos livros aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), e também as matrizes de referências de avaliações como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), visto que:

A organização Curricular deve criar um ambiente escolar que possa ser caracterizado como um espaço em que, além de buscar dados e informações, as pessoas tenham possibilidade de construir seu conhecimento e desenvolver sua inteligência com suas múltiplas competências (PIRES, 2000).

Em Matemática, as habilidades e competências a serem desenvolvidas na 3ª série do ensino médio, segundo o caderno de atividades autorreguladas elaborado pela SEEDUC/RJ, foram organizadas da seguinte maneira:

**Quadro 1** - Currículo Mínimo da rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro

<b>1º BIMESTRE</b> (fevereiro, março e abril)	<b>2º BIMESTRE</b> (maio, junho e julho)	<b>3º BIMESTRE</b> (agosto e setembro)	<b>4º BIMESTRE</b> (outubro, novembro e dezembro)
- Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples.	- Resolver problemas utilizando a probabilidade da união de eventos e a probabilidade de eventos complementares.	- Identificar e conceituar a unidade imaginária.  - Identificar o conjunto dos números complexos e	- Identificar e determinar o grau de um polinômio.  - Calcular o valor numérico de um polinômio.

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo da contagem na resolução de problemas.</li> <li>- Identificar e diferenciar os diversos tipos de agrupamentos.</li> <li>- Calcular a probabilidade de um evento.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolver problemas envolvendo probabilidade condicional.</li> <li>- Compreender os conceitos básicos de estatística: população, amostra, frequência absoluta e frequência relativa.</li> <li>- Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linhas, de barras e de setores.</li> <li>- Resolver problemas envolvendo o cálculo da média aritmética, mediana e moda.</li> <li>- Resolver problemas envolvendo cálculo de desvio-padrão.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>representar um número complexo na forma algébrica.</li> <li>- Calcular expressões envolvendo as operações com números complexos na forma algébrica.</li> <li>- Calcular potências de expoente inteiro da unidade imaginária</li> <li>- Resolver problemas utilizando o cálculo da distância entre dois pontos.</li> <li>- Identificar e determinar as equações geral e reduzida de uma reta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Efetuar operações com polinômios. - Utilizar o teorema do resto para resolver problemas.</li> <li>- Utilizar o dispositivo prático de Briot-Ruffini na divisão de polinômios.</li> <li>- Resolver equações polinomiais utilizando o teorema fundamental da álgebra e o Teorema da Decomposição.</li> <li>- Representar graficamente uma função polinomial.</li> <li>- Utilizar as Relações de Girard para resolver equações polinomiais.</li> <li>- Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações.</li> <li>- Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio.</li> </ul>
--	---	--	--

Fonte: Cadernos de Atividades Autorreguladas – SEEDUC/RJ

Este trabalho trata das habilidades não consolidadas, ou pouco desenvolvidas, identificadas pela Avaliação Conhecer em sua fase diagnóstica, que ocorre no mês de abril, portanto, no final do período do 1º bimestre escolar da rede estadual de educação do Rio de Janeiro. A proposta de intervenção foi programada para se estender até a aplicação da fase exploratória da Avaliação Conhecer que ocorre em meados do mês de agosto. Dessa forma, os conteúdos previstos para a 3ª série do Ensino Médio (série alvo da pesquisa) no período entre a avaliação diagnóstica e a exploratória abrangem o estudo de probabilidades e estatística.

## **1.2. Habilidades analisadas pelas avaliações externas na Rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro**

Inicialmente, há de se esclarecer que podemos identificar dois grupos de avaliações ao qual um aluno da Rede Estadual de Educação passa ao longo de sua trajetória escolar na Rede. Um grupo é composto por avaliações classificadas como internas, caracterizadas, especialmente, por serem elaboradas, analisadas e aplicadas pelo professor direto do aluno. O outro grupo é composto por avaliações classificadas como externas pois, ao contrário das avaliações do primeiro grupo, essas avaliações são elaboradas e aplicadas por agentes externos ao ambiente escolar com o qual o aluno convive diretamente. O Governo do Estado do Rio de Janeiro, através da Secretaria Estadual de Educação, realizou, desde o ano de 2008 até início do ano de 2016, a avaliação externa denominada Saerjinho. Tal avaliação buscou medir o desempenho escolar, no que diz respeito à consolidação de habilidades, dos alunos matriculados na rede estadual de educação. No início do ano de 2016 a SEEDUC/RJ suspendeu tal processo de avaliação, situação essa que se estendeu até o ano de 2018. No ano de 2019, a SEEDUC/RJ implantou um novo processo de avaliação externa, dessa vez denominado Conhecer. Tais avaliações, no âmbito da Matemática, são compostas por questões objetivas que buscam medir o conhecimento dos alunos em determinadas habilidades.

As avaliações denominadas Saerjinho tiveram suas aplicações nos três primeiros bimestres escolar de cada ano no período de 2008 até 2015. No ano de 2016 houve apenas a aplicação no 1º bimestre. As habilidades avaliadas em Matemática eram distintas em cada avaliação, podendo ou não haver repetição na avaliação de uma ou outra habilidade. Não foram encontrados nos sites de informações oficiais do Governo do Estado do Rio de Janeiro, nem da SEEDUC/RJ, dados das avaliações dos anos de 2008 até 2010 e da única avaliação realizada no ano de 2016. Nos dados disponíveis encontrados, foram identificados códigos de 47 habilidades avaliadas em turmas da 3ª série do ensino médio, mas somente em 23 códigos foram identificadas suas legendas/significados conforme quadro a seguir:

**Quadro 2 - Habilidades Analisadas pela Avaliação Saerjinho**

<b>Código</b>	<b>Descrição</b>
H2	Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa;
H7	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações;
H8	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema;
H12	Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°);
H15	Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação;
H16	Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano;
H21	Transformar grau em radiano ou vice-versa;
H24	Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera);
H25	Resolver problemas envolvendo noções de volume;
H32	Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3;
H33	Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes;
H36	Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica;
H46	Reconhecer números reais em diferentes contextos;
H54	Resolver problemas envolvendo juros simples ou compostos;
H55	Resolver problemas envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral e/ou a soma dos termos;
H57	Resolver problemas envolvendo função do 2º grau;
H59	Resolver problemas envolvendo a função logarítmica;
H60	Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples;
H67	Resolver problemas envolvendo probabilidade;
H68	Resolver problemas que envolvam porcentagem;
H71	Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos;
H72	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa;
H73	Resolver problemas envolvendo o cálculo da média aritmética, mediana ou moda.

Fonte: Sistema de Avaliação Externa do Rio de Janeiro (<http://www.saerj.caedufjf.net/>)

Na avaliação denominada Conhecer (atual avaliação externa aplicada pela SEEDUC/RJ) aplicada em 2019<sup>1</sup> foram medidos os conhecimentos nas 13 habilidades em Matemática listadas no quadro a seguir:

<sup>1</sup> Ver Anexos A e B

### Quadro 3 - Habilidades Analisadas pela Avaliação Conhecer

Código	Descrição
H1	Identificar a localização de números reais na reta numérica;
H2	Resolver problema que envolva porcentagem;
H3	Resolver problema envolvendo uma função de primeiro grau;
H4	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais;
H5	Resolver problema envolvendo PA/PG dada a fórmula do termo geral;
H6	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do segundo grau;
H7	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica reconhecendo-a como inversa da função exponencial;
H8	Resolver problema que envolva função exponencial;
H9	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos;
H10	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano;
H11	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas;
H12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas;
H13	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela;

Fonte: SEEDUC/RJ (Avaliação Conhecer 2019)

Os códigos utilizados para as habilidades não são os mesmos nas duas avaliações, como por exemplo, a habilidade “Resolver problemas envolvendo P.A./P.G.<sup>2</sup> dada a fórmula do termo geral e/ou a soma dos termos”, que foi etiquetada como código H55 na avaliação Saerjinho e como código H5 na avaliação Conhecer.

### 1.3. Resultados das avaliações externas Saerjinho e Conhecer

Há de se mencionar, inicialmente, que podemos destacar três níveis de avaliação escolar existentes: avaliação da aprendizagem do aluno, avaliação interna da escola e avaliação externa da rede, e todas são de extrema importância em uma instituição de ensino, a fim de que seja identificado, pelos gestores e professores, se os objetivos e metas planejados estão sendo alcançados.

A rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro possuía, até meados de 2016, uma avaliação externa bimestral denominada Saerjinho, que era, até então, o Programa de Avaliação Diagnóstica do Desempenho Escolar da rede. Era conhecida por esse nome por se tratar de uma preparação para um sistema de avaliação mais

<sup>2</sup> P.A.: Progressão Aritmética/P.G.: Progressão Geométrica.

amplo denominado SAERJ (Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro) que engloba, além dos itens referentes aos conteúdos, itens mais abrangentes como renda, família e evasão escolar. Essa avaliação era destinada aos alunos que se encontravam nas séries inicial e final do Ensino Fundamental II da rede estadual, ou seja, nas atuais 5ª e 9ª séries, e também para todas as séries do ensino médio. Sua última aplicação foi no 1º bimestre de 2016.

Houve uma suspensão temporária das avaliações externas aplicadas pela SEEDUC/RJ, que somente retornaram no início do ano de 2019, com nova e atual nomenclatura: Conhecer – Avaliação da Aprendizagem das Escolas Estaduais. No primeiro ano de aplicação os testes se destinaram aos alunos da 9ª série do Ensino Fundamental II e da 3ª série do Ensino Médio. No ano seguinte (2020), foi estendida, também, aos alunos da 1ª série do ensino médio, mas foi suspensa juntamente com as aulas presenciais devido à situação da pandemia da Covid-19 no Brasil.

A avaliação Conhecer é composta por duas etapas: a primeira é denominada Avaliação Diagnóstica, sendo aplicada em abril e a segunda denominada Avaliação Exploratória que é aplicada em agosto.

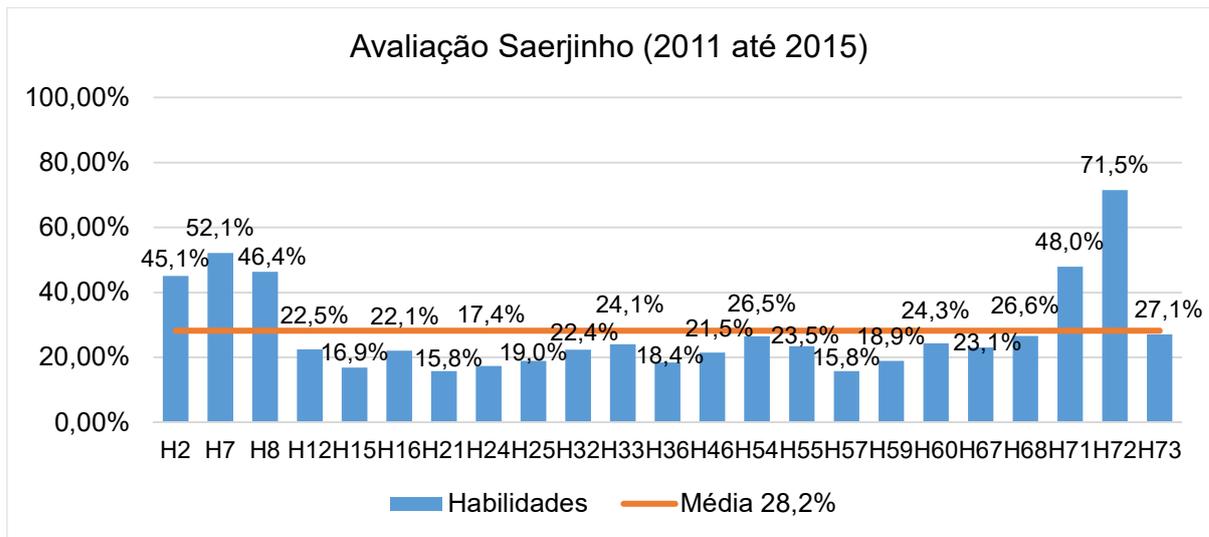
A primeira etapa (diagnose) serve para detecção de deficiências e funciona como um instrumento para que a escola e os professores elaborem estratégias de revisão dos conteúdos identificados como não consolidados ou pouco desenvolvidos. A segunda etapa visa a explorar o resultado das estratégias aplicadas de recuperação de tais conteúdos. Espera-se que, no intervalo de tempo entre as duas avaliações, as escolas sejam subsidiadas com as informações de deficiências apresentadas por seus alunos na primeira avaliação e, com isso, possam realizar uma revisão das habilidades identificadas como deficitárias, visando a um melhor desempenho na segunda avaliação e, conseqüentemente, uma diminuição nos déficits apresentados pelos alunos.

As habilidades avaliadas nas etapas da Conhecer não são necessariamente referentes aos conteúdos previstos para a série atual, alvo da avaliação, já que o desenvolvimento das competências matemáticas, conforme afirmação da Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio (2017), se faz como um todo interligado em que a resolução de uma situação-problema envolve vários conhecimentos que precisam ser mobilizados, de forma simultânea, para entendimento da atividade proposta, de modo que o domínio deficiente de conteúdos

de séries anteriores, ou mesmo do Ensino Fundamental, se constitui em empecilho para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

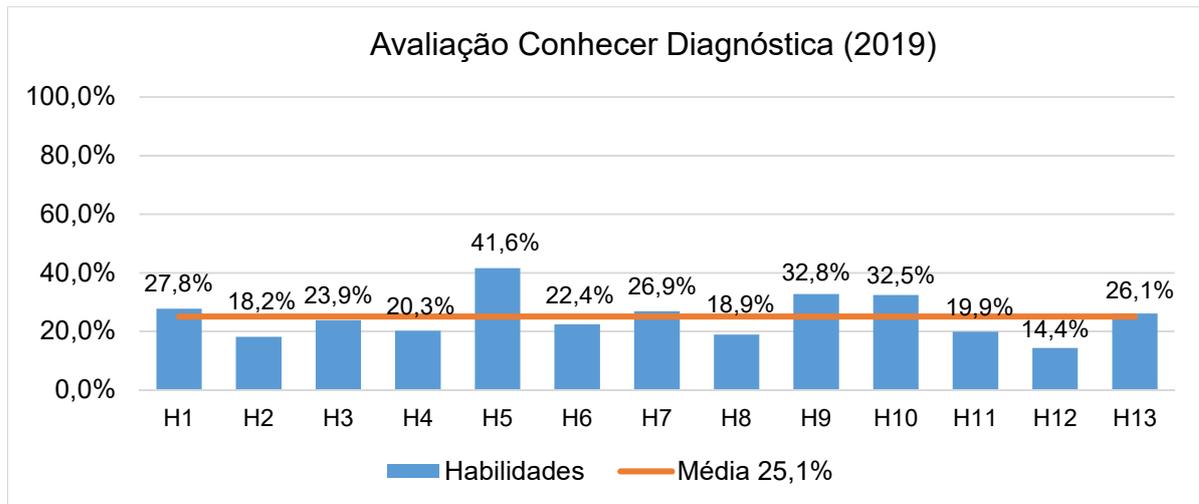
Os dados abaixo representam os resultados médios das turmas de 3ª série nas avaliações externas realizadas pela SEEDUC/RJ na escola estadual alvo desse trabalho:

**Gráfico 1 - Avaliação Saerjinho (2011 até 2015)**



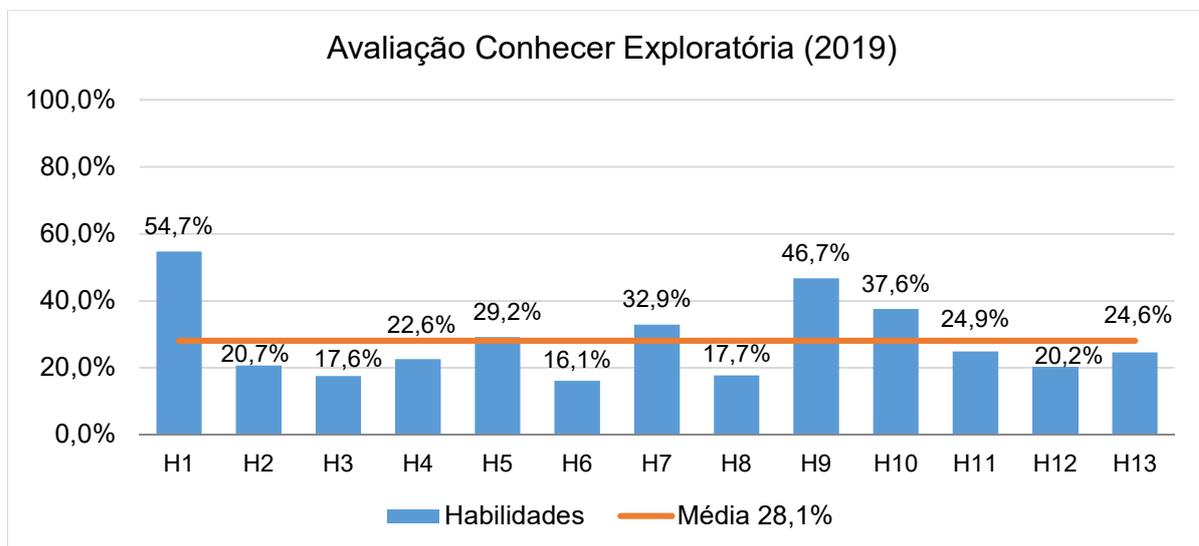
Fonte: Sistema de Avaliação Externa do Rio de Janeiro (<http://www.saerj.caeduffj.net/>)

Participaram dessa avaliação 1373 alunos (ao longo dos cinco anos). As colunas apresentam o desempenho médio de acertos em cada uma das 23 habilidades. A linha na cor laranja apresenta o resultado médio (28,2%) de todas as habilidades.

**Gráfico 2 - Avaliação Conhecer Diagnóstica (2019)**

Fonte: SEEDUC/RJ (Avaliação Conhecer 2019)

Participaram dessa avaliação 322 alunos. As colunas apresentam o desempenho médio de acertos em cada uma das 13 habilidades. A linha na cor laranja apresenta o resultado médio (25,1%) de todas as habilidades.

**Gráfico 3 - Avaliação Conhecer Exploratória (2019)**

Fonte: SEEDUC/RJ (Avaliação Conhecer 2019)

Participaram dessa avaliação 319 alunos. As colunas apresentam o desempenho médio de acertos em cada uma das 13 habilidades. A linha na cor laranja apresenta o resultado médio (28,1%) de todas as habilidades.

#### **1.4. Comparação entre as avaliações Saerjinho e Conhecer**

O resultado médio, em geral, das avaliações em destaque, giram em torno de 25% e 28%. Comparando os resultados das últimas avaliações realizadas em 2019 (Avaliação Conhecer) com as avaliações realizadas no período de 2011 até 2015 (Avaliação Saerjinho) não conseguimos perceber mudanças significativas. A primeira teve um resultado médio de 28,2% enquanto a Conhecer teve resultado médio de 26,6% (média entre as duas etapas, diagnóstica e exploratória, da avaliação Conhecer). Isso nos leva a concluir que a escola alvo dessa pesquisa não conseguiu promover avanços no desenvolvimento de habilidades em matemática nos períodos pesquisados, mesmo com toda sinalização apontada pelos resultados das avaliações externas aplicadas.

Analisando especificamente os resultados das avaliações Conhecer, pois se trata da avaliação mais recente da escola, percebe-se que a proposta de se identificar as habilidades deficitárias na avaliação diagnóstica e trabalhar com elas para um melhor desempenho na avaliação exploratória proporcionou um avanço de 3%, passando de 25,1% para 28,1% (quadro 4), o que interpretamos como baixo levando em consideração que a média mínima esperada para avanço/aprovação de série na rede estadual de educação é de 50%. A habilidade que nas avaliações Conhecer obteve o pior desempenho foi a H12 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, que obteve apenas 14,4% de acertos na avaliação diagnóstica e 20,2% de acertos na avaliação exploratória, média de 17,3%. Mas os resultados das demais habilidades não ficaram muito acima, tendo como melhor resultado a habilidade H1 - Identificar a localização de números reais na reta numérica, que obteve 27,8% de acertos na avaliação diagnóstica e 54,7% de acertos na avaliação exploratória, média de 41,3%. Todas as habilidades ficaram com a média entre as duas etapas da avaliação Conhecer abaixo de 50% de acertos. Apresentam-se a seguir as médias de acertos das treze habilidades nas duas etapas da avaliação Conhecer em 2019:

**Quadro 4 - Percentual de acertos nas Avaliações Conhecer de 2019**

Código Habilidade	Descrição da Habilidade	% acerto Diagnóstica	% acerto Exploratória	% acerto Médio
H1	Identificar a localização de números reais na reta numérica.	27,8%	54,7%	41,3%
H2	Resolver problema que envolva porcentagem	18,2%	20,7%	19,4%
H3	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.	23,9%	17,6%	20,7%
H4	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.	20,3%	22,6%	21,4%
H5	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.	41,6%	29,2%	35,4%
H6	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.	22,4%	16,1%	19,3%
H7	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.	26,9%	32,9%	29,9%
H8	Resolver problema que envolva função exponencial.	18,9%	17,7%	18,3%
H9	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos	32,8%	46,7%	39,8%
H10	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.	32,5%	37,6%	35,1%
H11	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	19,9%	24,9%	22,4%
H12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	14,4%	20,2%	17,3%
H13	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	26,1%	24,6%	25,4%
Médias		25,1%	28,1%	26,6%

Fonte: SEEDUC/RJ (Avaliação Conhecer 2019)

## 2. PESQUISA COM DOCENTES

Nesse trabalho foi realizada uma pesquisa (ver apêndice) com docentes da Rede Estadual de Educação que ministraram aulas de Matemática para turmas do 3º ano do ensino médio no ano de 2019 e, portanto, estiveram presentes com turmas que se assemelham às turmas pesquisadas no período de aplicação das avaliações diagnóstica e exploratória da Conhecer e também no intervalo entre uma aplicação e a outra. A intenção dessa pesquisa foi observar as ações ou inércia dos professores

frente aos resultados apontados pela primeira avaliação (Diagnóstica) e suas impressões dos motivos que levaram a determinada atitude de ação ou de inércia. Para isso foram realizados apenas dois questionamentos:

1º) Você teve acesso aos resultados da avaliação Conhecer aplicadas no ano de 2019 de suas turmas?

2º) Após a 1ª aplicação da avaliação Conhecer (Avaliação Diagnóstica), realizada em abril/2019, você trabalhou com seus alunos as habilidades identificadas como deficitárias buscando diminuir as dificuldades por eles apresentadas?

Para cada pergunta o participante poderia fazer algum comentário que achasse necessário e importante. Participaram dessa pesquisa 20 docentes que atenderam aos critérios estabelecidos: ser professor da rede estadual de educação do Rio de Janeiro e ter atuado como professor de Matemática em turmas do 3º ano do ensino médio no ano de 2019, o que consideramos uma boa amostra pois, em média, cada professor é responsável por três turmas de 3ª série do ensino médio, o que nos leva a uma perspectiva de 60 turmas alcançadas. Todos os professores pesquisados trabalham em escolas da mesma região da escola alvo da pesquisa, o que indica uma homogeneidade das características assemelhadas com a escola alvo da pesquisa. Abaixo, os resultados dos questionamentos realizados:

1ª) Você teve acesso aos resultados da avaliação “Conhecer” aplicadas no ano de 2019 de suas turmas?

**Gráfico 4** - Percentual de professores que tiveram acesso ao resultado da avaliação Conhecer Diagnóstica

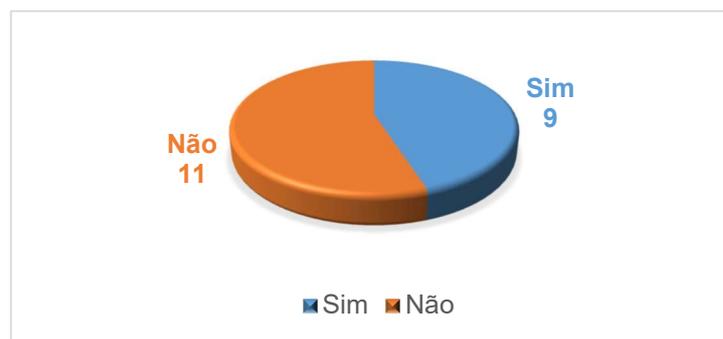


Fonte: Pesquisa realizada pelo autor

Para essa pergunta não houve nenhum comentário relevante que agregasse informações necessárias para a pesquisa. Mas podemos pontuar que, apesar de a quantidade de professores com acesso aos resultados ser superior aos que não tiveram acesso aos resultados, entendemos que seja importante que o professor conheça os resultados das avaliações de seus alunos, isso pode ser considerado essencial para que o mesmo possa entender a real situação da turma e assim balizar seu trabalho em prol de avanços e possíveis ajustes.

2ª) Após a 1ª aplicação da avaliação Conhecer (Avaliação Diagnóstica), realizada em abril/2019, você trabalhou com seus alunos as habilidades identificadas como deficitárias buscando diminuir as dificuldades por eles apresentadas?

**Gráfico 5** - Percentual de professores que trabalharam com as habilidades identificadas como deficitárias ou pouco desenvolvidas



Fonte: Pesquisa realizada pelo autor

Notamos que todos os professores que sinalizaram na primeira pergunta não ter tido acesso aos resultados de sua turma sinalizaram nessa pergunta que não trabalharam com seus alunos as habilidades identificadas, resultado esse bastante coerente visto que o professor não poderia trabalhar com seus alunos resultados aos quais não teve informação. Mas, além desses, uma pequena parte (3 de 12, o que representa 25%) dos professores que tiveram acesso aos resultados relataram que não trabalharam com seus alunos as habilidades identificadas, totalizando então 55% (11 de 20) de professores que não trabalharam com as habilidades identificadas.

Os 3 professores que tiveram acesso às habilidades identificadas pela avaliação diagnóstica da prova Conhecer, mas não trabalharam essas habilidades com seus alunos, apresentaram, ao serem solicitados que relatassem,

resumidamente, o(s) motivo(s) que os impediram de realizar esse trabalho, os seguintes motivos:

*“Precisava seguir com o currículo mínimo e não consegui revisar essas habilidades por falta de tempo. Trabalho em uma escola dentro da comunidade que sofre com problemas de violência e isso também interfere nos tempos de aula”*

*“A deficiência da turma era em conhecimentos de séries anteriores (base). Difícil retornar a todos os conceitos que seriam necessários e ainda concluir o planejamento do ano. Após a devolução dos cadernos de prova, fiz os exercícios com eles, e tirei as dúvidas pertinentes a avaliação”*

*“Os conteúdos cobrados são fora de contexto no bimestre. O 3º ano se prepara para o ENEM. O enfoque é outro!”*

Dos outros 8 professores que relataram que não trabalharam essas habilidades identificadas como deficitárias com seus alunos, ao serem solicitados que relatassem, resumidamente, o(s) motivo(s) que os impediram de realizar esse trabalho, 4 não responderam e 4 apresentaram os seguintes motivos:

*“Não dava para conciliar com o conteúdo programático do 3 ano. O tempo era curto”*

*“Sem acesso à avaliação”*

*“Não tive acesso à avaliação”*

*“Distração, foco em cumprir o currículo estabelecido”*

Dos outros 9 professores que relataram que tiveram acesso aos resultados da avaliação diagnóstica da Conhecer e que relataram que trabalharam as habilidades identificadas com seus alunos, ao serem solicitados sobre informações, de maneira resumida, de como realizaram esse trabalho, um não respondeu à solicitação, e os oito demais apresentaram os seguintes relatos:

*“Trabalhei com os alunos questões que abordassem as habilidades identificadas como deficitárias através de simulados periódicos”*

*“Analisei as habilidades deficitárias e elaborei listas de exercícios com elas. Trabalhava as em em tempo de aula semanalmente. Ano passado a SEEDUC passou a adotar 5 tempos para a terceira série”*

*“Antes da 1ª aplicação, eu já trabalhava questões do Enem e saerjinho com eles. Então continuei no meu planejamento e na 2ª aplicação se saíram muito melhor”*

*“Através da correção da própria prova, montando lista de exercícios com atividades parecidas e fazendo aula diferenciada. Tendo um resultado positivo na segunda aplicação da prova conhecer”*

*“Corrigi a avaliação diagnóstica resumindo a matéria envolvida na questão”*

*“Trabalhei em cima de outras provas do "conhecer" já que o tempo é bastante reduzido”*

*“Tentei, pois numa turma de 53 alunos e com as condições insalubres, dificulta muito”*

*“Pesquisas relacionadas aos temas e atividades dentro da matéria corrente”*

O que podemos perceber com essa pesquisa é que, em sua maioria, os resultados apresentados pela avaliação diagnóstica Conhecer não serviram para uma intervenção positiva quanto às habilidades apresentadas como deficitárias. A maioria dos professores não utilizou os resultados como parâmetros que poderiam traçar uma nova rota em suas aulas. Lembrando que:

(...) o conhecimento está sempre se transformando. Isto é, o ato de saber tem historicidade, então o conhecimento de hoje sobre uma coisa não é necessariamente o mesmo de amanhã. O conhecimento transforma-se à medida que a realidade também se movimenta e se transforma. Então, a

teoria também faz o mesmo. Não é algo estável, imobilizado. (Paulo Freire, em diálogo com Myles Horton, 2003, p. 114)

### 3. AVALIAÇÃO: POR QUE AVALIAR?

A preocupação com a formação intelectual do aluno é um dos principais focos de uma instituição de ensino. A rede estadual de ensino do Rio de Janeiro apresenta um currículo mínimo, na área de Matemática, e o domínio desses conteúdos é tido como essencial para a formação do cidadão nessa área de conhecimento. A Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro divulga, em sua página oficial, na internet a seguinte missão:

Assegurar uma educação que garanta o acesso, permanência e sucesso dos alunos dentro de sala de aula. Todo o trabalho dos profissionais que gerenciam a educação deve estar voltado para essa meta de não só garantir o acesso de crianças e jovens em idade escolar e de jovens e adultos, como também propiciar condições para o seu desenvolvimento integral. (SEEDUC/RJ, 2020)

Dessa forma, os pontos identificados como não desenvolvidos pela avaliação Conhecer, mesmo que seja no último ano de permanência do estudante na rede estadual de ensino (3º ano do ensino médio), devem ser alvos de preocupação, pois, sem isso, a secretaria estaria indo em desalinho com sua missão e caminhando para o não cumprimento de sua meta. Entretanto, essa preocupação não pode gerar atraso ou desvio dos olhares para as necessidades de formação atual, ou seja, o tratamento de habilidades deficitárias em matemática, que deveriam ser desenvolvidas, em séries anteriores, não pode comprometer o desenvolvimento de habilidades previstas para a atual fase da educação.

O resultado da Avaliação Diagnóstica deve servir como instrumento de correção das falhas e deficiências de aprendizagem. Não pode servir apenas para categorizar ou hierarquizar, como é de costume na maioria das instituições de ensino, afinal é notório que “A avaliação inflama necessariamente as paixões, já que estigmatiza a ignorância de alguns para melhor celebrar a excelência de outros.” (PERRENOUD, 1999, p.9). A avaliação não deve por si só se tornar um trauma na vida estudantil. Perrenoud (1999) relata que certos adultos, quando relembram suas experiências escolares, relacionam a avaliação com experiências gratificantes e construtivas, enquanto outros as remetem apenas a uma sequência de humilhações.

Certamente os primeiros foram categorizados, na época, como alunos de excelência, que alcançaram o êxito, enquanto os outros como inferiores, que alcançaram apenas o fracasso. Nesse momento, a presente proposta de intervenção se coloca como instrumento mediador da avaliação, buscando oferecer protagonismo ao estudante, de modo que não seja somente o aspecto quantitativo, aferido pela Avaliação Conhecer, o considerado como instrumento de verificação de aprendizagem.

Entende-se que é preciso avaliar para se identificar os resultados de determinada atividade que se realizou, uma vez que a avaliação faz parte da vida como um todo (HOFFMAN, 2009). Assim, em termos educação sistemática, não se pode deixar de aplicar instrumentos de medida para aferição do resultado da aprendizagem como a avaliação Conhecer. Entretanto, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, 9394/1996) destaca que a avaliação escolar deve considerar tanto os aspectos quantitativos quanto os qualitativos da aprendizagem. É nesse contexto que se apresenta a presente proposta de intervenção denominada *“Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer.”*

Essa proposta de intervenção consta de atividades e ações pedagógicas voltadas para revisão de conteúdos matemáticos, pontuados como insuficientes na Avaliação Conhecer Diagnóstica. Toda a estratégia adotada busca dinamizar a aquisição e revisão dos conceitos, de modo a obter resultados satisfatórios na Avaliação Conhecer Exploratória.

Ao se adotar tal abordagem metodológica, adota-se a percepção de que o ato de avaliar não pode se ligar, apenas, a quantificar erros e acertos. É fundamental considerar os aspectos interativos da aprendizagem e os conhecimentos prévios do discente, de modo que cada indivíduo possa protagonizar seu processo de aquisição de conhecimentos (HOFFMAN, 2009). Assim, os dados recolhidos da primeira fase da Avaliação Conhecer são usados como ferramentas para redimensionamento da prática e superação de dificuldades.

Tal metodologia encontra suporte na Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010 do Ministério da Educação, do Conselho Nacional de Educação e da Câmara de Educação Básica, a qual determina que a avaliação escolar deve ser um processo dinâmico, e instrumentalizar professores e alunos, com dados acerca do desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem. Ainda conforme o documento, a

verdadeira avaliação é aquela que busca identificar avanços, potencialidades, possibilidades, dificuldades e detecção de falhas, a fim traçar metodologias para promover a reorganização da prática, de modo a se obter uma avaliação contínua e formativa.

Hoffman (2009) explica que a avaliação apresenta três funções: diagnóstica, formativa e classificativa, sendo que essas três dimensões devem estar integradas, em prol da melhoria da qualidade da educação, de modo que exerçam funções complementares. Conforme a autora, a função diagnóstica se refere à avaliação inicial que se constitui em uma sondagem dos conhecimentos prévios do discente. Esse tipo de avaliação deve ser realizado no começo do ano letivo e antes de cada lançamento de um conteúdo novo, a fim de que se possa sondar a base de conhecimentos consolidados pelo educando e que são necessários a aquisição de novos conceitos. Caso o professor avalie que o aluno não dispõe de elementos técnicos suficientes, para avançar com a matéria deve promover a correção das falhas observadas, ou seja, promover mediação dos novos conhecimentos junto à revisão dos anteriores.

Caso não se proceda dessa forma o processo ensino aprendizagem não poderá avançar de modo pleno, porque o educando não dispõe de base estrutural para consolidar as novas aprendizagens (HOFFMAN, 2009). A etapa inicial da Avaliação Conhecer se enquadra nessa função da avaliação e seus dados são usados, neste estudo, como a base para elaboração de estratégias de correção das falhas apontadas pelo instrumento. Entende-se que, ao se aplicar a primeira etapa, sonda-se a bagagem matemática consolidada pelo discente. As análises dos dados embasarão as estratégias de revisão de conceitos e recuperação do aluno, situação esta prevista na Resolução nº 7 (artigo 32):

IV – assegurar tempos e espaços diversos para que os alunos com menor rendimento tenham condições de ser devidamente atendidos ao longo do ano letivo;

V – prover, obrigatoriamente, períodos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, como determina a Lei nº 9.394/96.

Em relação à função formativa, Hoffman (2009) explica que se refere ao processo de desenvolvimento de ações que acontecem, de forma contínua, durante o ano todo, com uso de instrumentos diversos para promover o aprimoramento e consolidação de conhecimentos. Nessa função, a autora destaca que se deve analisar

tanto os aspetos quantitativos quanto os qualitativos da aprendizagem. Já Perrenoud (1999, p.15) afirma que “O diagnóstico é inútil se não der lugar a uma ação apropriada. Uma verdadeira avaliação formativa é necessariamente acompanhada de uma intervenção diferenciada.” A proposta de ação *“Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer”* também se encaixa na função formativa, já que se pretendem desenvolver ações diferenciadas para correção dos déficits iniciais, por meio da realização de atividades dinâmicas, voltadas para a superação das dificuldades. Tal pressuposto também está amparado na Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010 que define o seguinte, em termos de avaliação escolar:

Art. 32 A avaliação dos alunos, a ser realizada pelos professores e pela escola como parte integrante da proposta curricular e da implementação do currículo, é redimensionadora da ação pedagógica e deve:

I – assumir um caráter processual, formativo e participativo, ser contínua, cumulativa e diagnóstica, com vistas a:

- a) identificar potencialidades e dificuldades de aprendizagem e detectar problemas de ensino;
- b) subsidiar decisões sobre a utilização de estratégias e abordagens de acordo com as necessidades dos alunos, criar condições de intervir de modo imediato e a mais longo prazo para sanar dificuldades e redirecionar o trabalho docente

II – utilizar vários instrumentos e procedimentos, tais como a observação, o registro descritivo e reflexivo, os trabalhos individuais e coletivos, os portfólios, exercícios, provas, questionários, dentre outros, tendo em conta a sua adequação à faixa etária e às características de desenvolvimento do educando.

Pode-se perceber então que, nessa perspectiva, avaliação deve observar não só aspectos cognitivos, mas também interativos e processuais. Hoffman (2009) ressalta que a avaliação formativa deve identificar pontos positivos e negativos, a fim de embasar a tomada de decisão, em termos de estratégias reorientadoras da prática. Perrenoud (1999), por sua vez, cita que uma avaliação formativa deve criar instrumentos próprios que abrangem desde testes criteriosos, que possibilitem uma análise da aquisição ou do domínio de determinada habilidade e competência, até uma avaliação que possa ser composta por observações *in loco* dos métodos, procedimentos e processos intelectuais produzidos pelos alunos. Assim, propõem-se atividades dinamizadoras dos conteúdos tidos como deficitários ou não consolidados,

de modo que a escola cumpra sua função de oferecer educação de qualidade, como previsto na Constituição Federal (1988).

A avaliação classificativa ou final se volta, apenas, para a medida de quantidades e são usadas ferramentas que quantificam erros e acertos como testes. Hoffman (2009) destaca que não se pode levar em conta somente este aspecto da avaliação, sendo necessário usar mais de um instrumento, de modo que a qualidade prevaleça sobre a quantidade, como previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, 9394/1996, artigo 24).

Os resultados obtidos na Avaliação Conhecer não devem ser vistos, tão somente, como um indicador de pontos negativos ou positivos, de modo a classificar a escola como boa ou ruim. É imprescindível que em vista de pontos negativos se busque a melhoria e a correção das falhas. Somente assim, as três funções da avaliação terão sido usadas, de forma mediadora do processo de aquisição de conhecimentos, em prol da melhoria da qualidade da educação, consoante aos pensamentos de Hoffman (2009) e de Perrenoud (1999).

Em termos de níveis de avaliação, as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB, BRASIL, 2013, página 76) apontam que existem três: o primeiro é a avaliação da aprendizagem, que é aquela realizada pelos professores para analisar o nível de conhecimentos do aluno.

O segundo é a avaliação institucional interna e externa que se configura na autoavaliação que a instituição deve promover, anualmente, a fim de verificar se os objetivos do projeto político-pedagógico estão sendo cumpridos como se lê a seguir:

Art. 52. A avaliação institucional interna deve ser prevista no projeto político-pedagógico e detalhada no plano de gestão, realizada anualmente, levando em consideração as orientações contidas na regulamentação vigente, para rever o conjunto de objetivos e metas a serem concretizados, mediante ação dos diversos segmentos da comunidade educativa, o que pressupõe delimitação de indicadores compatíveis com a missão da escola, além de clareza quanto ao que seja qualidade social da aprendizagem e da escola. (BRASIL, Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, 2013, página 77)

Neste estudo, entende-se que os dados recolhidos na Avaliação Conhecer devem ser usados como ferramentas de avaliação das metas da escola e, nesse contexto, se põe a importância de realização da intervenção proposta, visto que se constitui em ações interventivas para correção dos déficits de aprendizagem, com consequente

influência na melhoria dos índices de desempenho, tanto do aluno quanto da escola, instituição que tem obrigação de oferecer educação de qualidade.

O terceiro nível, conforme as DCNEB (2013), é a avaliação de rede da Educação Básica, que se constitui em uma avaliação externa realizada por instâncias superiores do sistema educacional, com objetivo de quantificar os resultados da escola como um todo. Esse nível usa instrumentos de medida tais como: provas do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), Prova Brasil, ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e outras capazes de fornecer dados estatísticos para elaboração do IDEB (Índices da Educação Básica).

Os dados da avaliação de rede da Educação Básica são importantes porque servem para analisar a qualidade da educação do país, de modo a instrumentalizar a implementação de políticas educacionais, voltadas para melhoria da educação e aperfeiçoamento dos processos de ensino. Tal avaliação é periódica e engloba os resultados da avaliação institucional e funciona como um indicativo que sinaliza para a sociedade os aspectos qualitativos de cada instituição, como se lê no fragmento que segue:

Art. 53. A avaliação de redes de Educação Básica ocorre periodicamente, é realizada por órgãos externos à escola e engloba os resultados da avaliação institucional, sendo que os resultados dessa avaliação sinalizam para a sociedade se a escola apresenta qualidade suficiente para continuar funcionando como está. (BRASIL, Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, 2013, página 77)

O objeto de estudo da presente proposta, a Avaliação Conhecer, faz parte da avaliação externa da escola e é composta por duas etapas: a primeira é Avaliação Diagnóstica em que são aplicadas provas para mensuração da aquisição de conhecimentos da série em questão e de séries anteriores, já que em termos de matemática, os conhecimentos precisam ser mobilizados, simultaneamente, para a resolução de situações–problemas (BNCC, Ensino Médio, 2017). Essa fase acontece, no mês de abril e se volta para sondagem da bagagem cultural do aluno.

A segunda etapa é a Avaliação Exploratória, aplicada no mês de agosto, e tem como objetivo verificar se as falhas observadas na primeira fase foram sanadas. Durante o intervalo entre uma avaliação e outra, as escolas devem usar os dados

iniciais para promover estratégias de recuperação de possíveis deficiências, de modo a alcançar elevação de índices na segunda fase.

A presente proposta de intervenção se constitui em ações a serem desenvolvidas no intervalo entre as duas avaliações, com vistas a promover otimização do processo de aprendizagem, de forma a revisar os conteúdos deficitários sem prejudicar o desenvolvimento do currículo previsto para a série em andamento. Desse modo, busca-se promover a avaliação mediadora preconizada por Hoffman (2009), em que a diagnose de dificuldades funciona como um instrumento para alavancar as aprendizagens e não para amedrontar ou desvalorizar o aluno como sujeito-aprendente. Assim, se responde ao questionamento lançado no início do capítulo: por que avaliar? Avaliar para reorganizar, reorientar, reformular práticas e abordagens, de modo a permitir a participação e protagonismo do aluno e aquisição de conteúdos significativos para a vida.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica (2013, página 51) destacam que no ambiente de educação, existem três níveis de avaliação: a avaliação da aprendizagem que é feita pelo professor e aluno, a avaliação institucional interna e externa que se constitui em auto avaliação da escola, a fim de analisar se as metas e objetivos estabelecidos no projeto político-pedagógico estão sendo alcançadas e a avaliação de redes de Educação Básica. Essas três dimensões devem estar integradas em prol da melhoria da educação, de modo que o ato de avaliar não se configure em um instrumento de autoritarismo e de classificação (HOFFMAN, 2009).

É nesse sentido que a Avaliação Conhecer é contextualizada, uma vez que de acordo com a proposta da Secretaria de Educação do Estado do RJ, o objetivo principal desse instrumento é fazer sondagem de possíveis dúvidas, deficiências de aprendizagem e lacunas de conhecimento, a fim de instrumentalizar a escola e a sociedade com dados sobre a qualidade da educação. A seguir o roteiro de atividades para revisão de conceitos deficitários apontados pela avaliação Conhecer.

#### 4. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PARA CONSOLIDAÇÃO DE HABILIDADES EM MATEMÁTICA

A proposta de intervenção *“Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer”* destina-se a turmas do 3º ano do Ensino Médio de uma escola localizada no bairro de Paciência, zona oeste da cidade do Rio de Janeiro. A localidade em que se encontra a unidade escolar é considerada de renda razoável para baixa. A escola funciona em três turnos e atende em média dois mil alunos do próprio bairro e de bairros adjacentes. Em seu projeto político pedagógico referente ao ano de 2019 a instituição escolar apresenta o seguinte como missão, visão e valores:

**Missão:** Transformar o educando em cidadão, imbuindo-o de valores, conteúdo, consciência crítica, apto a superar os percalços do cotidiano, comprometidos com a fé, paz, solidariedade, justiça social, aplicadas a sua realidade; Sabendo posicionar-se. Ser um elemento transformador numa sociedade competitiva, dominada pelo capitalismo, individualismo e injustiça social. Ministrando constantemente uma educação de qualidade, baseada no progresso do aluno.

**Visão de Futuro:** Ser uma escola reconhecida por um ensino de qualidade durante o ano de 2019, baseada em conteúdos, valores e pilares supracitados, preparando o educando para o sucesso escolar em todos os níveis de ensino que o mesmo almejar, tornando-se, assim, agente de transformação e superação, melhorando os índices da educação (IDEB, ENEM, OUTROS), utilizando recursos tecnológicos para o seu aprimoramento.

**Valores:** Nossa escola educa com conteúdo, tendo como pilares valores como: amor, respeito mútuo, solidariedade, para formar cidadãos críticos, conscientes da sua responsabilidade social, agentes transformadores da sociedade e do mundo, capazes de reconhecer o seu papel social e a importância da sua atuação.

(Projeto Político Pedagógico – PPP, 2019).

A ideia para realização da proposta partiu da análise de dados da avaliação externa da rede em que se percebeu que os discentes apresentaram déficit em conceitos matemáticos como posicionamento de números reais em uma reta, porcentagem, funções de 1º grau e 2º graus, funções exponenciais e logarítmicas, propriedade dos triângulos retângulos, progressões aritmética e geométrica, leitura de gráficos e tabelas, plano cartesiano, área e perímetros, habilidades essenciais ao desenvolvimento do currículo da fase de escolarização em questão.

Os dados indicaram insuficiência em resolução de situações em que eram exigidos conteúdos do Ensino Fundamental e até mesmo de séries anteriores do próprio Ensino Médio. Essa percepção demonstrou necessidade de revisão de tais tópicos, a fim de que o conteúdo programático atual pudesse fluir sem maiores prejuízos. Assim, elaborou-se uma intervenção de modo que os conteúdos anteriores fossem adicionados aos novos, de modo a não interromper o desenvolvimento programático da série em andamento.

A proposta de intervenção *“Uma proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer”* consta de duas etapas: a primeira se constitui em aulas com atividades lúdicas, em que os conteúdos são dinamizados e contextualizados, por meio de jogos e dinâmicas.

Se o ensino for lúdico e desafiador, a aprendizagem prolonga-se fora da sala de aula, fora da escola, pelo cotidiano, até as férias, num crescimento muito mais rico do que algumas informações que o aluno decora porque vão cair na prova (NETO, 1992, p. 43)

A segunda fase se liga à resolução de situações-problemas envolvendo os conteúdos estudados na atual época em que se pretende aplicar essa intervenção. Todas as atividades têm como base a Avaliação Conhecer e as habilidades classificadas como deficitárias. Segundo Rigonatto (2018):

A resolução de problemas incentiva a criatividade, o senso crítico, torna a aprendizagem mais prazerosa e significativa, desperta o interesse em resolver desafios. As situações-problema podem ser trabalhadas, também, através de jogos em grupo, questões de raciocínio lógico, de modo a fortalecer o trabalho em equipe e a vida em sociedade, respeitando os diferentes modos de pensar matematicamente, uma vez que não há um único método, uma receita, para chegar à solução.

#### **4.1. Cronograma da proposta de intervenção para consolidação de habilidades e competências em matemática no âmbito da avaliação conhecer.**

A proposta é que a intervenção se inicie logo após a aplicação da avaliação Conhecer em sua fase diagnóstica, ou seja, na última semana de abril. A previsão é que a aplicação da proposta se estenda até a aplicação da avaliação Conhecer em sua fase exploratória, ou seja, até a primeira semana de agosto. É previsto que as

duas últimas semanas de julho sejam reservadas para o recesso escolar, sendo assim, prevemos um período máximo de 12 semanas e mínimo de 10 semanas. Na atual grade de horários da SEEDUC/RJ é previsto que as turmas de 3ª série tenham 5 tempos de aulas semanais de em média 45-50 minutos cada tempo. Dessa forma é previsto que haja disponibilidade entre 50 e 60 tempos de aula.

Levando em conta que nas atividades escolares é comum que haja eventos extracurriculares e outras situações, como feriado e ponto facultativo, que impeçam o encontro do professor com seus alunos de forma regular, nossa proposta prevê a utilização de 27 tempos de aula conforme detalhado em cada atividade descrita no próximo tópico.

As atividades propostas buscam utilizar materiais que sejam considerados de fácil acesso entre os alunos, levando também em conta a realidade da escola alvo da pesquisa e o perfil sócio econômico de seus alunos. Com isso acreditamos que não devemos ter dificuldades em termos de material didático para as atividades propostas.

É também necessário que, sendo essa proposta aplicada em outra unidade escolar, a mesmo seja adaptado para a realidade onde essa se encontra. Inclusive na mesma unidade escolar é preciso reavaliar a cada aplicação, buscando aprimoramentos, ajustes e adaptações.

#### **4.2. Atividades Lúdicas propostas para a 1ª fase.**

A proposta aqui apresentada, de desenvolvimento do conteúdo de forma lúdica, sobretudo com utilização de jogos e atividades concretas, busca um olhar diferenciado da maior parte das salas de aulas quanto ao ensino da matemática no ensino médio. É notório que a preocupação com o rigor de cobrança em exames, como ENEM e outros vestibulares e concursos de admissão, que envolve somente situações-problema, sem a utilização de atividades lúdicas, prevalece em sala de aula, assim como o desenvolvimento de situações abstratas. Acreditamos que a inclusão de atividades lúdicas, intercaladas com desenvolvimento de situações-problemas (abordadas no tópico seguinte) e questões abstratas, possa influenciar em um aprendizado mais prazeroso e duradouro, incentivando também aspectos de interação em grupo, desenvolvimento de sociedade, sentimento desafiador, concentração, articulação e desenvolvimento de argumentos e criação de estratégias.

**Figura 1 - Charge do Lute sobre educação no Brasil (07/12/2016)**



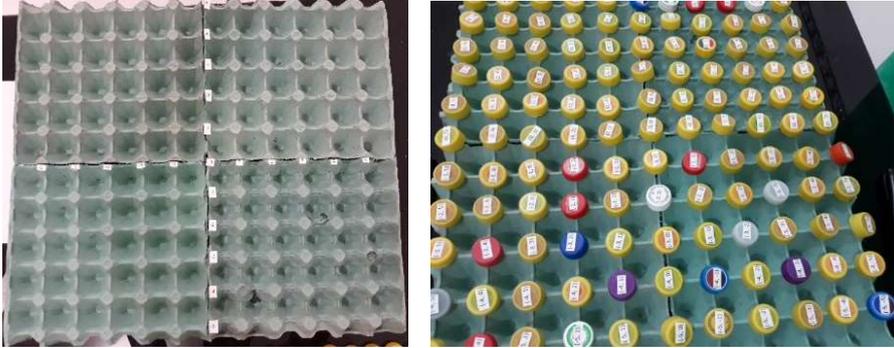
Fonte: <https://images.app.goo.gl/myUUSvcnFJK8BzZb8>

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas. (OLIVEIRA, 2008)

Mas também não acreditamos que o desenvolvimento de atividades abstratas no ensino da Matemática deve ser deixado de lado, muito pelo contrário, acreditamos que a inclusão de atividades lúdicas pode fazer com que esse desenvolvimento seja mais rico e compreensível, os tornando então complementares.

Evidencia-se que falar de “concreto” remeterá a existência do “abstrato” da mesma forma que referir-se ao “abstrato” implica o olhar também no “concreto”. São complementares, sendo o nível de concretude e de abstração referidos a um objeto por um sujeito, fatores idiossincráticos. (SOARES, 2015).

**Quadro 5 – Atividade Lúdica 1: Probabilidade no Plano Cartesiano com cartelas de ovos**

Atividade 1	Probabilidade no Plano Cartesiano com cartelas de ovos
Grupo	Aula lúdica com construção de jogos
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H10 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de três tempos de 45-50 minutos
Fonte	Desenvolvido pelo autor
Resumo	Esta atividade busca, através da construção de um plano cartesiano utilizando cartelas de ovos feitas de papelão descartável, a interação entre o conteúdo de probabilidade, previsto no atual currículo da série alvo da pesquisa, com o conteúdo de identificação da localização de pontos no plano cartesiano, conteúdo previsto na avaliação Conhecer.
Construção	<p>A turma será dividida em grupos com 4 ou 5 alunos. Cada grupo deverá construir um plano cartesiano com a utilização de cartelas de ovos descartáveis de papelão. O plano cartesiano deverá ter 10 unidades no eixo horizontal (5 positivas e 5 negativas) e 10 unidades no eixo vertical (5 positivas e 5 negativas), conforme imagens abaixo. Para essa construção os alunos poderão tomar como base vídeos explicativos disponibilizados no youtube. Cada grupo deverá também confeccionar tampinhas com as coordenadas inteiras de cada ponto desse plano cartesiano.</p> <p><b>Figura 2 - Plano Cartesiano feito com cartelas de ovos</b></p>  <p>Fonte: Acervo do autor</p>
Dinâmica	No início da aula cada grupo deverá montar o seu plano cartesiano e posicionar todas as tampinhas em seus respectivos locais de acordo com suas coordenadas. O professor deve discutir com a turma quais são as possibilidades de resultados nas somas das coordenadas e chegar a conclusão que existem 21 resultados possíveis para as somas: -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Em seguida deverá se dividir igualmente cada um desses resultados possíveis entre os grupos formados, por exemplo, se forem formados 7 grupos (total de 35 alunos) teremos $21/7 = 3$ , assim cada grupo deverá escolher três resultados possíveis. Em seguida cada grupo deverá reunir todas as tampinhas em uma sacola (ou qualquer outro material que possa ser usado como uma espécie de urna para sorteio) e sortear, de forma aleatória, uma tampinha. O grupo então deverá colocar essa tampinha em sua posição correta. O grupo que posicionar a tampinha corretamente ganhará um

	<p>ponto, e o grupo que estiver vinculado à soma das coordenadas também receberá um ponto. Sugere-se que haja pelo menos 4 rodadas, mas essa quantidade poderá ser adaptada dependendo do tempo da aula e da quantidade de grupos formados. Os resultados deverão ser registrados no quadro e ganhará o grupo que tiver o maior número de pontos.</p>
Discussão pós jogo	<p>Nessa dinâmica percebemos que cada grupo poderá pontuar de duas formas: posicionando a tampinha corretamente no plano cartesiano e sorteando uma tampinha cuja soma das coordenadas seja o número relacionado ao grupo. No que você atribui a vitória do grupo vencedor? Eles tiveram maior conhecimento, maior sorte, ou os dois? Você acha que os números relacionados ao grupo vencedor influenciaram para sua vitória? Por quê? Nota-se que existiam 21 possibilidades de resultados para as somas das coordenadas. Você acredita que algum deles tinha mais chance de ocorrer que os outros? Algum deles tinha menos chances de ocorrer do que os demais? Sabendo que a probabilidade é calculada pela razão entre os casos favoráveis por todos os casos possíveis você saberia calcular a probabilidade de ocorrer cada uma das 21 somas possíveis? Você consegue perceber alguma relação entre as probabilidades calculadas com o resultado do jogo que houve na sala de aula? Respondidas as perguntas anteriores, você agora seria capaz de definir a escolha dos três valores que proporcionaria ao grupo maior probabilidade de vitória?</p>

Fonte: Elaborado pelo autor

Após a realização da atividade espera-se que os alunos, com auxílio do professor, sejam capazes de responderem e discutirem as questões propostas na discussão pós jogo e percebam que existiam 121 tampinhas (pares ordenados), e que as possibilidades de cada uma das somas poderiam ser contabilizadas conforme abaixo:

- Somas igual a -10 e 10 poderiam ocorrer somente uma vez com os pares ordenados (-5, -5) e (5, 5) respectivamente, ou seja, cada soma tem  $\frac{1}{121} \cong 0,0083 \cong 0,83\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -9 e 9 poderiam ocorrer duas vezes cada, com os pares ordenados (-5, -4) e (-4, -5), para soma igual a -9, e (5, 4) e (4, 5), para soma igual a 9, ou seja, cada soma tem  $\frac{2}{121} \cong 0,0165 \cong 1,65\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -8 e 8 poderiam ocorrer três vezes cada, com os pares ordenados (-5, -3), (-4, -4) e (-3, -5), para soma igual a -8, e (5, 3), (4, 4) e (3, 5), para soma igual a 8, ou seja, cada soma tem  $\frac{3}{121} \cong 0,0248 \cong 2,48\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -7 e 7 poderiam ocorrer quatro vezes cada, com os pares ordenados (-5, -2), (-4, -3), (-3, -4) e (-2, -5), para soma igual a -7, e (5, 2), (4,

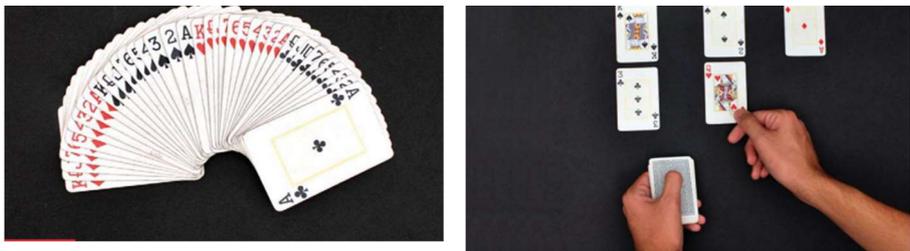
3), (3, 4) e (2, 5), para soma igual a 7, ou seja, cada soma tem  $\frac{4}{121} \cong 0,0331 \cong 3,31\%$  de probabilidade de ocorrer.

- Somas igual a -6 e 6 poderiam ocorrer cinco vezes cada, com os pares ordenados (-5, -1), (-4, -2), (-3, -3), (-2, -4) e (-1, -5), para soma igual a -6, e (5, 1), (4, 2), (3, 3), (2, 4) e (1, 5), para soma igual a 6, ou seja, cada soma tem  $\frac{5}{121} \cong 0,0413 \cong 4,13\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -5 e 5 poderiam ocorrer seis vezes cada, com os pares ordenados (-5, 0), (-4, -1), (-3, -2), (-2, -3), (-1, -4) e (0, -5), para soma igual a -5, e (5, 0), (4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4) e (0, 5), para soma igual a 5, ou seja, cada soma tem  $\frac{6}{121} \cong 0,0496 \cong 4,96\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -4 e 4 poderiam ocorrer sete vezes cada, com os pares ordenados (-5, 1), (-4, 0), (-3, -1), (-2, -2), (-1, -3), (0, -4) e (1, -5), para soma igual a -4, e (5, -1), (4, 0), (3, 1), (2, 2), (1, 3), (0, 4) e (-1, 5), para soma igual a 4, ou seja, cada soma tem  $\frac{7}{121} \cong 0,0579 \cong 5,79\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -3 e 3 poderiam ocorrer oito vezes cada, com os pares ordenados (-5, 2), (-4, 1), (-3, 0), (-2, -1), (-1, -2), (0, -3), (1, -4) e (2, -5), para soma igual a -3, e (5, -2), (4, -1), (3, 0), (2, 1), (1, 2), (0, 3), (-1, 4) e (-2, 5), para soma igual a 3, ou seja, cada soma tem  $\frac{8}{121} \cong 0,0661 \cong 6,61\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -2 e 2 poderiam ocorrer nove vezes cada, com os pares ordenados (-5, 3), (-4, 2), (-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (0, -2), (1, -3), (2, -4) e (3, -5), para soma igual a -2, e (5, -3), (4, -2), (3, -1), (2, 0), (1, 1), (0, 2), (-1, 3), (-2, 4) e (-3, 5) para soma igual a 2, ou seja, cada soma tem  $\frac{9}{121} \cong 0,0744 \cong 7,44\%$  de probabilidade de ocorrer.
- Somas igual a -1 e 1 poderiam ocorrer dez vezes cada, com os pares ordenados (-5, 4), (-4, 3), (-3, 2), (-2, 1), (-1, 0), (0, -1), (1, -2), (2, -3), (3, -4) e (4, -5), para soma igual a -1, e (5, -4), (4, -3), (3, -2), (2, -1), (1, 0), (0, 1), (-1, 2), (-2, 3), (-3, 4) e (-4, 5) para soma igual a 1, ou seja, cada soma tem  $\frac{10}{121} \cong 0,0826 \cong 8,26\%$  de probabilidade de ocorrer.

- Somas iguais a 0 poderiam ocorrer 11 vezes, com os pares ordenados (-5, 5), (-4, 4), (-3, 3), (-2, 2), (-1, 1), (0, 0), (1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4) e (5, -5), ou seja,  $\frac{11}{121} \cong 0,0909 \cong 9,09\%$  de probabilidade de ocorrer.

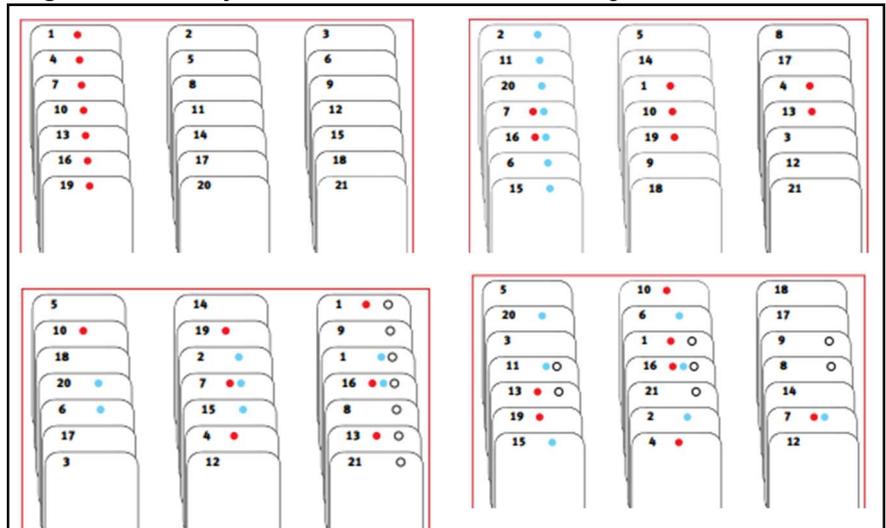
Com isso, podemos perceber que a melhor escolha de três somas, para se ter a melhor estratégia de vitória seria a escolha das somas iguais a -1, 0 e 1, totalizando 31 possibilidades entre as 121 existentes, ou seja,  $\frac{31}{121} \cong 0,2562 \cong 25,62\%$ . Em paralelo, a pior escolha de três somas, para se ter a pior estratégia de vitória seria a escolha das somas iguais a -10, -9 (ou 9) e 10, totalizando apenas 4 possibilidades entre as 121 existentes, ou seja,  $\frac{4}{121} \cong 0,0331 \cong 3,31\%$ .

### Quadro 6 – Atividade Lúdica 2: Baralho Mágico

Atividade 2	Baralho Mágico (Adaptado da atividade de mesmo nome proposta nos recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio da UNICAMP)
Grupo	Aula lúdica com utilização de jogos
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H7 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de três tempos de 45-50 minutos
Créditos	Adaptada da atividade de mesmo nome proposta nos recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio da UNICAMP de autoria de Marcelo Firer.
Fonte	<a href="https://m3.ime.unicamp.br/recursos/998">https://m3.ime.unicamp.br/recursos/998</a>
Resumo	<p>Este experimento explora um truque que consiste em adivinhar uma carta de baralho escolhida por uma pessoa. O objetivo final é mostrar que o algoritmo usado na execução da mágica está relacionado com uma função logarítmica e que a cada indicação de coluna o executor da "mágica" possui uma determinada probabilidade de acerto e essa vai aumentando até ser de 100%</p> <p><b>Figura 3 - Baralho Mágico</b></p>  <p>Fonte: <a href="https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EDSIb4wNQ_MDA_cc806_">https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EDSIb4wNQ_MDA_cc806_</a></p>
Dinâmica	Em aula anterior o professor deverá solicitar aos seus alunos que formem grupos com 4 ou 5 alunos e que na próxima aula cada grupo traga um jogo de cartas de baralho. Cada baralho completo possui 52 cartas. No dia da aula os alunos

deverão se dividir em grupos conforme separado na aula anterior. O professor deverá orientar que um dos alunos do grupo seja o mágico e esse aluno deverá seguir os seguintes procedimentos: 1) Separe 15 cartas quaisquer do baralho; 2) Distribua-as sobre a mesa em três colunas de 5 cartas cada; 3) Peça para que um colega do grupo escolha uma das cartas sem dizer qual é; 4) Peça ao colega que aponte a coluna na qual se encontra a carta que ele escolheu; 5) Junte as cartas de cada uma das 3 colunas formando 3 montes. Coloque sempre o monte referente à coluna escolhida entre os outros dois, juntando os três montes. Faça isso da forma mais discreta possível; 6) Distribua novamente as cartas sobre a mesa em três colunas (siga da esquerda para a direita até completar uma linha com 3 cartas, e em seguida faça uma nova linha abaixo); 7) Repita os passos 4, 5 e 6 mais duas vezes; 8) A carta escolhida pela vítima é a carta do meio da coluna do meio!

**Figura 4 - Marcação das escolhas no baralho mágico**



Fonte: [https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EDSIb4wNQ\\_MDA\\_cc806\\_](https://m3.ime.unicamp.br/dl/1-EDSIb4wNQ_MDA_cc806_)

Discussão pós jogo

O professor deverá mostrar os passos a serem realizados somente para os mágicos de cada grupo. Esses deverão realizar o procedimento para os colegas de grupo, desafiando-os a descobrir como ela foi feita. Eles devem repeti-la até que o grupo descubra qual o algoritmo de execução. Depois de descobrir o professor deverá perguntar aos alunos qual a probabilidade do mágico acertar a carta escolhida após a realização de cada repetição dos passos 4, 5 e 6. Espere-se que os alunos notem que após a primeira realização dos passos 4, 5 e 6 o mágico terá que acertar 1 entre as 5 cartas da coluna, portanto 20% de chance de acertar. Após a primeira repetição o mágico terá que acertar 1 entre 2 cartas, portanto 50% de chance de acertar, ou, dependendo da coluna apontada, 1 entre 1, portanto 100% de chance de acertar. Então, finalmente, após a segunda repetição o mágico terá, certamente, 1 entre 1 carta para escolher, portanto 100% de chance de acertar de forma garantida. Depois de descobrir o mecanismo da mágica, eles devem realizá-la com diferentes números de cartas, sempre usando um número ímpar de cartas distribuídas em 3 colunas, conforme a tabela abaixo, e deverão preencher com a quantidade mínima de repetições dos passos 4, 5 e 6 para ter 100% de chance garantida para se acertar a carta. Os alunos deverão realizar a mágica até 39 cartas, para as demais cartas os alunos deverão formular hipóteses.

Número de cartas	1	3	9	15	21	27	33	39	...	75	81	...	237	243
Número de repetições necessárias														

Fonte: Elaborado pelo autor

Após a realização da dinâmica e as tentativas de se definirem os números de repetições do procedimento para preenchimento da tabela proposta, o professor poderá analisar o caso com 21 cartas com intuito de se determinar a generalização dos casos variantes.

Análise proposta: antes de realizar a primeira pergunta “em qual coluna está a carta?”, sabemos apenas que a carta escolhida é uma das 21 expostas sobre a mesa, portanto temos  $\frac{1}{21} \cong 4,76\%$  de chance de acertar. Porém, ao pedir a indicação de uma das três colunas em que a carta se encontra, teremos reduzido o nosso espaço amostral a  $\frac{1}{3}$  do inicial, ou seja, nosso espaço amostral passou de 21 para 7, então sabemos agora que a carta escolhida é 1 das 7 da coluna apontada, ou seja, teremos  $\frac{1}{7} \cong 14,29\%$  de chance de acertar. Redistribuindo novamente as cartas e repetindo a pergunta, teremos reduzido mais uma vez nossas opções a  $\frac{1}{3}$  da quantidade anterior de cartas visto que a maneira com que as cartas são distribuídas garante que as cartas da coluna apontada serão distribuídas entre as três novas colunas. Note que nesse caso, como 3 não é divisor de 7, dependendo da coluna indicada, poderemos ter reduzido o espaço amostral para 2 ou 3 cartas, podemos dizer que o nosso espaço amostral será, em média, igual à  $\frac{7}{3}$  e então, agora, nossa probabilidade de acertar será de  $\frac{1}{\frac{7}{3}}$  ou seja,  $\frac{3}{7} \cong 42,86\%$ , o que ainda não nos garante o acerto. Repetindo esse procedimento novamente, temos o nosso espaço amostral novamente dividido por 3, o que nos garante que ele seja menor ou igual a 1 em qualquer caso (1 será caso o espaço amostral anterior seja 3 cartas), garantindo então 100% de chance de acertar a carta.

De maneira geral, dado um número  $n$  de cartas, queremos saber qual o menor número  $k$  de perguntas que devem ser feitas para ter certeza de onde se encontra a carta escolhida. Assim, temos que o nosso espaço amostral que inicialmente será de  $n$  de cartas, a cada repetição de procedimento e após a indicação da coluna, seja reduzido à  $\frac{1}{3}$  do anterior, visto que estamos separando as cartas em 3 colunas, vejamos:

Após a primeira pergunta:  $\frac{1}{3} \cdot n$

Após a segunda pergunta:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot n$

Após a terceira pergunta:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot n$

.

.

.

Após a  $k$ -ésima pergunta:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \dots \cdot \frac{1}{3} \cdot n = \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot n$

Queremos que o nosso espaço amostral seja menor ou igual a 1, pois isso nos garantirá os 100% de chance de acertar a carta, ou seja:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot n \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^k \leq \frac{1}{n}$$

$$3^{-k} \leq n^{-1}$$

$$\log_3 3^{-k} \leq \log_3 n^{-1}$$

$$-k \leq -\log_3 n$$

$$k \geq \log_3 n$$

Ou seja, para ter certeza da carta que a pessoa escolheu, devemos fazer um número de perguntas maior ou igual a  $\log_3 n$ , onde  $n$  é o número de cartas utilizadas na realização da mágica. Como queremos fazer o menor número possível de perguntas, temos que  $k$  deve ser o menor inteiro maior ou igual a  $\log_3 n$ .

Uma outra indagação que pode ser feita aos alunos é o que podemos deduzir se aumentarmos o número de colunas? Nesse caso, supondo o número de colunas igual a  $m$ , cada novo procedimento e nova indicação de colunas o espaço amostral

seria reduzido à  $\frac{1}{m}$  vezes o anterior, e assim todo o procedimento feito para 3 colunas pode ser repetido para  $m$  colunas e chegaríamos que  $k$  deve ser o menor inteiro maior ou igual a  $\log_m n$ , ou seja:

$$k \geq \log_m n$$

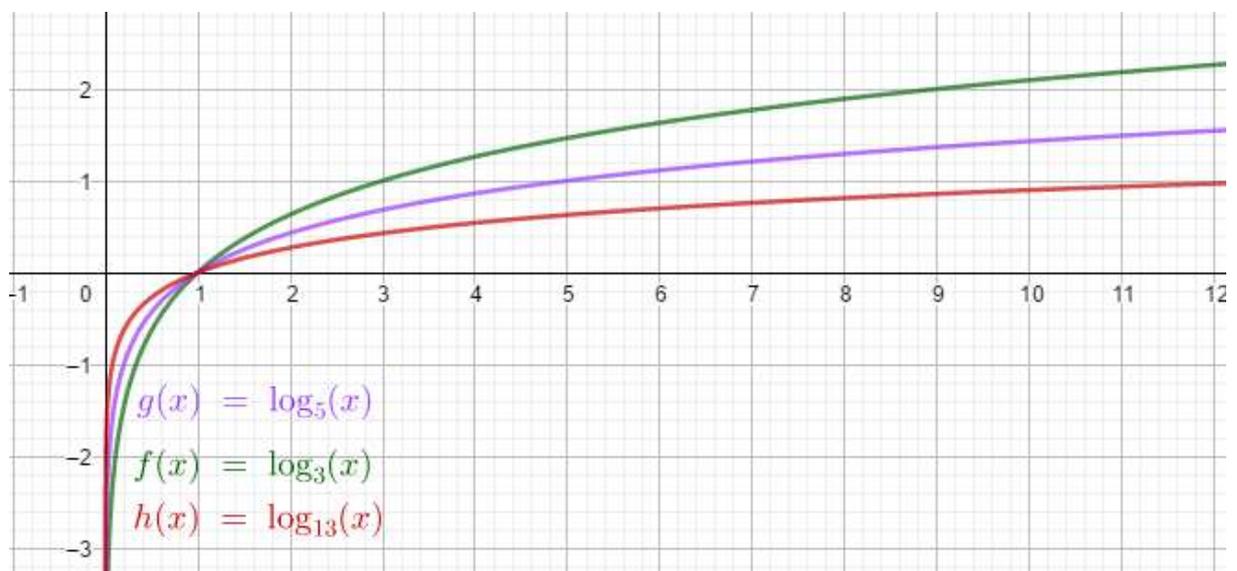
Onde:  $k$  = número mínimo de perguntas;

$n$  = número de cartas;

$m$  = número de colunas.

Nesse momento recomenda-se que os alunos construam os gráficos da função  $\log_m n$  para  $m = 3, 5$  e  $13$ , com isso eles poderão notar como a função logarítmica pode representar um crescimento cada vez mais lento ao aumentarmos o seu domínio (inverso da função exponencial), o que nos leva a concluir que a mágica pode ser realizada surpreendentemente com poucas perguntas para um número bem grande de cartas, como, por exemplo, apenas 5 perguntas para 243 cartas divididas em 3 colunas.

**Figura 5** - Exemplos de gráficos de funções logarítmicas



Fonte: Elaborado pelo autor. Disponível em <https://www.geogebra.org/classic/jkvdn8eh>

Para se preencher a tabela proposta no final da atividade espera-se que os alunos utilizem o experimento para a quantidade de cartas até 39 e complete a tabela utilizando a função logarítmica na base 3 conforme abaixo:

$$\begin{aligned} \log_3 1 &= 0 \\ \log_3 3 &= 1 \\ \log_3 9 &= 2 \\ \log_3 15 &\cong 2,46 \\ \log_3 21 &\cong 2,77 \\ \log_3 27 &= 3 \\ \log_3 33 &\cong 3,18 \\ \log_3 39 &\cong 3,33 \\ \log_3 75 &\cong 3,93 \\ \log_3 81 &= 4 \\ \log_3 237 &\cong 4,98 \\ \log_3 243 &= 5 \end{aligned}$$

### Quadro 7 - Repetições de perguntas na atividade do Baralho Mágico

Número de cartas	1	3	9	15	21	27	33	39	...	75	81	...	237	243
Número de repetições necessárias	0	1	2	3	3	3	4	4		4	4		5	5

Fonte: Elaborado pelo autor

### Quadro 8 – Atividade Lúdica 3: Probabilidade com uso de área de regiões planas

Atividade 3	Probabilidade com uso de área de regiões planas
Grupo	Aula lúdica com construção de jogos
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H12 • Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas
Habilidade envolvida do conteúdo atual	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de três tempos de 45-50 minutos
Fonte	Desenvolvido pelo autor
Resumo	Esta atividade busca, através da utilização de áreas planas feitas com papelão/cartolina e TNT, a interação entre o conteúdo de probabilidade, previsto no atual currículo da série alvo da pesquisa, com o conteúdo de área de figuras planas, conteúdo previsto na avaliação Conhecer.
Construção	O professor trará para a sala de aula dois recortes de TNT variados, buscando simular as questões que foram cobradas na avaliação conhecer diagnóstica. Poderá também trazer recortes de cartolina também em formatos e cores variados, ou então fazer com que esses recortes sejam confeccionados pelos

próprios alunos em aula. Segue abaixo os recortes utilizados aqui para efeito de exemplo.

**Figura 6** - Regiões feitas de TNT e Cartolina



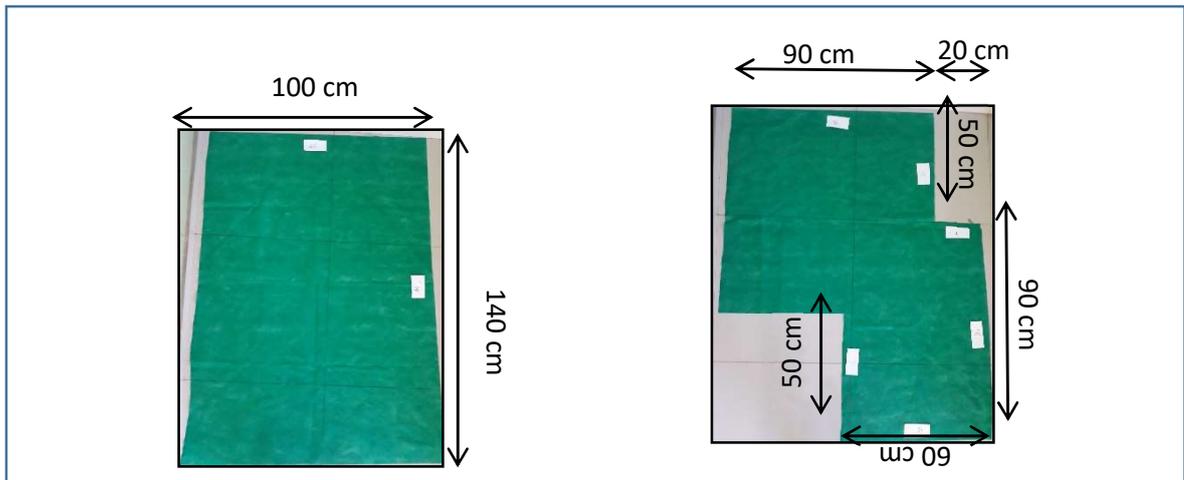
Fonte: Acervo do autor

Dinâmica	<p>No início da aula o professor irá solicitar que os alunos formem grupos com 5 componentes. Em um canto reservado da sala o professor irá forrar os recortes de TNT e sobre eles os alunos deverão espalhar os recortes de cartolinas de cores e tamanhos distintos, não poderá haver sobreposições de recortes, nem partes dos recortes fora do TNT. Cada grupo poderá escolher uma das cores da cartolina ou então escolher ficar com as "sobras" do TNT (partes do TNT que não forem cobertas pelos recortes de cartolina. Em cada rodada o grupo designará um de seus componentes para lançar, de olhos fechados, uma moeda sobre o TNT. Os demais componentes do grupo poderão orientar o seu representante somente com comandos de voz. Pontuará o grupo que estiver relacionado com a cor da cartolina a qual a moeda cairá. Para efeito de precisão, caso a moeda fique apenas um pedaço sobre determinado recorte de cartolina, o centro da moeda decidirá se o grupo pontuará ou não. Sugere-se que haja pelo menos três rodadas de lançamentos, onde cada rodada é definida quando um representante de cada grupo lançar a moeda.</p>
Discussão pós jogo	<p>No final da atividade os alunos serão desafiados a determinarem as medidas de área de cada TNT e de cada recorte de cartolina. Eles deverão então analisar se algum grupo tinha mais vantagem sobre o outro, ou seja, se a probabilidade da moeda cair sobre algum conjunto de recorte de mesma cor era maior ou menor que os demais. Deverão calcular as probabilidades da moeda cair sobre cada grupo de recorte de mesma cor, assim como a probabilidade de cair sobre algum pedaço de sobra de TNT, ou seja, sem cartolina sobreposta. os recortes de cartolina e de TNT deverão estar marcados com algumas medidas de seus lados, e os alunos deverão analisar em grupo como determinar o tamanho dos lados que não tiverem essa marcação, assim como é cobrado na avaliação conhecer.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

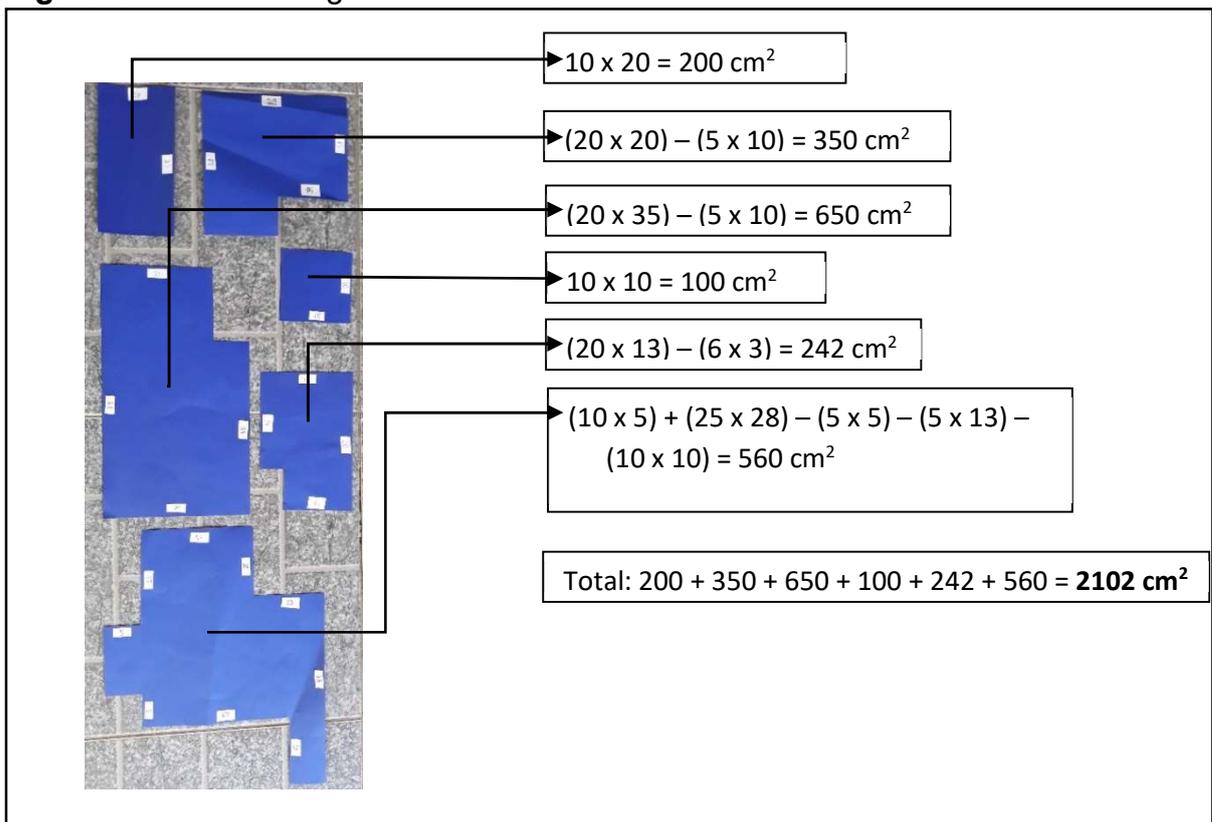
Após a realização da atividade e toda a discussão em grupo a respeito do cálculo das áreas e das probabilidades espera-se que os alunos cheguem às conclusões abaixo.

**Figura 7 - Regiões feitas de TNT**



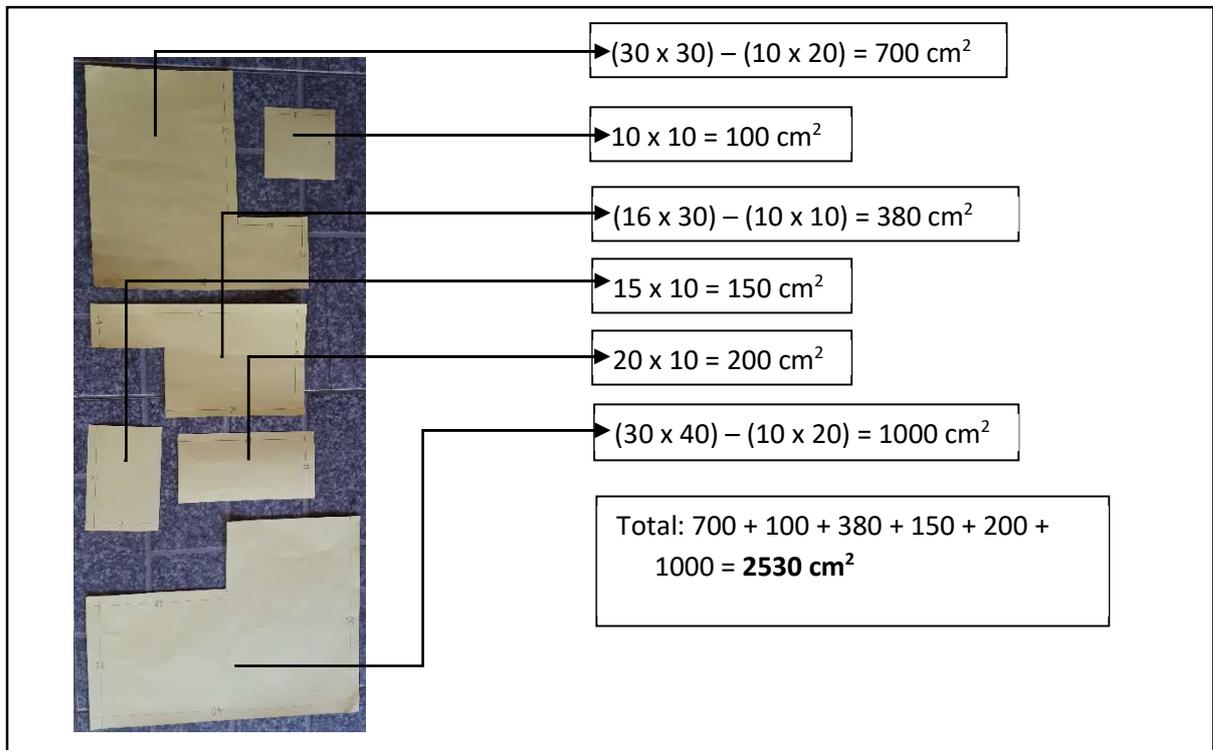
Fonte: Acervo pessoal do autor (1ª Área  $100 \times 140 = 14000 \text{ cm}^2$ , 2ª Área  $(110 \times 140) - (20 \times 50) - (50 \times 50) = 11900 \text{ cm}^2$ )

**Figura 8 - Área das regiões feitas de Cartolina Azul**



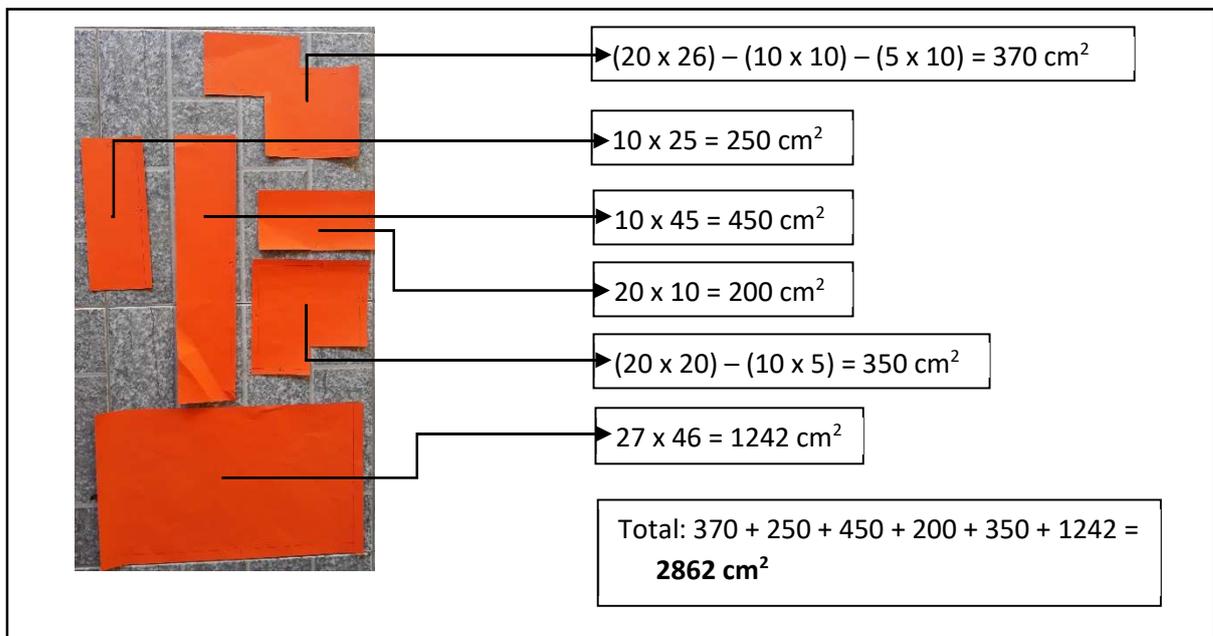
Fonte: Acervo do autor.

**Figura 9** - Área das regiões feitas de Cartolina Amarela



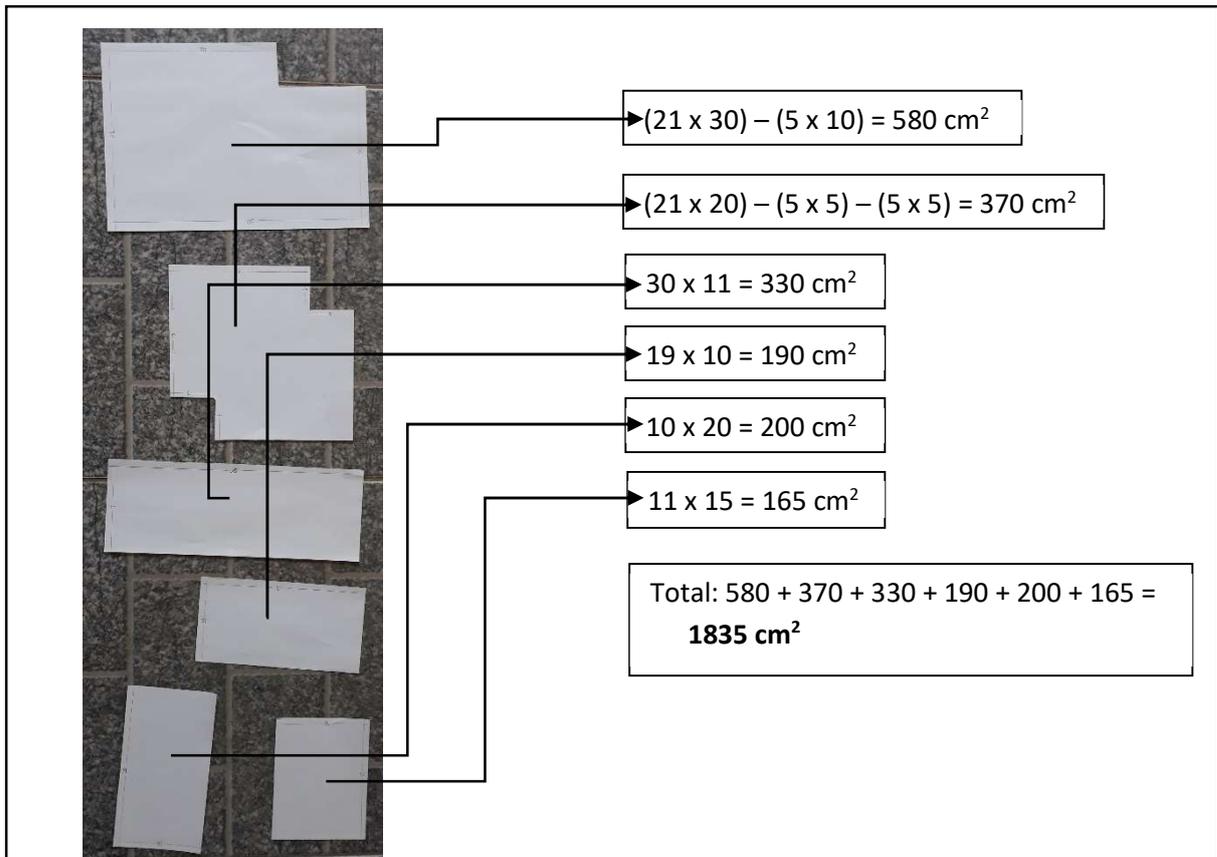
Fonte: Acervo do autor.

**Figura 10** - Área das regiões feitas de Cartolina Laranja



Fonte: Acervo do autor.

**Figura 11 - Área das regiões feitas de Cartolina Branca**



Fonte: Acervo do autor.

Com isso, conclui-se que, sobre o TNT de área  $14000 \text{ cm}^2$ , as probabilidades serão:

$$\text{Cartolina Azul: } \frac{2102}{14000} \cong 0,15 \cong 15\%$$

$$\text{Cartolina Amarela: } \frac{2530}{14000} \cong 0,18 \cong 18\%$$

$$\text{Cartolina Laranja: } \frac{2862}{14000} \cong 0,20 \cong 20\%$$

$$\text{Cartolina Branca: } \frac{1835}{14000} \cong 0,13 \cong 13\%$$

$$\text{Sobras de TNT: } \frac{14000 - (2102+2530+2862+1835)}{14000} = \frac{4671}{14000} \cong 0,34 \cong 34\%$$

Já sobre o TNT de área 11900 cm<sup>2</sup>, as probabilidades serão:

$$\text{Cartolina Azul: } \frac{2102}{11900} \cong 0,18 \cong 18\%$$

$$\text{Cartolina Amarela: } \frac{2530}{11900} \cong 0,21 \cong 21\%$$

$$\text{Cartolina Laranja: } \frac{2862}{11900} \cong 0,24 \cong 24\%$$

$$\text{Cartolina Branca: } \frac{1835}{11900} \cong 0,15 \cong 15\%$$

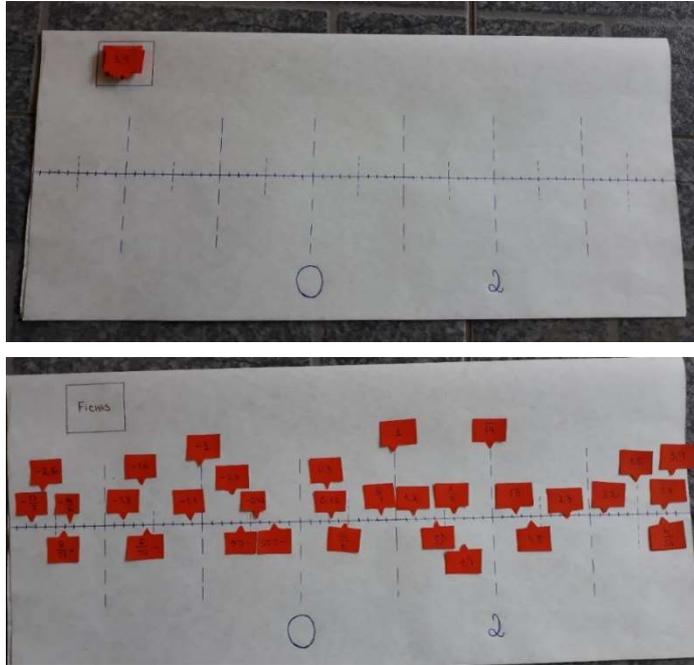
$$\text{Sobras de TNT: } \frac{11900 - (2102 + 2530 + 2862 + 1835)}{11900} = \frac{2571}{11900} \cong 0,22 \cong 22\%$$

**Quadro 9** – Atividade Lúdica 4: Jogo de tabuleiro para posicionar números reais em uma reta

Atividade 4	Jogo de tabuleiro para posicionar números reais em uma reta
Grupo	Aula lúdica com construção de jogos
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H1 • Identificar a localização de números reais na reta numérica
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de três tempos de 45-50 minutos
Fonte	Criado pelo autor (inspirada em uma questão da prova do Enem PPL 2013)
Resumo	Esta atividade busca, através da utilização de um jogo de tabuleiro, a interação entre o conteúdo de probabilidade, previsto no atual currículo da série alvo da pesquisa, com o conteúdo de localização de números reais na reta numérica, conteúdo previsto na avaliação Conhecer.
Material utilizado na construção	Cartolinas coloridas, tesoura, régua e caneta.
Dinâmica	O professor apresentará para seus alunos um tabuleiro simulando parte da reta real, conforme exemplo abaixo. Junto com esse tabuleiro existem 31 fichas representando números reais que podem ser posicionados nessa reta. Os alunos, divididos em grupos de 4 ou 5 alunos, deverão, um grupo de cada vez, retirar aleatoriamente uma ficha, discutir entre o grupo, e posicionar a ficha no tabuleiro. Pontuará o grupo que posicionar a ficha de maneira correta no tabuleiro. É importante que os alunos não se

utilizem em um primeiro momento de calculadoras, mas poderão utilizar após o posicionamento da ficha para conferir se os cálculos utilizados foram corretos.

**Figura 12** - Jogo de Tabuleiro da Reta Numérica



Fonte: Acervo do autor.

Discussão  
pós jogo

Após a realização da localização de todos os valores na reta o professor poderá propor algumas questões como as seguintes: 1) escolhido uma ficha aleatória entre as apresentadas na nossa atividade, qual a probabilidade dessa ficha: a) conter um número maior do que 0 (zero)? b) conter um número irracional? c) conter um número compreendido no intervalo (-1, 1)? d) Conter um número escrito no formato de fração?

Fonte: Elaborado pelo autor

Após a realização da atividade e toda a discussão em grupo a respeito de quais e quantas fichas apresentam números maiores do que 0 (zero), quais e quantas fichas apresentam números irracionais, quais e quantas fichas apresentam números no intervalo (-1, 1) e quais e quantas fichas apresentam números escritos no formato de fração, e todo cálculo das probabilidades espera-se que os alunos cheguem as conclusões abaixo.

As fichas apresentadas representam os 31 números relacionados a seguir em sua ordem crescente:

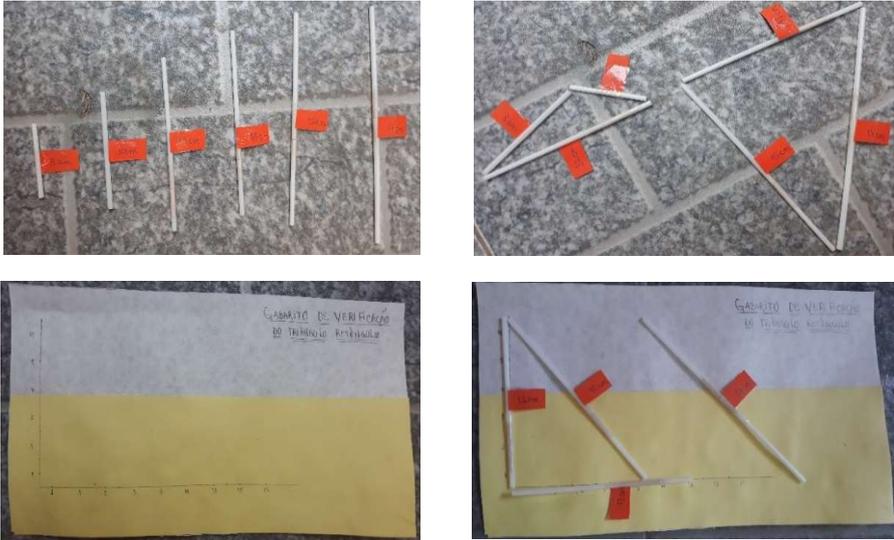
$$-2,6 < -\frac{18}{7} < -\frac{12}{5} < -\frac{14}{6} < -1,8 < -1,6 < -\frac{14}{9} < -1,1 < -1 < -0,7 < -0,6$$

$$\begin{aligned}
 &< -0,42 < -0,25 < 0,3 < 0,32 < \frac{7}{15} < \frac{6}{7} < 1 < 1,2 < \sqrt{2} < \frac{8}{5} < 1,7 < \sqrt{4} < \sqrt{5} < 2,4 \\
 &< 2,8 < 3,2 < 3,5 < \frac{15}{4} < 3,8 < 3,9.
 \end{aligned}$$

Os números maiores que 0 (zero) são, ao todo, 18. Os irracionais são, ao todo, 2. Os números compreendidos no intervalo aberto  $(-1, 1)$  são, ao todo, 8. E, por fim, os números escritos na forma de fração são, ao todo, 8. Dessa forma as probabilidades solicitadas são, respectivamente,  $\frac{18}{31} \cong 0,58 \cong 58\%$ ,  $\frac{2}{31} \cong 0,06 \cong 6\%$ ,  $\frac{8}{31} \cong 0,26 \cong 26\%$  e  $\frac{8}{31} \cong 0,26 \cong 26\%$ .

#### Quadro 10 – Atividade Lúdica 5: Formando triângulos com canudos

Atividade 5	Formando triângulos retângulos
Grupo	Aula lúdica com construção e manipulação de material concreto
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H4 • Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de dois tempos de 45-50 minutos
Fonte	Criado pelo autor
Resumo	Esta atividade busca, através da construção e manipulação de material concreto, a interação entre o conteúdo de probabilidade, previsto no atual currículo da série alvo da pesquisa, com o conteúdo da mais conhecida relação métrica em um triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras, conteúdo este previsto na avaliação Conhecer.
Material utilizado na construção	Palitos de madeira ou canudos de plástico rígido

Dinâmica	<p>O professor em uma aula anterior solicitará que os alunos se dividam em grupos com 4 ou 5 alunos. Cada grupo deverá trazer no dia da atividade 6 palitos de madeira ou canudos de plástico rígidos com as seguintes medidas: 5, 8, 12, 13, 15 e 17 cm. No dia da atividade os grupos deverão contabilizar, fazendo os devidos registros, todos os triângulos distintos que conseguem formar com os canudos (a formação deverá ser utilizando toda a medida do canudo). Em seguida os alunos deverão identificar, entre os triângulos definidos anteriormente, qual(is) dele(s) são retângulos, para essa identificação os alunos poderão utilizar um "gabarito" de ângulo reto.</p> <p><b>Figura 13 - Formando triângulos retângulos</b></p>  <p>Fonte: Acervo do autor</p>
Discussão pós jogo	<p>Após a realização dos experimentos o professor levantará as seguintes questões aos alunos: 1) Como saber se todos os triângulos possíveis foram identificados? 2) Como identificar, de maneira aritmética (sem o uso do "gabarito"), se os triângulos são ou não retângulos? 3) Escolhendo, de forma aleatória, três canudos, qual a probabilidade dele forma um triângulo? 4) Escolhendo, de forma aleatória, três canudos, qual a probabilidade dele forma um triângulo retângulo?</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após toda dinâmica com a atividade espera-se que os alunos possam utilizar o conhecimento de combinação de elementos para se calcular a quantidade total de possibilidades de se escolher três segmentos aleatório, visto que a ordem da escolha não importa, ou seja, tanto faz escolher os segmentos de tamanhos 13 cm, 8 cm e 5 cm, nessa ordem, ou escolher os segmentos de tamanhos 8 cm, 5 cm e 13 cm, nessa ordem, pois se tratam da mesma escolha. Sendo assim o aluno obterá a quantidade total de possibilidades calculando  $C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$ . Daqui em diante o aluno precisará descobrir quantos desses 20 casos se trata de uma combinação de números que formam os lados de um triângulo e, desses, quantos são classificados como números Pitagóricos, ou seja, números que atendem ao Teorema de Pitágoras. Para isso os alunos podem inicialmente listar essas 20 possibilidades usando uma das técnicas

estudadas, como por exemplo, a árvore de possibilidades desde que no final o aluno exclua os casos repetidos. Sendo assim teremos os casos: (17, 15, 13), (17, 15, 12), (17, 15, 8), (17, 15, 5), (17, 13, 12), (17, 13, 8), (17, 13, 5), (17, 12, 8), (17, 12, 5), (17, 8, 5), (15, 13, 12), (15, 13, 8), (15, 13, 5), (15, 12, 8), (15, 12, 5), (15, 8, 5), (13, 12, 8), (13, 12, 5), (13, 8, 5) e (12, 8, 5). Pela condição de existência dos triângulos (desigualdade triangular) o aluno poderá eliminar os casos: (17, 12, 5), (17, 8, 5), (15, 8, 5) e (13, 8, 5), sobrando então somente os casos: (17, 15, 13), (17, 15, 12), (17, 15, 8), (17, 15, 5), (17, 13, 12), (17, 13, 8), (17, 13, 5), (17, 12, 8), (15, 13, 12), (15, 13, 8), (15, 13, 5), (15, 12, 8), (15, 12, 5), (13, 12, 8), (13, 12, 5) e (12, 8, 5). Agora o aluno poderá analisar se cada um dos casos atende ou não o Teorema de Pitágoras, assim:  $(17^2 \neq 15^2 + 13^2)$ ,  $(17^2 \neq 15^2 + 12^2)$ ,  **$(17^2 = 15^2 + 8^2)$** ,  $(17^2 \neq 15^2 + 5^2)$ ,  $(17^2 \neq 13^2 + 12^2)$ ,  $(17^2 \neq 13^2 + 8^2)$ ,  $(17^2 \neq 13^2 + 5^2)$ ,  $(17^2 \neq 12^2 + 8^2)$ ,  $(15^2 \neq 13^2 + 12^2)$ ,  $(15^2 \neq 13^2 + 8^2)$ ,  $(15^2 \neq 13^2 + 5^2)$ ,  $(15^2 \neq 12^2 + 8^2)$ ,  $(15^2 \neq 12^2 + 5^2)$ ,  $(13^2 \neq 12^2 + 8^2)$ ,  **$(13^2 = 12^2 + 5^2)$**  e, por fim,  $(12^2 \neq 8^2 + 5^2)$ , logo, somente 2 dos casos atendem ao Teorema de Pitágoras, então, definindo as probabilidades requeridas, teremos: 3)  $\frac{16}{20} = 0,8 = 80\%$  e 4)  $\frac{2}{20} = 0,1 = 10\%$ .

Nessa atividade, além da prática do método de contagem por combinação e do conceito de probabilidade, o aluno revisitará o conceito do Teorema de Pitágoras além do conceito de existência de triângulos (desigualdade triangular) e verificará na prática o motivo pelo qual essa condição de existência é válida e necessária.

#### Quadro 11 – Atividade Lúdica 6: Eliminando quadrados

Atividade 6	Eliminando quadrados (Adaptado)
Grupo	Aula lúdica com construção de jogos
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H8 • Resolver problema que envolva função exponencial
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Uma aula de dois tempos de 45-50 minutos
Créditos	Maria Zoraide M. C. Soares
Fonte	<a href="https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1008">https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1008</a>
Material utilizado na construção	Cartolinas, cola, lápis, régua e tesoura.

Resumo	Este experimento busca, através do estudo de um modelo simples de função exponencial, a interação entre o conteúdo de probabilidade, previsto no atual currículo da série alvo da pesquisa, com o conteúdo de função exponencial, conteúdo este previsto na avaliação Conhecer.
Dinâmica	<p>Em aula anterior o professor solicitará aos seus alunos que se dividam em grupos de 4 a 5 alunos cada grupo, e que tragam na próxima aula 200 quadradinhos de cartolina com 1 cm de lado e com faces de cores distintas (uma face azul e outra face branca, por exemplo). No dia da aula, sobre uma mesa, cada grupo lançará os quadradinhos construídos. Em seguida, irão retirar todos aqueles que caírem sobre a mesa com a cor branca voltada para cima. Repetirão o processo várias vezes até sobrar apenas um quadradinho. Com este experimento prático, construirão tabelas e gráficos em planos cartesianos que relacionam o número de jogadas e a quantidade restante de pedaços de papel na cor azul.</p> <p><b>Figura 14 - Eliminando quadrados</b></p>  <p>Fonte: Acervo do autor</p>
Discussão pós jogo	Após a realização do experimento o professor levantará as seguintes questões: 1) ao se lançar um desses quadradinhos sobre a mesa, qual a probabilidade dele cair com a face azul voltada para cima? 2) Em cada rodada espera-se que em torno de quantos quadradinhos caiam sobre a mesa com a face azul voltada para cima? 3) Calcule o quociente entre os quadradinhos azuis restantes em cada rodada pelos quadradinhos azuis restantes na rodada anterior. É possível estabelecer alguma relação entre esses quocientes? 4) Observando as tabelas e os gráficos construídos em cada grupo podemos observar qual modelo de situação nessa atividade?

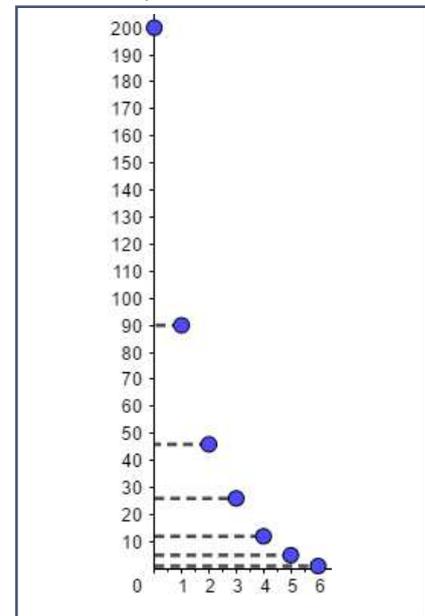
Fonte: Elaborado pelo autor.

Após toda dinâmica com a atividade espera-se que os alunos possam responder às questões levantadas da seguinte maneira: 1) Como o quadradinho tem duas faces e somente uma é azul, a probabilidade requerida será de  $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ . 2) Intuitivamente, espera-se que metade dos quadradinho estejam com a face azul voltada para cima e a outra metade com a face branca. Para as perguntas 3) e 4) segue abaixo uma simulação de resultados para a atividade.

**Quadro 12** - Lançamentos de quadrados

Quantidade de lançamentos	Quantidade de quadradinhos	Quocientes
0	200	-
1	90	0,45
2	46	0,51
3	26	0,57
4	12	0,46
5	5	0,42
6	1	0,20

Fonte: Elaborado pelo autor

**Figura 15** - Gráfico Lançamentos x Quadradinhos

Fonte: Elaborado pelo autor

Com isso teremos as seguintes possíveis respostas: 3) Nota-se que os quocientes obtidos estão próximos de 0,50. E, por fim, 5) Podemos perceber um modelo de decaimento constante, o que nos remete à uma função exponencial de base  $x$  onde  $0 < x < 1$ .

#### 4.3. Situações-problemas propostas para a 2ª fase.

As propostas apresentadas aqui nesse bloco, assim como no bloco anterior, buscam complementar a intervenção de maneira que a mesma se torne mais efetiva e abrangente para se alcançar um melhor desempenho na fase Exploratória da Avaliação Conhecer.

Acreditamos que as situações-problemas devem fazer parte do cotidiano da sala de aula de Matemática. Não estamos aqui falando dos chamados exercícios, os quais envolvem apenas a prática mecânica de procedimentos matemáticos de cálculos, mas sim na interpretação de situações que nos remetem ao pensar matemático, mesmo se tratando de situações hipotéticas. Segundo Dante (1988,

apud, SOARES & PINTO, 2001), exercício "... serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo." Já problema, segundo o mesmo autor, "... é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não temos previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução."

A avaliação Conhecer, tanto em sua fase diagnóstica, quanto na fase exploratória, aplicada em 2019, foi composta, quase em sua totalidade, pelo que consideramos situações-problemas. Dessa forma, se buscamos também um melhor desempenho em termos estatísticos nas próximas avaliações, é imprescindível que os alunos possam estar familiarizados com esse tipo de desafio.

A resolução de situações-problemas envolvendo habilidades matemáticas já foi alvo de inúmeros estudos de diversos autores, entre eles podemos destacar os trabalhos do matemático húngaro George Polya. Em 1945 Polya publicou o livro *How to Solve it* (tradução: A arte de resolver problemas), livro este presente na bibliografia de muitos trabalhos acadêmicos envolvendo a resolução de problemas matemáticos. Segundo Polya a resolução de um problema pode ser elaborada percorrendo quatro etapas: 1ª) Entender o problema; 2ª) Elaboração de uma estratégia para a resolução do problema; 3ª) Execução da estratégia elaborada; e 4ª) Revisar a solução com o resultado obtido. Essas quatro etapas exigem do estudante um desenvolver mais apurado em matemática do que somente a resolução de exercícios.

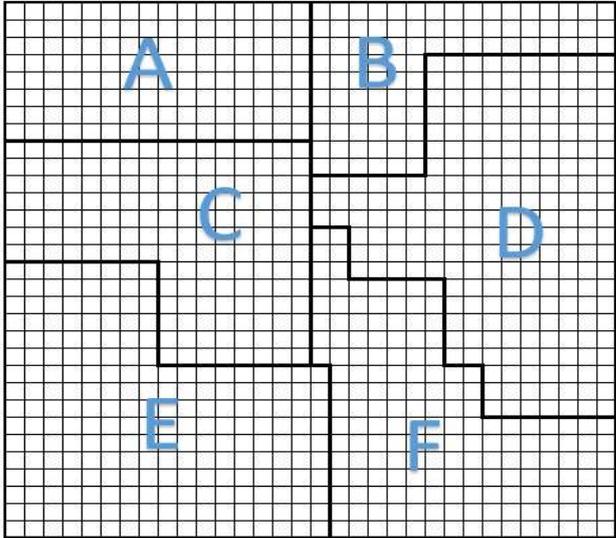
Para Polya (1945), a pessoa se depara com um problema quando há uma pergunta que não consegue responder usando somente os conhecimentos que possui. Para Dante (1991) um problema "é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". Enquanto que para Walle (2001), um problema pode ser definido:

[...] como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. (2001, apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2005)

Diante do exposto a proposta aqui apresentada se torna bastante relevante para o alcance de melhores resultados na Avaliação Conhecer em sua fase

Exploratória e, conseqüentemente, no desenvolvimento das habilidades identificadas como deficitárias em sua fase Diagnóstica.

### Quadro 13 - Situação-problema 1: Recortes de papel quadriculado

Situação-problema 1	Recortes de papel quadriculado
Grupo	Resolução de situações-problemas
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H11 • Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Probabilidade
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos
Créditos	Criado pelo autor
Situação-problema	<p>Um professor pede que seus alunos, em grupo, recortem uma folha de papel quadriculado em 6 pedaços de forma que os cortes sigam somente as laterais de cada quadradinho que compões a folha. Um determinado grupo faz o corte conforme figura abaixo:</p> <p style="text-align: center;"><b>Figura 16 - Recortes de papel quadriculado</b></p>  <p style="text-align: center;">Fonte: o autor</p> <p>Dobra-se cada um dos recortes de forma que os mesmos fiquem com mesmo tamanho e volume, com isso a probabilidade de se escolher cada um deles de forma aleatória é a mesma. Escolhendo um dos recortes de forma aleatória, qual a probabilidade de ter um perímetro menor do que 50 unidades?</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma solução esperada para a situação-problema 1:

Observando cada um dos recortes o aluno deverá contabilizar seus respectivos perímetros e assim concluir que tais apresentam as seguintes medidas:

Recorte A = 48

Recorte B = 42

Recorte C = 58

Recorte D = 74

Recorte E = 66

Recorte F = 68

Observamos que entre os 6 recortes, 2 (recorte A e recorte B) apresentam perímetros menores do que 50 unidades, assim, a probabilidade solicitada será  $P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

**Quadro 14 - Situação-problema 2: Atendendo clientes com carro de aplicativo**

Situação-problema 2	Atendendo clientes com carro de aplicativo																		
Grupo	Resolução de situações-problemas																		
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H3 • Resolver problema envolvendo uma função de primeiro grau																		
Habilidade envolvida do conteúdo atual	Probabilidade																		
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos																		
Créditos	Criado pelo autor																		
Situação problema	<p>Em uma cidade o valor da viagem utilizando carro de um determinado aplicativo é calculado por um valor fixo de R\$ 5,00 acrescido de mais R\$ 2,00 a cada km rodado. Para atender os clientes de uma empresa um funcionário autônomo deve arcar com as suas despesas de transporte até o cliente e só depois do serviço solicitar o ressarcimento dessa despesa ao qual receberá junto com o pagamento pelo serviço prestado</p> <p>Em um determinado dia de trabalho esse funcionário só tinha disponível para gasto com transporte o valor de R\$ 35,00. Ele não sabia qual cliente iria atender, mas sabia que seria designado para atender apenas um dos clientes da tabela abaixo:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Cliente</th> <th>Distância em km da empresa até o cliente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>G</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>H</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Determine a probabilidade desse funcionário ter valor suficiente para utilizar o transporte por aplicativo na viagem até o seu cliente.</p>	Cliente	Distância em km da empresa até o cliente	A	17	B	10	C	8	D	35	E	13	F	15	G	5	H	2
Cliente	Distância em km da empresa até o cliente																		
A	17																		
B	10																		
C	8																		
D	35																		
E	13																		
F	15																		
G	5																		
H	2																		

Fonte: Elaborado pelo autor

Uma solução esperada para a situação-problema 2:

Espera-se nessa questão que o aluno primeiro calcule a quantidade máxima de quilômetros da distância da empresa até o cliente que o valor de R\$ 35,00 lhe possibilite de utilizar o carro por aplicativo. Para isso ele pode lançar mão da função do 1º grau que representa essa situação, a qual é:  $y = 2x + 5$ , onde  $x$  representa essa distância em quilômetros e  $y$  o valor final pago pela viagem. Dessa forma, substituindo o valor de  $y$  por R\$ 35,00 ele poderá perceber que o valor de  $x$  será 15, assim essa será distância máxima. Para se calcular a probabilidade o aluno deverá analisar quais são os clientes favoráveis para esse valor, os quais são os clientes que possuem distância máxima de 15 km, ou seja, os clientes B, C, E, F, G e H, ao todo são 6 clientes entre os 8 possíveis (somente para os clientes A e D esse funcionário não teria o valor suficiente para utilizar o carro de aplicativo como meio de transporte), o que nos gera a probabilidade de  $6/8 = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ .

Comentários adicionais:

O aluno poderá resolver essa questão de maneira experimental, ou seja, simulando o valor da viagem para cada um dos clientes possíveis. Um aluno mais atento, ao calcular o valor dos primeiros clientes poderá deduzir as possibilidades de alguns outros sem que haja o cálculo propriamente dito, por exemplo, ao se calcular o valor da viagem para o cliente A o aluno fará  $R\$ 5,00 + 17 \text{ vezes } R\$ 2,00 = R\$ 39,00$ , e assim perceber que se aumentar a distância o valor também aumenta, logo os clientes com distâncias maiores do que 17 km não atenderão, eliminando então o cliente D sem necessidade de se fazer outra conta. E repetir esse processo e análise para os próximos clientes. Nesses casos, no momento da correção, o professor poderá incentivar os alunos a escreverem uma expressão geral para o cálculo do valor da viagem supondo outras situações onde o aluno teria maior dificuldade se optasse pelo método de testagem, por exemplo, se ao invés de 8 clientes, o funcionário tivesse em sua carteira a possibilidade de 20 ou 30 clientes.

**Quadro 15 - Situação-problema 3: PA na fila de emprego**

Situação-problema 3	PA na fila de emprego																																														
Grupo	Resolução de situações-problemas																																														
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H5 • Resolver problema envolvendo PA/PG dada a fórmula do termo geral																																														
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Estatística: conceito de população, amostra e média.																																														
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos																																														
Créditos	Criado pelo autor																																														
Situação problema	<p>Em uma fila de emprego com 100 pessoas, foram entrevistados, como amostra, 25 pessoas da seguinte maneira: 1ª posição na fila, 5ª posição na fila, 9ª posição na fila, e assim sucessivamente. Foram coletadas as informações sobre a quantidade de anos completos de desemprego e foram obtidos os dados abaixo:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Posição na fila -----&gt;</td> <td style="width: 10%;">1ª</td> <td style="width: 10%;">5ª</td> <td style="width: 10%;">9ª</td> <td style="width: 10%;">...</td> <td colspan="15"></td> </tr> <tr> <td>Anos completos sem emprego --&gt;</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>7</td> <td>7</td> <td>7</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>7</td> </tr> </table> <p>Qual a posição na fila da 22ª pessoa entrevistada? Os anos completos sem emprego dessa pessoa está acima, abaixo ou na média entre todos os entrevistados?</p> <p>Dados que em uma PA temos:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">a_n = a_1 + (n - 1).r</math> <math display="block">S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}</math> </div>	Posição na fila ----->	1ª	5ª	9ª	...																Anos completos sem emprego -->	7	5	0	3	0	5	5	4	1	4	7	7	7	7	2	5	6	2	2	4	5	4	0	4	7
Posição na fila ----->	1ª	5ª	9ª	...																																											
Anos completos sem emprego -->	7	5	0	3	0	5	5	4	1	4	7	7	7	7	2	5	6	2	2	4	5	4	0	4	7																						

Fonte: Elaborado pelo autor

Uma solução esperada para a situação-problema 3:

Nessa situação espera-se que o aluno perceba que as posições escolhidas na fila obedecem a sequência de uma PA de razão 4 em que o primeiro termo é igual a 1. Espera-se também que o aluno utilize a fórmula do termo geral de uma PA para obter o valor do 22º termo, ou seja,  $a_{22} = 1 + (22 - 1).4 = 85$ , ou seja, a posição na fila da 22ª pessoa entrevistada é 85. Analisando a tabela disponibilizada pelo problema espera-se que o aluno identifique que essa pessoa possui 4 anos completos sem emprego e que a média de desemprego entre todos os entrevistados é de

$\frac{7+5+0+3+0+5+5+4+1+4+7+7+7+7+2+5+6+2+2+4+5+4+0+4+7}{25} = \frac{103}{25} = 4,12$ , o que podemos concluir que a 22ª pessoa entrevistada na fila possui o tempo, em anos completos, de desemprego abaixo da média de todos os entrevistados.

**Quadro 16** - Situação-problema 4: Curva de contágio do covid-19.

Situação-problema 4	Curva de contágio do covid-19
Grupo	Resolução de situações-problemas
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H6 • Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do segundo grau
Habilidade envolvida do conteúdo atual	Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linhas, de barras e de setores.
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos
Créditos	Criado pelo autor
Situação-problema	<p>Observe o gráfico abaixo:</p> <p><b>Figura 17</b> - Como retardar o pico da epidemia</p> <p>Fonte: <a href="https://images.app.goo.gl/rwCqJbDR1R83yGx28">https://images.app.goo.gl/rwCqJbDR1R83yGx28</a> (adaptado pelo autor)</p> <p>Modelos de gráficos como este foram utilizados em diversas pesquisas para indicar a previsão de como o número de casos do novo coronavírus se comportaria sem e com medidas de controle.</p> <p>Um modelo algébrico que representa as curvas apresentadas pode ser descrito pelas funções <math>f(x) = -x^2 + Ax - 1</math> (sem medidas de controle) e <math>g(x) = -0,1x^2 + x - 1</math> (com medidas de controle). Nessas condições, analisando as informações dadas</p>

	<p>pelo gráfico, classifique as afirmações abaixo como verdadeiras ou falsas, justificando cada uma delas:</p> <p>( ) <math>A &lt; 0</math></p> <p>( ) <math>B &gt; A</math></p> <p>( ) <math>A = B</math></p> <p>( ) A capacidade do sistema de saúde é menor que 1,5</p> <p>( ) A capacidade do sistema de saúde é maior que 1,5</p>
--	--

Fonte: Elaborado pelo autor

Uma solução esperada para a situação-problema 4:

- No gráfico “Sem medidas de controle”, teremos:

valor máximo  $5,25 = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(A^2-4 \cdot (-1) \cdot (-1))}{4 \cdot (-1)} = \frac{4-A^2}{-4}$ , ou ainda,  $5,25 \cdot (-4) = 4 - A^2 \Rightarrow A^2 = 25 \Rightarrow A = 5$  (descartamos o valor  $-5$  visto que a posição do gráfico indica uma tendência crescente quando  $x$  é zero, ou seja, o gráfico intercepta o eixo  $y$  em sua parte crescente).

- No gráfico “Com medidas de controle”, teremos:

valor máximo atingido no tempo  $B = \frac{-1}{2 \cdot (-0,1)} = \frac{1}{0,2} = 5 \Rightarrow B = 5$ , e esse valor máximo será  $(-0,1) \cdot 5^2 + 5 - 1 = -2,5 + 4 = 1,5$  (esse valor também pode ser obtido fazendo  $y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-(1^2-4 \cdot (-0,1) \cdot (-1))}{4 \cdot (-0,1)} = \frac{-0,6}{-0,4} = 1,5$ ).

Com essas informações o aluno poderá concluir que:

( F )  $A < 0$

( F )  $B > A$

( V )  $A = B$

( V ) A capacidade do sistema de saúde é menor que 1,5

( F ) A capacidade do sistema de saúde é maior que 1,5

Comentários adicionais:

Para solução da questão o aluno deverá observar através das informações fornecidas pelos gráficos que o valor máximo atingido pela curva “sem medidas de controle” é de 5,25, enquanto o valor máximo atingido pela curva “com medidas de

controle” é dado no tempo B, além disso, deverá observar que a capacidade do sistema de saúde é determinada pela linha pontilhada no gráfico, e essa está abaixo do valor máximo apresentado nos dois gráficos. O aluno deverá também ter o conhecimento de que o valor máximo (ou mínimo, caso a parábola esteja voltada para cima) atingido pelo gráfico de uma função quadrática, com a concavidade voltada para cima, pode ser determinado por  $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$  e que esse valor é atingido quando a variável em questão chega ao valor  $x_v = \frac{-b}{2.a}$ .

**Quadro 17 - Situação-problema 5: Curva de contágio do Covid-19 (modelo 2)**

Situação-problema 5	Curva de contágio do covid-19 (modelo 2)
Grupo	Resolução de situações-problemas
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H7 • Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica reconhecendo-a como inversa da função exponencial
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linhas, de barras e de setores.
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos
Créditos	Criado pelo autor
Situação problema	<p>Observe o gráfico abaixo:</p> <p><b>Figura 18 - Modelo de curva de contágio</b></p>  <p>Fonte: Elaborado pelo autor.</p> <p>Nele é apresentado um modelo de curva de contágio da COVID-19 no estado do Ceará no começo da pandemia no Brasil. Podemos afirmar que esse gráfico é modelado por qual função abaixo:</p> <p>(A) <math>y = ax + b</math></p> <p>(B) <math>y = a^x</math></p> <p>(C) <math>y = ax^2 + bx + c</math></p> <p>(D) <math>y = \log_b x</math></p> <p>(E) <math>y = \sqrt[a]{x^b}</math></p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma solução esperada para a situação-problema 5:

Espera-se que nessa questão o aluno possa interpretar o gráfico de cada uma das expressões apresentadas e perceber que o gráfico do problema é melhor representado pela expressão da alternativa (D) visto se caracterizar com uma função logarítmica. A alternativa (A) apresenta uma expressão que melhor representa uma reta. Na alternativa (B) a expressão melhor representa uma curva exponencial. Já na alternativa (C) a expressão melhor representa uma parábola. Enquanto na alternativa (E) a expressão representa uma função polinomial de expoente fracionário que, dependendo dos valores de a e b podem variar bastante.

**Quadro 18 - Situação-problema 6: Infecção por bactérias**

Situação-problema 6	Infecção por bactéria
Grupo	Resolução de situações-problemas
Habilidade envolvida na avaliação Conhecer	H8 • Resolver problema que envolva função exponencial
Habilidade envolvida do conteúdo atual	Calcular a probabilidade de um evento
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos
Créditos	Criado pelo autor
Situação problema	Em uma cidade hipotética com 20780 habitantes, o número de contagiados por uma determinada bactéria é dado por $C(x) = 2^{x+2} + 30$ onde x representa o número de dias corridos e C(x) o número de infectados. No 9º dia corrido, ao se escolher aleatoriamente um morador dessa cidade, qual a probabilidade dele estar infectado?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma solução esperada para a situação-problema 6:

Temos  $C(9) = 2^{9+2} + 30 = 2048 + 30 = 2078$ , sendo assim a probabilidade requerida será de  $\frac{2078}{20780} = 0,1 = 10\%$

Comentários adicionais:

Esse problema simula de maneira similar as questões aplicadas na avaliação conhecer sobre essa habilidade.

**Quadro 19 - Situação-problema 7: Casos de infecção de COVID-19**

Situação-problema 7	Casos de infecção de COVID-19																																																																																										
Grupo	Resolução de situações-problemas																																																																																										
Habilidade envolvida na avaliação Conhecer	H9 • Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.																																																																																										
Habilidade envolvida no conteúdo atual	Construir, ler e interpretar histogramas, gráficos de linhas, de barras e de setores.																																																																																										
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos																																																																																										
Créditos	Grupo de Pesquisa em Avaliação Matemática (GPAM/UFRJ)																																																																																										
Situação-problema	<p>A imagem contém dados a respeito dos casos de infecção pelo COVID-19 no Brasil colhidos no site do Ministério da Saúde, em 19/04/2020:</p> <p><b>Figura 19 - COVID-19 no Brasil em 19/04/2020.</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Confirmados</th> <th>Óbitos</th> <th></th> <th>Confirmados</th> <th>Óbitos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Acre (AC)</td> <td>163</td> <td>6</td> <td>Paraíba (PB)</td> <td>236</td> <td>29</td> </tr> <tr> <td>Alagoas (AL)</td> <td>159</td> <td>15</td> <td>Paraná (PR)</td> <td>987</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>Amapá (AP)</td> <td>416</td> <td>11</td> <td>Pernambuco (PE)</td> <td>2.459</td> <td>216</td> </tr> <tr> <td>Amazonas (AM)</td> <td>2.044</td> <td>182</td> <td>Piauí (PI)</td> <td>145</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Bahia (BA)</td> <td>1.230</td> <td>45</td> <td>Rio de Janeiro (RJ)</td> <td>4.765</td> <td>402</td> </tr> <tr> <td>Ceará (CE)</td> <td>3.252</td> <td>186</td> <td>Rio Grande do Norte (RN)</td> <td>531</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Distrito Federal (DF)</td> <td>827</td> <td>24</td> <td>Rio Grande do Sul (RS)</td> <td>854</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>Espírito Santo (ES)</td> <td>1.099</td> <td>30</td> <td>Rondônia (RO)</td> <td>128</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Goiás (GO)</td> <td>393</td> <td>18</td> <td>Roraima (RR)</td> <td>222</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Maranhão (MA)</td> <td>1.205</td> <td>48</td> <td>Santa Catarina (SC)</td> <td>975</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>Mato Grosso (MT)</td> <td>174</td> <td>5</td> <td>São Paulo (SP)</td> <td>14.267</td> <td>1.015</td> </tr> <tr> <td>Mato Grosso do Sul (MS)</td> <td>168</td> <td>5</td> <td>Sergipe (SE)</td> <td>83</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Minas Gerais (MG)</td> <td>1.154</td> <td>39</td> <td>Tocantins (TO)</td> <td>33</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Pará (PA)</td> <td>685</td> <td>34</td> <td><b>Brasil</b></td> <td><b>38.654</b></td> <td><b>2.462</b></td> </tr> </tbody> </table> <p>Fonte: <a href="https://images.app.goo.gl/myUUSvcnFJK8BzZb8">https://images.app.goo.gl/myUUSvcnFJK8BzZb8</a></p>		Confirmados	Óbitos		Confirmados	Óbitos	Acre (AC)	163	6	Paraíba (PB)	236	29	Alagoas (AL)	159	15	Paraná (PR)	987	48	Amapá (AP)	416	11	Pernambuco (PE)	2.459	216	Amazonas (AM)	2.044	182	Piauí (PI)	145	10	Bahia (BA)	1.230	45	Rio de Janeiro (RJ)	4.765	402	Ceará (CE)	3.252	186	Rio Grande do Norte (RN)	531	25	Distrito Federal (DF)	827	24	Rio Grande do Sul (RS)	854	24	Espírito Santo (ES)	1.099	30	Rondônia (RO)	128	4	Goiás (GO)	393	18	Roraima (RR)	222	3	Maranhão (MA)	1.205	48	Santa Catarina (SC)	975	32	Mato Grosso (MT)	174	5	São Paulo (SP)	14.267	1.015	Mato Grosso do Sul (MS)	168	5	Sergipe (SE)	83	5	Minas Gerais (MG)	1.154	39	Tocantins (TO)	33	1	Pará (PA)	685	34	<b>Brasil</b>	<b>38.654</b>	<b>2.462</b>
	Confirmados	Óbitos		Confirmados	Óbitos																																																																																						
Acre (AC)	163	6	Paraíba (PB)	236	29																																																																																						
Alagoas (AL)	159	15	Paraná (PR)	987	48																																																																																						
Amapá (AP)	416	11	Pernambuco (PE)	2.459	216																																																																																						
Amazonas (AM)	2.044	182	Piauí (PI)	145	10																																																																																						
Bahia (BA)	1.230	45	Rio de Janeiro (RJ)	4.765	402																																																																																						
Ceará (CE)	3.252	186	Rio Grande do Norte (RN)	531	25																																																																																						
Distrito Federal (DF)	827	24	Rio Grande do Sul (RS)	854	24																																																																																						
Espírito Santo (ES)	1.099	30	Rondônia (RO)	128	4																																																																																						
Goiás (GO)	393	18	Roraima (RR)	222	3																																																																																						
Maranhão (MA)	1.205	48	Santa Catarina (SC)	975	32																																																																																						
Mato Grosso (MT)	174	5	São Paulo (SP)	14.267	1.015																																																																																						
Mato Grosso do Sul (MS)	168	5	Sergipe (SE)	83	5																																																																																						
Minas Gerais (MG)	1.154	39	Tocantins (TO)	33	1																																																																																						
Pará (PA)	685	34	<b>Brasil</b>	<b>38.654</b>	<b>2.462</b>																																																																																						

	<p>1) Leia a tabela e calcule o percentual de óbitos em relação aos casos confirmados de infecção pelo COVID-19 em cada um dos seguintes Estados: Pernambuco, Rio de Janeiro e Goiás.</p> <p>2) Taxa de letalidade é a razão entre o número de óbitos e o número de pessoas que foram acometidas por uma doença, normalmente expressa na forma de porcentagem. O Brasil tem taxa de letalidade de aproximadamente 6,4%, quais Estados possuem taxa de letalidade superior à média brasileira?</p> <p>3) Respiradores são responsáveis por facilitar a respiração de pacientes acometidos pela COVID-19 que tem os pulmões comprometidos. Suponha que o Governo Federal tenha comprado 1.000 respiradores para distribuir entre todos os Estados do Brasil. Elabore uma sugestão do quantitativo de respiradores a serem distribuídos por Estado.</p> <p>4) Um digital influencer leu a tabela e fez a seguinte postagem: "O Estado da Paraíba tem menor número de óbitos do que o Maranhão, então o sistema de saúde da Paraíba está proporcionando melhor assistência aos infectados pela COVID-19". Faça uma investigação baseada em dados de fontes oficiais e cálculos matemáticos a respeito da proliferação da COVID-19 nestes dois Estados para concluir se a afirmação feita pode ser considerada uma fakenews.</p>
--	---

Fonte: Grupo de Pesquisa em Avaliação Matemática (GPAM/UFRJ)

Uma solução esperada para a situação-problema 7:

1) Pernambuco:  $\frac{216}{2459} \cong 0,0878 \cong 8,78\%$ ;

Rio de Janeiro:  $\frac{402}{4765} \cong 0,0844 \cong 8,44\%$ ;

Goiás:  $\frac{18}{393} \cong 0,0458 \cong 4,58\%$ .

- 2) A taxa de letalidade de cada estado esta descrita na tabela a seguir, em que os estados com taxas maiores do que a média brasileira estão em destaques:

**Quadro 20** - Taxa de letalidade Covid-19

Acre	3,7%	Maranhão	4,0%	Rio de Janeiro	8,4%
Alagoas	9,4%	Mato Grosso	2,9%	Rio Grande do Norte	4,7%
Amapá	2,6%	Mato Grosso do Sul	3,0%	Rio Grande do Sul	2,8%
Amazonas	8,9%	Minas Gerais	3,4%	Rondônia	3,1%
Bahia	3,7%	Pará	5,0%	Roraima	1,4%
Ceará	5,7%	Paraíba	12,3%	Santa Catarina	3,3%
Distrito Federal	2,9%	Paraná	4,9%	São Paulo	7,1%
Espirito Santo	2,7%	Pernambuco	8,8%	Sergipe	6,0%
Goiás	4,6%	Piauí	6,9%	Tocantins	3,0%

Fonte: Elaborado pelo autor.

- 3) Espera-se que nessa questão os alunos possam estabelecer uma distribuição de maneira justificável de acordo com os casos identificados. Poderá haver várias respostas, mas todas devem apresentar uma justificativa coerente com os dados apresentados na tabela. Apresentamos aqui uma proposta de distribuição que leva em conta a taxa de letalidade apresentada da questão anterior, ou seja, a distribuição será feita de maneira diretamente proporcional às taxas. Pra isso soma-se as taxas (total 135,14%), divide-se a quantidade de respiradores por esse valor ( $1000/1,3514 = 739,95$ ), e então multiplica a taxa de cada estado pelo resultado, conforme tabela abaixo:

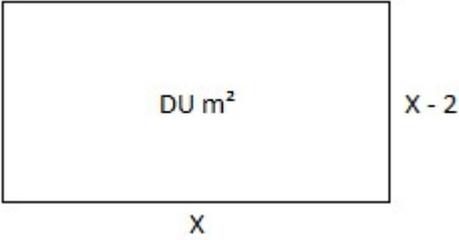
**Quadro 21 - Divisão proporcional de respiradores**

Estado	Índice de proporção	Número de respiradores	Estado	Índice de proporção	Número de respiradores
Acre	3,7%	27	Paraíba	12,3%	91
Alagoas	9,4%	70	Paraná	4,9%	36
Amapá	2,6%	20	Pernambuco	8,8%	65
Amazonas	8,9%	66	Piauí	6,9%	51
Bahia	3,7%	27	Rio de Janeiro	8,4%	62
Ceará	5,7%	42	Rio Grande do Norte	4,7%	35
Distrito Federal	2,9%	21	Rio Grande do Sul	2,8%	21
Espírito Santo	2,7%	20	Rondônia	3,1%	23
Goiás	4,6%	34	Roraima	1,4%	10
Maranhão	4,0%	30	Santa Catarina	3,3%	24
Mato Grosso	2,9%	21	São Paulo	7,1%	53
Mato Grosso do Sul	3,0%	22	Sergipe	6,0%	45
Minas Gerais	3,4%	25	Tocantins	3,0%	22
Pará	5,0%	37	<b>Total</b>		<b>1000</b>
Soma dos índices de proporção					135,14%
Divisão da quantidade de respiradores pela soma dos índices de proporção					739,95

Fonte: Elaborado pelo autor.

- 4) Esta questão pode ser respondida com base nas informações matemáticas já apresentadas nos itens anteriores, e também por outras fontes as quais os alunos possam ter acesso no momento, mas estas deverão ser identificadas e discutidas com outros colegas e com a turma.

**Quadro 22 - Situação-problema 8: Área de um terreno**

Situação-problema 8	Área de um terreno
Grupo	Resolução de situações-problemas
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H12 • Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas
Habilidade envolvida do atual conteúdo	Calcular a probabilidade de um evento
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos
Créditos	Criado pelo autor
Situação problema	<p>A lateral de um terreno retangular possui 2 metros a menos que a sua frente conforme figura abaixo:</p>  <p>Sabe-se que <math>x</math> é um número inteiro e que a área total é um número com apenas dois algarismos DU onde D representa o algarismo da dezena e U representa o algarismo da unidade. Qual a probabilidade do algarismo da unidade ser 5?</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma solução esperada para a situação-problema 8:

O objetivo dessa questão é que o aluno perceba que a área do terreno pode ser calculada pelo produto  $x \cdot (x - 2) = DU$ , e como  $x$  é um número inteiro, e que ele não poderá ser um número menor que 3 pois a medida da lateral seria assim um número nulo ou negativo o que seria incoerente já que se trata de uma medida de distância existente. Sendo assim, o aluno poderia testar os valores inteiros a partir de 3 conforme tabela abaixo:

**Quadro 23 - Testes de valores inteiros para  $x$** 

$x$	$x-2$	área = $x \cdot (x-2)$
3	1	3
4	2	8
5	3	15
6	4	24
7	5	35

8	6	48
9	7	63
10	8	80
11	9	99
12	10	120

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como a área é um número com apenas dois algarismos, temos como casos possíveis 7 possibilidades, dentre essas 7 possibilidades temos 2 delas com algarismos da unidade igual a 5, sendo assim, a probabilidade requerida será  $P(E) = \frac{2}{7} \cong 0,2857 = 28,57\%$ .

#### Quadro 24 - Situação-problema 9: Indenização trabalhista

Situação-problema 9	Indenização trabalhista										
Grupo	Resolução de situações-problemas										
Habilidade envolvida da avaliação Conhecer	H13 • Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela										
Habilidade envolvida do conteúdo atual	Resolver problemas envolvendo o cálculo da média aritmética, mediana e moda.										
Tempo de aplicação	Um tempo de aula de 45-50 minutos										
Créditos	Questão adaptada da avaliação Conhecer diagnóstica										
Situação problema	<p>Uma empresa, em processo de reestruturação, propôs a seus funcionários, admitidos há pelo menos um ano, uma indenização financeira para os que pedissem demissão. A indenização variava em função do número de meses trabalhados. A tabela abaixo era utilizada para calcular o valor (i) da indenização, em função do tempo trabalhado (t).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Tempo trabalhado (em anos)</th> <th>Valor da indenização (em reais)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>450</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>950</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1450</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1950</td> </tr> </tbody> </table> <p>Determine a expressão que permite determinar o valor da indenização i para t anos trabalhados e, em seguida, sabendo-se que 5 funcionários aderiram a esse plano de demissão, sendo 1 com 3 anos completos de trabalho, 2 com 10 anos, 1 com 14 e 1 com 17 anos, determine o valor médio gasto na indenização desses 5 funcionários.</p>	Tempo trabalhado (em anos)	Valor da indenização (em reais)	1	450	2	950	3	1450	4	1950
Tempo trabalhado (em anos)	Valor da indenização (em reais)										
1	450										
2	950										
3	1450										
4	1950										

Fonte: Avaliação Conhecer Diagnóstica (adaptada pelo autor).

Uma solução esperada para a situação problema 9:

A expressão que representa a situação será  $i = 450 + (t - 1).500$ . Para os funcionários citados teremos as seguintes indenizações:

**Quadro 25** - Valores das indenizações

Tempo trabalhado (em anos)	Valor da indenização (em reais)
3	$450 + (3 - 1).500 = 1.450,00$
10	$450 + (10 - 1).500 = 4.950,00$
10	$450 + (10 - 1).500 = 4.950,00$
14	$450 + (14 - 1).500 = 6.950,00$
17	$450 + (17 - 1).500 = 8.450,00$

Fonte: Elaborado pelo autor

Logo, o valor médio gasto nas cinco indenizações será:  $\frac{1450+4950+4950+6950+8450}{5} =$

$$\frac{26750}{5} = R\$ 5350,00$$

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma avaliação não pode somente ser pautada em classificação. Esta deve servir como mais uma ferramenta para se ter um processo de ensino-aprendizagem de qualidade. Uma avaliação por si só não muda o cenário que ela revela, mas pode ser considerada essencial para que isso ocorra. A avaliação Conhecer, aplicada pela Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro, cumpre com o seu papel diagnóstico, mas é preciso que os seus resultados sejam conhecidos, verificados e trabalhados, principalmente pelos considerados protagonistas da educação: o aluno e o professor.

Neste trabalho apresentamos as características da avaliação Conhecer no ano de 2019, as habilidades por ela avaliada e o seu público alvo (3ª série do Ensino Médio). Mostramos os resultados de sua aplicação no ano de 2019 em doze turmas

de uma escola da rede estadual de educação do Rio de Janeiro. Identificamos que esses resultados mostraram que as habilidades consideradas com rendimentos insuficientes ou pouco desenvolvidas, em sua grande maioria, não fazem parte do atual currículo previsto para a série alvo da avaliação. Com isso, criou-se um impasse: como desenvolver as habilidades identificadas pela avaliação Conhecer como insuficientes ou pouco desenvolvidas, habilidades essas não previstas para serem trabalhadas na atual currículo de ensino da série alvo da avaliação, de forma a não comprometer o programa previsto para essa atual fase de desenvolvimento? Esse impasse se mostrou relevante pela pesquisa realizada com docentes que participaram diretamente do processo ensino-aprendizagem das turmas que foram alvo dessa avaliação em 2019. A maioria dos docentes revelou que, após a aplicação da avaliação Conhecer, ou não trabalharam as habilidades identificadas, visando sobretudo não comprometer a integralização do atual currículo, ou trabalharam de forma separada aos atuais conteúdos previstos, comprometendo então o cumprimento da grade curricular prevista.

Este trabalho apresentou uma proposta de intervenção, composta por atividades lúdicas e atividades envolvendo situações-problemas, integrando o atual conteúdo da grade curricular da 3ª série do ensino médio da rede estadual de educação do Rio de Janeiro, com as habilidades identificadas como deficitárias ou pouco desenvolvidas, reveladas pela avaliação diagnóstica da prova Conhecer de 2019. Com esse material, esperamos que o professor possa oportunizar aos seus alunos a recuperação de conhecimentos que já deveriam ter sido internalizados em séries anteriores, mas que por algum motivo não foram. Ao mesmo tempo, busca-se minimizar as possíveis perdas em pausar o desenvolvimento de novas habilidades, ainda mais para alunos que se encontram na transição da educação básica para o ensino superior ou até mesmo para o mercado de trabalho.

Esclarecemos que, devido a suspensão das aulas presenciais na rede estadual de educação do Rio de Janeiro pelo atual cenário de pandemia pela COVID-19, não foi possível aplicação prática das atividades aqui propostas, nem tampouco aplicação de forma remota visto pouca adesão pelos alunos do ensino a distância.

A proposta apresentada neste trabalho foi pautada na avaliação diagnóstica de 2019 da avaliação Conhecer em doze determinadas turmas de uma escola da rede

estadual de educação do Rio de Janeiro, por isso, deve ser reavaliada a cada nova aplicação, e acreditamos que a mesma possa ser adaptada para o cenário do professor leitor ou até mesmo servir de inspiração para criação de novas atividades ou adaptação das aqui apresentadas.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. Ministério da Educação. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#home>>. Acesso em 10 abr. 2020.

\_\_\_\_\_. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2016]. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Constituicao/Constituicao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm)>. Acesso em: 03 mar. 2020.

\_\_\_\_\_. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDBEN 9394/1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm)>. Acesso em: 03 mar. 2020.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação – MEC; Conselho Nacional de Educação – CNE; Câmara de Educação Básica - CEB. **Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010**. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007\\_10.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007_10.pdf)>. Acesso em: 10 ago. 2020.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação – MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica** - DCNEB. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 10 ago. 2020.

FREIRE, P.; HORTON, M. **O caminho se faz caminhando: conversas sobre educação e mudança social**. Petrópolis: Vozes, 2003.

GROENWALD, Cláudia L. Oliveira; NUNES, Giovanni da Silva. **Currículo de Matemática no Ensino Básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível.** *Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa*. Vol. 10, Núm. 1, marzo, 2007, pp. 97-116. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2262398.pdf>>. Acesso em: 09 ago. 2020.

HOFFMANN, Jussara M.L. **Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade.** Porto Alegre: Editora Mediação, 2009.

\_\_\_\_\_. **Avaliar para promover: as setas do caminho.** Porto Alegre: Editora Mediação, 2008.

\_\_\_\_\_. **Avaliação: Mito & Desafio - Uma perspectiva construtivista.** Porto Alegre: Mediação, 1996.

NETO, Ernesto Rosa. **Laboratório de matemática.** In: \_\_\_\_\_. Didática da Matemática. São Paulo: Ática, 1992, 200p. p. 43-84.

OLIVEIRA, Sandra Alves de. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática.** Disponível em: <<https://www.pedagogia.com.br/artigos/ludico/>>. Acesso em: 15 jun. 2020.

PERRENOUD, Philippe. **A avaliação entre duas lógicas.** In PERRENOUD, Philippe. Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens. Porto Alegre: Artmed Editora, 1999, p. 9-23.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de Matemática: da Organização Linear a Ideia de Rede.** São Paulo: FTD, 2000; pág 203.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

RIGONATTO, Marcelo. **O Ensino da Matemática Através da Resolução de Problemas**. Disponível em: <<https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/o-ensino-matematica-atraves-resolucao-problemas.htm>>. Acesso em 10 ago. 2020.

RIO DE JANEIRO. **Currículo Mínimo Matemática**. Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro. 2012. Disponível em: <[https://www.dropbox.com/s/vjhirh1I02zdc37/MATEMATICA\\_livro.pdf?dl=0](https://www.dropbox.com/s/vjhirh1I02zdc37/MATEMATICA_livro.pdf?dl=0)>. Acesso em 10 ago. 2020.

\_\_\_\_\_. **Cadernos de Atividades Autorreguladas**. Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro. 2012. Disponível em: <<https://cediumamadeira.wixsite.com/cediuma/autorreguladas>>. Acesso em 10 ago. 2020.

ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas**. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 2008.

SILVA, Marcio Antonio da; PIRES, Célia Maria Carolino. **Organização Curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério**. Bauru: Ciências e Educação, v. 19, n. 2, p. 249-266, 2013. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v19n2/a02v19n2.pdf>>. Acesso em: 09 ago. 2020.

SOARES, Luís Havelange. **O concreto e o abstrato no ensino da matemática**. 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, realizado em 29, 30 de junho e 01 de julho de 2015. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/281780106\\_O\\_CONCRETO\\_E\\_O\\_ABSTRATO\\_NO\\_ENSINO\\_DE\\_MATEMATICA](https://www.researchgate.net/publication/281780106_O_CONCRETO_E_O_ABSTRATO_NO_ENSINO_DE_MATEMATICA)>. Acesso em: 05 ago. 2020.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. In: 24ª Reunião ANPEd, 2001, Caxambu. Disponível em: <<http://24reuniao.anped.org.br/tp1.htm#gt19>>. Acesso em: 01 ago. 2020.

## OUTRAS FONTES CONSULTADAS

RIO DE JANEIRO. Sistema de Avaliação Externa do Rio de Janeiro – SAERJ. Disponível em: <<http://www.saerj.caedufjf.net/>>. Acesso em: 10 ago. 2020

\_\_\_\_\_. **Quadro de Horários 2020 das escolas do Rio de Janeiro**. Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://consultaqh.educacao.rj.gov.br/>>. Acesso em 10 ago. 2020.

\_\_\_\_\_. SEEDUC/RJ - Termo de Cooperação Técnica entre a SEEDUC/RJ e a Comissão de Valores Imobiliários - CVM. Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br/export/sites/cvm/convenios/anexos/SEEDUC.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2020.

\_\_\_\_\_. SEEDUC/RJ - A HUAWEI utiliza Sistema de gerenciamento de rede centralizado e unificado, alcançando assim uma performance superior. Disponível em: <<https://e.huawei.com/br/case-studies/br/2015/seeduc>>. Acesso em: 10 ago. 2020.

VASQUES, Antônio; CASTRO, Nonato de. **A estatística do Covid-19 no Ceará**. FOCUS.jor. Disponível em: <https://www.focus.jor.br/a-estatistica-do-covid-19-no-ceara-por-antonio-vasques-e-nonato-de-castro/>. Acesso em 09 ago. 2020.

## APÊNDICE - Pesquisa com docentes

12/08/2020

Pesquisa para dissertação

### Pesquisa para dissertação

Esta pesquisa visa levantar algumas informações sobre a Avaliação denominada "Conhecer" aplicada em 2019 às turmas da 3ª série do Ensino Médio da rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro, mais especificamente sobre a parte de Matemática.

A avaliação denominada "Conhecer" foi aplicada no ano de 2019 nos meses de abril (Avaliação Diagnóstica) e de agosto (Avaliação Exploratória) envolvendo 26 questões de Matemática que buscaram avaliar 13 habilidades.

As informações aqui coletadas serão usadas unicamente para fins de subsidiar pesquisa realizada em dissertação de mestrado na área de Matemática realizada pelo professor Ramiro Marins (professor de Matemática da SEEDUC/RJ).

Dados de contato com o professor Ramiro Marins:

E-mail: [ramiromarins@hotmail.com](mailto:ramiromarins@hotmail.com)

Telefone (whatsapp): (21) 98756-4851

**\*Obrigatório**

Endereço de e-mail \*

Seu e-mail

Qual o seu nome completo? \*

Sua resposta

1. Você é professor de Matemática da rede estadual de educação do Rio de Janeiro e atuou como professor da 3ª série do Ensino Médio no ano de 2019? \*

Sim

Não



12/08/2020

Pesquisa para dissertação

1.1. Deixe aqui algum comentário que você gostaria de fazer sobre a pergunta 1 (pergunta anterior).

Sua resposta

2. Você teve acesso aos resultados da avaliação Conhecer aplicadas no ano de 2019 de suas turmas? \*

- Sim
- Não

2.1. Deixe aqui algum comentário que você gostaria de fazer sobre a pergunta 2 (pergunta anterior).

Sua resposta

3. Após a 1ª aplicação da avaliação Conhecer (Avaliação Diagnóstica), realizada em abril/2019, você trabalhou com seus alunos as habilidades identificadas como deficitárias buscando diminuir as dificuldades por eles apresentadas? \*

- Sim
- Não

3.1. Se a sua resposta na questão anterior foi sim, nos conte resumidamente como você realizou esse trabalho. Se a sua resposta na questão anterior foi não, relate aqui, resumidamente, o(s) motivo(s) pelo qual te impediram de realizar esse trabalho.

Sua resposta



12/08/2020

Pesquisa para dissertação

4. Você autoriza a divulgação de suas respostas em trabalho de dissertação sem a sua identificação como autor? \*

Sim

Não

5. Deixe aqui algum comentário geral que você gostaria de fazer.

Sua resposta

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este formulário foi criado em Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. [Denunciar abuso](#)

Google Formulários



## ANEXO A – Avaliação Conhecer Diagnóstica (2019)



SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO  
SUBSECRETARIA DE GESTÃO DO ENSINO  
SUPERINTENDÊNCIA DE AVALIAÇÃO E ACOMPANHAMENTO DO  
DESEMPENHO ESCOLAR - SUPAA

# AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA MATEMÁTICA

## 3ª série do Ensino Médio

Nome do(a) estudante \_\_\_\_\_

Turma \_\_\_\_\_ Data de nascimento \_\_\_\_\_

### Orientações:

Caro(a) estudante, leia atentamente as instruções antes do início da avaliação:

- 1) O caderno que você está recebendo contém 26 questões de Matemática numeradas de 27 a 52.
- 2) Antes de começar a responder, verifique se o caderno contém a quantidade de questões mencionadas e se elas estão ordenadas corretamente.
- 3) Para cada uma das questões objetivas há cinco alternativas, sendo somente uma correta.
- 4) Leia com atenção cada questão antes de respondê-la.
- 5) Você possui dois tempos de aula para responder todas as questões e preencher a folha de respostas.
- 6) Não é permitido o uso de calculadora ou qualquer outro tipo de aparelho eletrônico.
- 7) Não é permitido qualquer tipo de consulta ou realização da avaliação em parcerias.
- 8) Ao terminar a prova, transcreva suas respostas para a folha apropriada, utilizando caneta esferográfica azul ou preta. Não estrague, rasgue ou rabisque sua folha de respostas.
- 9) Entregue o caderno e a Folha de Respostas ao professor ao término do tempo de aplicação.



GOVERNO DO ESTADO  
**RIO DE JANEIRO**  
Secretaria de Educação

Pedro Henrique Fernandes da Silva  
*Secretário de Estado de Educação do Rio de Janeiro*

Ana Paula Quadros de Azevedo  
*Subsecretária de Gestão de Ensino*

Professora Ana Valéria da Silva Dantas  
*Superintendente de Avaliação e Acompanhamento do Desempenho Escolar*

Maira Lopes Viana da Costa  
*Assessora*

Professor Ângelo Damasceno Horta  
*Coordenador de Análise de Indicadores e Informações Educacionais*

Felipe Branco Venâncio  
*Assistente*

Anderson da Souza da Silva  
*Assistente*

Professora Jaqueline Antunes Farias  
*Coordenadora de Acompanhamento do Desempenho Escolar*

Professora Andréa Gomes Sant'anna  
*Assistente*

Fernanda Benjamim da Costa Pereira  
*Assistente*

Professora Luciana Ribeiro Neves  
*Coordenadora de Gestão de Aplicação das Avaliações Educacionais*

**Equipe de elaboração e revisão do caderno de prova:**

*Professor Ângelo Horta*

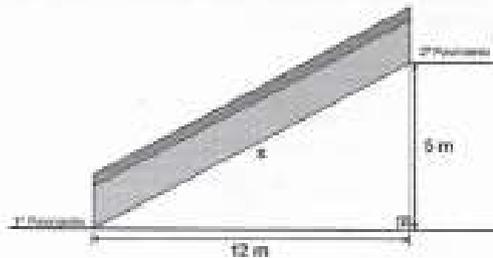
*Professor André da Ponte*

*Professor Pablo Dias*

*Professora Donalice Barreto*

*Professora Fernanda Gouveia*

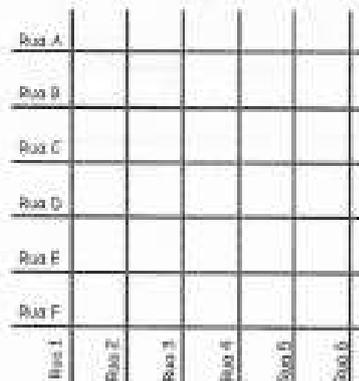
**QUESTÃO 27)** Uma escada rolante servirá de acesso entre dois pavimentos de uma loja. Antes de construí-la, um engenheiro esboçou um esquema para encontrar o comprimento  $x$ , medido do início da escada no primeiro pavimento até o final dessa escada no segundo pavimento, conforme representado abaixo.



O comprimento  $x$ , em metros, é:

- A) 7
- B) 13
- C) 17
- D) 34
- E) 12

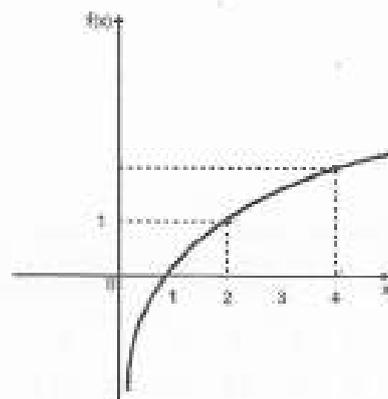
**QUESTÃO 28) (ENEM 2016)** Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A. Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas:

- A) 3 e C.
- B) 4 e C.
- C) 3 e D.
- D) 4 e E.
- E) 3 e D.

**QUESTÃO 29)** Observe o gráfico abaixo que representa uma função logarítmica de base 2.



Qual é o valor de  $f(x)$  para  $x$  igual 4?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 6

**QUESTÃO 30)** Em uma progressão aritmética, o primeiro termo é 5 e o décimo primeiro termo é 45. Pode-se afirmar que o sexto termo é igual a:

- A) 15
- B) 21
- C) 25
- D) 29
- E) 35

**QUESTÃO 31)** O custo de produção de uma pequena empresa é composto por um valor fixo de R\$ 1.500,00 mais R\$ 10,00 por peça fabricada. O número  $x$  de peças fabricadas quando o custo é de R\$ 3.200,00 é:

- A) 470
- B) 150
- C) 160
- D) 170
- E) 320

**QUESTÃO 32)** Observe no quadro abaixo os 6 primeiros termos de uma sequência numérica que segue um padrão. Nesse quadro,  $n$  indica a posição do termo  $p$ .

$n$	1	2	3	4	5	6	...
$p$	6	9	14	21	30	41	...

A expressão algébrica que expressa a regularidade dessa sequência é:

- A)  $p = n + 5$
- B)  $p = n^2 + 5$
- C)  $p = 3n + 3$
- D)  $p = 3n + 1$
- E)  $p = 5n - 1$

**QUESTÃO 33)** Luan conseguiu completar um álbum de figurinhas em 9 semanas. Para isso o número de figurinhas que ele colou por semana seguiu uma progressão aritmética. Na primeira semana ele colou 30 figurinhas, na segunda, 45 figurinhas, na terceira 60, e assim por diante, até que na nona semana ele completou o álbum. Para completar esse álbum, o total de figurinhas que Luan colou foi:

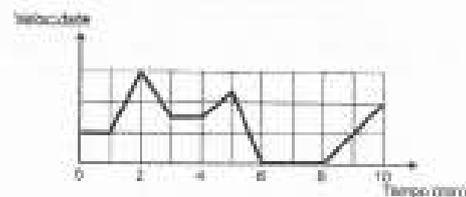
Dados:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

- A) 135
- B) 270
- C) 405
- D) 450
- E) 630

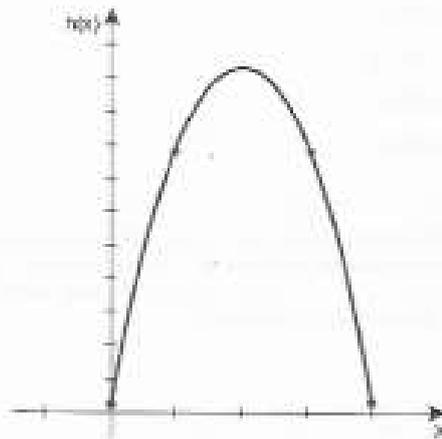
**QUESTÃO 34) (ENEM 2017)** Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhões de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- A) 4
- B) 3
- C) 0
- D) 1
- E) 2

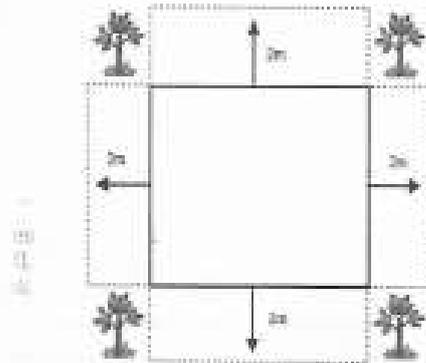
**QUESTÃO 35)** Um goleiro chutou uma bola que descreveu a trajetória parabólica indicada no gráfico abaixo e definida pela função  $h(x) = -10x^2 + 40x + 1$ , onde  $x$  representa o tempo em segundos e  $h(x)$  representa a altura máxima atingida pela bola em metros.



Qual é a altura máxima atingida por essa bola e em quanto tempo isso ocorreu?

- A) Altura de 41 m, no tempo de 2s.
- B) Altura de 40 m, no tempo de 4s.
- C) Altura de 80 m, no tempo de 4s.
- D) Altura de 80 m, no tempo de 2s.
- E) Altura de 160 m, no tempo de 2s.

**QUESTÃO 36)** Uma praça quadrada, que possui o perímetro de 24 metros, tem uma árvore próxima de cada vértice e fora dela. Deseja-se aumentar a área da praça, alterando-se sua forma e mantendo as árvores externas a ela, conforme ilustra a figura.



O novo perímetro da praça é:

- A) 24 metros
- B) 32 metros
- C) 36 metros
- D) 40 metros
- E) 64 metros

**QUESTÃO 37)** A quantidade de produtos fabricados em uma indústria em função do tempo,  $t$ , em anos de funcionamento é dada por  $P(t) = 10000 \cdot (3)^{t-1}$ . Qual é a quantidade de produtos fabricados por essa indústria em 4 anos de funcionamento?

- A) 30.000
- B) 90.000
- C) 120.000
- D) 270.000
- E) 810.000

**QUESTÃO 38)** Uma padaria gasta 5 kg de farinha de trigo para fazer 200 pães, 10 kg de farinha para fazer 400 pães, 15 kg de farinha para fazer 600 desses pães e assim sucessivamente. Qual é a função que relaciona a quantidade  $P$  de pães produzidos com a quantidade  $x$  de farinha utilizada nessa receita?

- A)  $P = 4 \cdot x$   
 B)  $P = 5 \cdot x$   
 C)  $P = 40 \cdot x$   
 D)  $P = 200 \cdot x$   
 E)  $P = 600 \cdot x$

**QUESTÃO 39)** Uma empresa, em processo de reestruturação, propôs a seis funcionários, admitidos há pelo menos dois anos, uma indenização financeira para os que pedissem demissão. A indenização variava em função do número de anos trabalhados. A tabela abaixo era utilizada para calcular o valor ( $i$ ) da indenização, em função do tempo trabalhado ( $t$ ).

Tempo trabalhado (em anos)	Valor de indenização (em reais)
1	450
2	950
3	1450
4	1950

A expressão que permite determinar o valor da indenização  $i$  para  $t$  anos trabalhados é:

- A)  $i = 450t$   
 B)  $i = 450 + 500t$   
 C)  $i = 450(t - 1)$   
 D)  $i = 450 + 500(t - 1)$   
 E)  $i = 500t$

**QUESTÃO 40)** Regina comprou um fogão à vista com um desconto de 20% sobre o preço de tabela. Ela pagou R\$ 320,00 por esse fogão. Qual era o preço de tabela desse fogão?

- A) R\$ 256,00  
 B) R\$ 340,00  
 C) R\$ 384,00  
 D) R\$ 400,00  
 E) R\$ 420,00

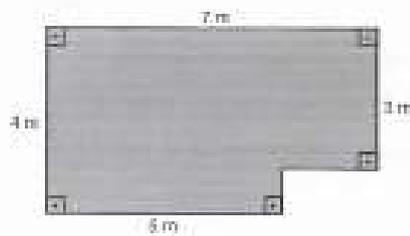
**QUESTÃO 41)** O professor Carlos pediu a seus alunos que posicionassem corretamente na reta numérica os números:  $-0,7$ ;  $-0,3$  e  $0,3$ . A reta onde esses valores estão devidamente posicionados é:

- A)   
 B)   
 C)   
 D)   
 E) 

**QUESTÃO 42)** O número de visualizações diárias de um determinado vídeo na internet cresce exponencialmente nos primeiros sete dias em que o vídeo foi postado, segundo a função  $V(x) = 2^{x+2} + 200$ , na qual  $V(x)$  representa o número de visualizações diárias e  $x$  o número de dias decorridos da postagem. Quantas visualizações esse vídeo teve no 7º dia a partir de sua data de postagem?

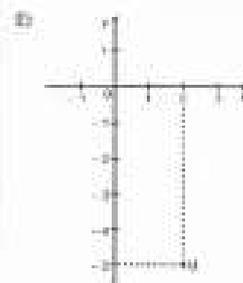
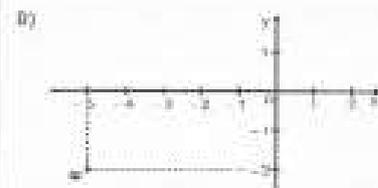
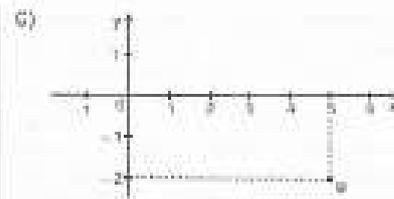
- A) 208  
 B) 328  
 C) 330  
 D) 512  
 E) 712

**QUESTÃO 43)** A planta baixa da cozinha da casa de Rui está representada na figura abaixo. Ele vai revestir o piso dessa cozinha com cerâmica.

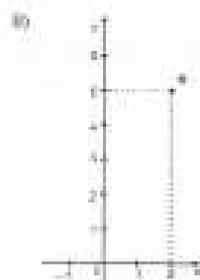
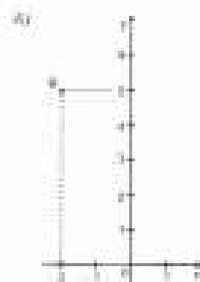


De acordo com essa representação, quantos metros quadrados de cerâmica, no mínimo, Rui precisará comprar?

- A) 19
- B) 22
- C) 43
- D) 34
- E) 26



**QUESTÃO 44)** Em qual dos planos cartesianos abaixo está localizado o ponto  $U(5, -2)$ ?



**QUESTÃO 45)** Na figura abaixo, estão representados os números reais  $0$ ,  $x$ ,  $y$  e  $1$ .



A posição do produto  $xy$  é:

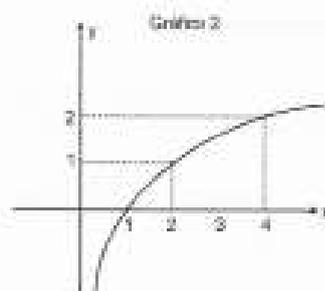
- A) à esquerda do zero
- B) entre 0 e  $x$
- C) entre  $x$  e  $y$
- D) entre  $y$  e 1
- E) à direita de 1

**QUESTÃO 46) (ENEM 2015)** Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa. Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de  $1000 \text{ cm}^3$  e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em  $\text{cm}^3$ , da mistura sabor morango que deverá ser colocada na embalagem é:

- A) 450
- B) 500
- C) 600
- D) 750
- E) 1000

**QUESTÃO 47)** Abaixo estão representados dois gráficos.



De acordo com os gráficos,

- A)  $y = 2x$  está representada no gráfico 1.
- B)  $y = x^2 + 1$  está representada no gráfico 2.
- C)  $y = \log x$  está representada no gráfico 2.
- D)  $y = 2^x$  está representada no gráfico 2.
- E)  $y = \log_2 x$  está representada no gráfico 2.

**QUESTÃO 48)** Um restaurante está sendo reformado e receberá uma área ao ar livre. Para aproveitar a luminosidade natural, a parede, que divide o salão do restaurante e a área ao ar livre, será toda de vidro transparente.



Qual é a medida do comprimento dessa parede que será de vidro?

- A) 6 m
- B) 9 m
- C) 18 m
- D) 2 m
- E) 10 m

**QUESTÃO 49)** A área de um terreno retangular é de  $150 \text{ m}^2$ . A frente desse terreno tem 5 metros a mais que o lateral, como mostra a figura:



A medida  $x$  da lateral desse terreno é igual a:

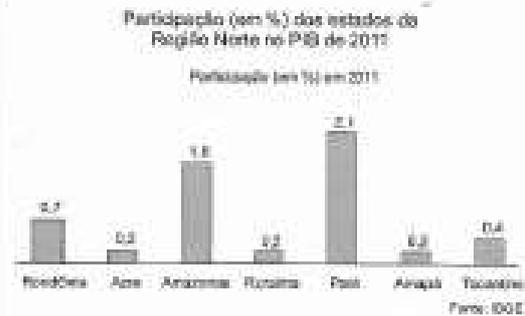
- A) 10 m
- B) 15 m
- C) 20 m
- D) 25 m
- E) 30 m

**QUESTÃO 50) (ENEM 2016)** Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número  $f$  de infectados é dado pela função  $f(t) = -2t^2 + 120t$  (em que  $t$  é expresso em dia e  $t = 0$  é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou começar. A segunda dedetização começou no

- A) 19º dia.
- B) 20º dia.
- C) 29º dia.
- D) 30º dia.
- E) 60º dia.

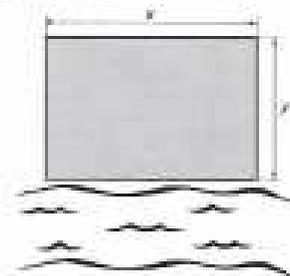
**QUESTÃO 51)** No gráfico a seguir, está representada a participação, em %, dos estados da região Norte no Produto Interno Bruto (PIB) de 2011.



Qual foi o percentual de participação da região Norte no PIB Brasileiro em 2011?

- A) 2,1
- B) 3,7
- C) 4,4
- D) 5,4
- E) 5,5

**QUESTÃO 52) (ENEM 2016)** Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metro, são  $x$  e  $y$  será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura.



Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R\$ 7.500,00. O material da cerca custa R\$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R\$ 2,00 por metro para os demais lados. Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionadas pela equação

- A)  $4(2x + y) = 7500$
- B)  $4(x + 2y) = 7500$
- C)  $2(x + y) = 7500$
- D)  $2(4x + y) = 7500$
- E)  $2(2x + y) = 7500$

## ANEXO B – Avaliação Conhecer Exploratória (2019)



SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO  
 SUBSECRETARIA DE GESTÃO DO ENSINO  
 SUPERINTENDÊNCIA DE AVALIAÇÃO E ACOMPANHAMENTO DO  
 DESEMPENHO ESCOLAR - SUPAA

# AVALIAÇÃO EXPLORATÓRIA

## MATEMÁTICA

### 3ª série do Ensino Médio

Nome do(a) estudante

Turma

Data de nascimento

**Orientações:**

Caro(a) estudante, leia atentamente as instruções antes do início da avaliação:

- 1) O Caderno que você está recebendo contém 26 questões de Matemática numeradas de 27 a 52.
- 2) Antes de começar a responder, verifique se o Caderno contém a quantidade de questões mencionadas e se elas estão ordenadas corretamente.
- 3) Para cada uma das questões objetivas há cinco alternativas, sendo somente uma correta.
- 4) Leia com atenção cada questão antes de respondê-la.
- 5) Você possui dois tempos de aula para responder todas as questões e preencher a Folha de Respostas.
- 6) Não é permitido o uso de calculadora ou qualquer outro tipo de aparelho eletrônico.
- 7) Não é permitido qualquer tipo de consulta ou realização da avaliação em parceria.
- 8) Ao terminar a prova, transcreva suas respostas para a folha apropriada, utilizando caneta esferográfica azul ou preta. Não estrague, rasgue ou rabisque sua Folha de Respostas.
- 9) Entregue o Caderno e a Folha de Respostas ao Professor ao término do tempo de aplicação.



GOVERNO DO ESTADO  
**RIO DE JANEIRO**  
 Secretaria de Educação

Pedro Henrique Fernandes da Silva  
Secretário de Estado de Educação do Rio de Janeiro

Claudia Mattos Reybolt  
Subsecretária de Gestão de Ensino

Ana Valéria da Silva Dantas  
Superintendente de Avaliação e Acompanhamento do Desempenho Escolar

Maira Lopes Viana da Costa  
Assessora

Ângela Damasceno Holtz  
Coordenadora de Análise de Indicadores e Informações Educacionais

Felipe Branco Venancio  
Assistente

Anderson de Souza da Silva  
Assistente

Jaqueline Antunes Farias  
Coordenadora de Acompanhamento do Desempenho Escolar

Andrea Gomides Sant'anna  
Assistente

Fernando Benjamim da Costa Pereira  
Assistente

Luciana Ribeiro Neves  
Coordenadora de Gestão de Aplicação das Avaliações Educacionais

Danyela de Castro Furtado Chatack Raposo  
Assistente

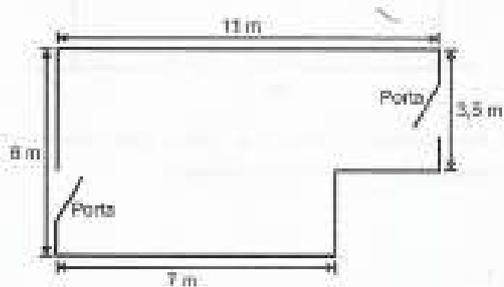
**Equipe de análise e revisão do caderno de prova:**

Professor Ângelo Holtz  
Professor André da Ponte  
Professora Danalice Barreira  
Professor Eduardo Chaves  
Professora Fernanda Gouveia  
Professora Flávia Lima  
Professora Maria Verônica  
Professor Pablo Dias

**Agradecimentos especiais aos professores que tiveram itens selecionados a partir da Formação de Elaboração de Itens ofertada pela SEEDUC-RJ**

Professor Cleiton da Silva Resplande – Metropolitana IV  
Professor Romirio Martins – Metropolitana IV  
Professora Simone Almeida – Metropolitana I

**QUESTÃO 27)** A figura abaixo mostra a planta baixa da sala de uma casa. Nessa sala, as portas têm 0,75 m de largura:



Quantos metros de rodapé são necessários para conformar essa sala?

- A) 24,5 m
- B) 26,0 m
- C) 27,5 m
- D) 32,5 m
- E) 34,0 m

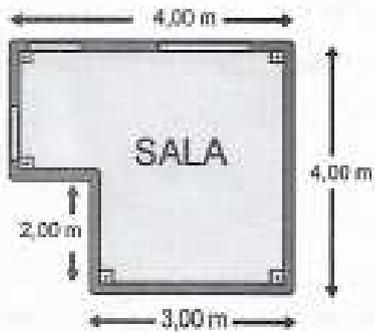
**QUESTÃO 28)** Na reta numérica abaixo, estão marcados 5 pontos. Essa reta está dividida em segmentos de mesma medida:



Dentre esses pontos, qual melhor representa o número  $-0,3$ ?

- A) P.
- B) Q.
- C) R.
- D) S.
- E) T.

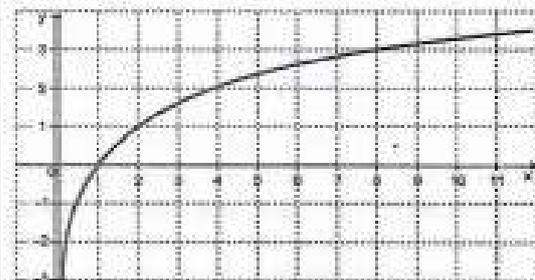
**QUESTÃO 29)** Ana reformou sua sala e revestiu o chão com madeira. A sala de Ana está representada pela figura abaixo:



A quantidade de madeira, em metros quadrados, colocada nessa sala foi

- A) 20.
- B) 13.
- C) 14.
- D) 16.
- E) 26.

**QUESTÃO 30)** Observe o gráfico abaixo:



Que função esse gráfico representa?

- A)  $y = \log_2 x$   
 B)  $y = -\log_2 x$   
 C)  $y = 2^x$   
 D)  $y = -2^x$   
 E)  $y = 2x$

**QUESTÃO 31)** Para calcular a área de uma região retangular, multiplica-se o comprimento pela largura. Veja as informações de um terreno retangular na figura abaixo:



Qual é a medida do comprimento desse terreno?

- A) 7 m  
 B) 8 m  
 C) 10 m  
 D) 12 m  
 E) 18 m

**QUESTÃO 32)** (ENEM 2013) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é

- A) 6.  
 B) 7.  
 C) 8.  
 D) 11.  
 E) 12.

**QUESTÃO 33)** Uma fábrica de bijuterias produz colares cujo custo de produção é de R\$ 100,00, acrescido de R\$ 4,00 por peça produzida. Essa fábrica recebeu uma encomenda de colares em que o custo total da produção foi igual a R\$ 1.000,00. Quantos colares foram produzidos para essa encomenda?

- A) 896  
 B) 285  
 C) 250  
 D) 225  
 E) 150

**QUESTÃO 34)** Observe a reta numérica abaixo. Essa reta está dividida em segmentos de mesma medida.



Qual é o ponto que melhor representa o número racional  $-\frac{10}{3}$ ?

- A) P  
 B) Q  
 C) R  
 D) S  
 E) T

**QUESTÃO 35) (ENEM 2018)** O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom” com a taxa do seu “colesterol ruim”. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de 280 mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: [www.inec.org.br](http://www.inec.org.br). Acesso em: 16 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- A) ótima.  
 B) próxima de ótima.  
 C) limite.  
 D) alta.  
 E) muito alta.

**QUESTÃO 36)** Para determinar a altura de uma rampa de acesso a sua casa, Marcela fez o desenho abaixo:



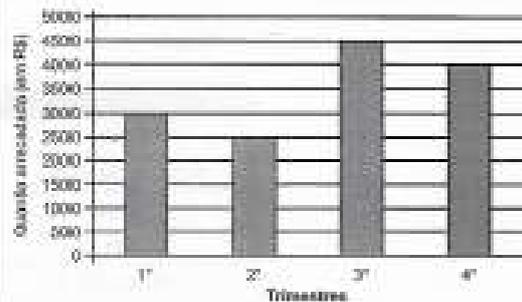
Qual é, em metros, a altura  $h$  dessa rampa?

- A) 60
- B) 16
- C) 10
- D) 8
- E) 6

**QUESTÃO 37)** O proprietário de uma fazenda adquiriu alguns pássaros, que se alimentam de lagartas, para acabar com a praga que infestou sua plantação. A equação  $L(t) = 4t^2 - 80t + 400$  representa o número de lagartas  $L(t)$ , em milhares, após  $t$  dias da presença dos pássaros na plantação. Qual é o tempo gasto para acabar com a população de lagartas?

- A) 10 dias
- B) 40 dias
- C) 200 dias
- D) 400 dias
- E) 484 dias

**QUESTÃO 38)** No gráfico abaixo, está representada a quantia, em reais, que uma turma de 3ª série do Ensino Médio arrecadou nos 4 trimestres de um ano para o fundo de formatura:



De acordo com esse gráfico, qual foi a quantia total que essa turma arrecadou nesse ano?

- A) R\$ 3 000,00
- B) R\$ 4 000,00
- C) R\$ 4 500,00
- D) R\$ 13 000,00
- E) R\$ 14 000,00

**QUESTÃO 39)** João começou a economizar dinheiro no início de 2013. Em janeiro, ele guardou R\$ 100,00, em fevereiro, R\$ 110,00, em março, R\$ 120,00 e assim por diante, sempre acrescentando R\$10,00 a cada mês. Se mantiver esse padrão, quanto terá economizado até dezembro de 2013?

Dados:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

- A) R\$ 210,00
- B) R\$ 220,00
- C) R\$ 1 200,00
- D) R\$ 1 860,00
- E) R\$ 1 920,00

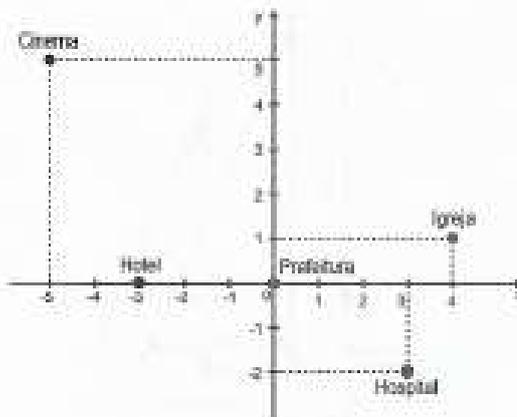
**QUESTÃO 40)** O desenho a seguir mostra o percurso realizado por um corredor nas ruas do seu bairro. Ele parte do ponto P e desloca-se em linha reta até as esquinas das ruas G, H e F, que formam o triângulo retângulo PQR:



Quantos quilômetros ele se desloca em linha reta do ponto R até retornar ao ponto P?

- A) 13 km
- B) 17 km
- C) 30 km
- D) 60 km
- E) 34 km

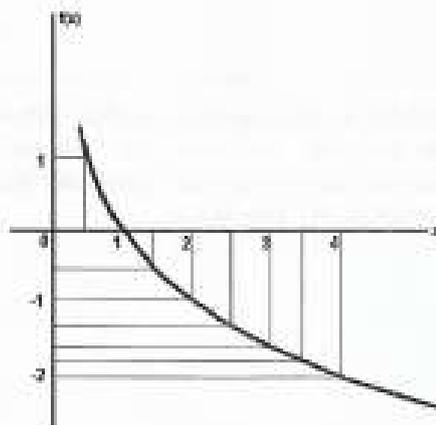
**QUESTÃO 41)** Marcos viajou de férias para uma cidade turística. Ele usou um sistema de coordenadas cartesianas para representar alguns pontos importantes dessa cidade:



Qual é o conjunto de coordenadas, nesse plano, que identifica o cinema, a igreja, o hotel e o hospital, respectivamente?

- A)  $(-5, 5); (4, 1); (0, 0); (3, -2)$   
 B)  $(-5, 5); (4, 1); (-3, 0); (3, -2)$   
 C)  $(-5, 5); (4, 1); (0, -3); (3, -2)$   
 D)  $(5, -5); (1, 4); (0, -3); (-2, 3)$   
 E)  $(5, -5); (1, 4); (0, 0); (-2, 3)$

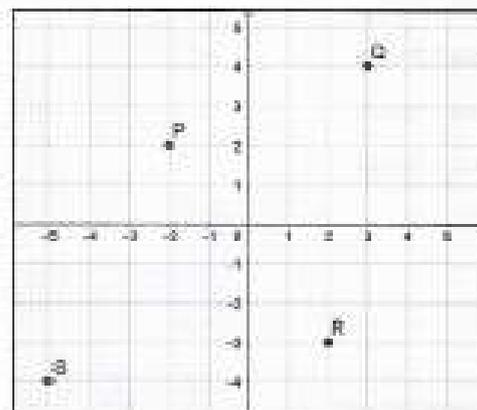
**QUESTÃO 42)** Observe o gráfico abaixo que representa uma função logarítmica de base  $\frac{1}{2}$ .



O valor de  $f(x)$  para  $x = \frac{1}{2}$  é

- A) 1.  
 B)  $-\frac{1}{2}$   
 C) -1.  
 D) 3.  
 E) 4.

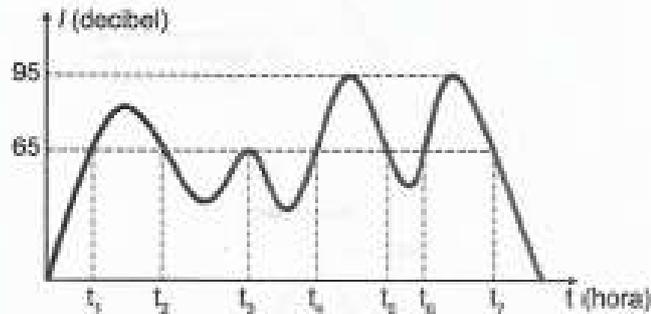
**QUESTÃO 43)** Considere os quatro pontos marcados no plano cartesiano a seguir:



As coordenadas dos pontos P, Q, R e S são, respectivamente

- A)  $(2, -2); (4, 3); (-3, 2)$  e  $(-4, -5)$ .  
 B)  $(2, -2); (3, 4); (2, -3)$  e  $(-5, -4)$ .  
 C)  $(-2, 2); (3, 4); (2, -3)$  e  $(-4, -5)$ .  
 D)  $(-2, 2); (3, 4); (-3, 2)$  e  $(-4, -5)$ .  
 E)  $(-2, 2); (3, 4); (2, -3)$  e  $(-5, -4)$ .

**QUESTÃO 44) (ENEM 2018)** De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), o limite de ruído suportável para o ouvido humano é de 65 decibéis. Ruídos com intensidade superior a este valor começam a incomodar e causar danos ao ouvido. Em razão disto, toda vez que os ruídos oriundos do processo de fabricação de peças em uma fábrica ultrapassam este valor, é disparado um alarme sonoro, indicando que os funcionários devem colocar proteção nos ouvidos. O gráfico fornece a intensidade sonora registrada no último turno de trabalho dessa fábrica. Nele, a variável  $t$  indica o tempo (medido em hora), e  $I$  indica a intensidade sonora (medida em decibel):



Disponível em: [www.cim.br/revista/revista.asp?abrigo=2018-04](http://www.cim.br/revista/revista.asp?abrigo=2018-04). Acesso em: 24 abr. 2018 (adaptado).

De acordo com o gráfico, quantas vezes foi necessário colocar a proteção de ouvidos no último turno de trabalho?

- A) 7  
B) 6  
C) 4  
D) 3  
E) 2

**QUESTÃO 45)** A sequência abaixo possui uma regularidade e pode ser representada por uma expressão algébrica que relaciona a quantidade  $Q$  de círculos em cada conjunto de acordo com a posição  $n$  que cada conjunto ocupa na sequência:

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$

A expressão algébrica que expressa a quantidade de círculos do conjunto conforme a posição  $n$  dessa sequência é

- A)  $Q = \frac{n+1}{2}$   
B)  $Q = n + 1$   
C)  $Q = 2n - 1$   
D)  $Q = 2n$   
E)  $Q = 2n + 1$

**QUESTÃO 46)** O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

Dados:

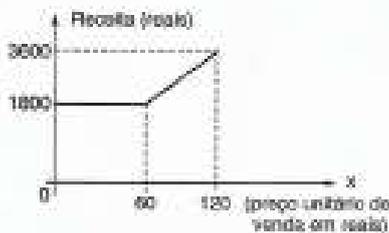
$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

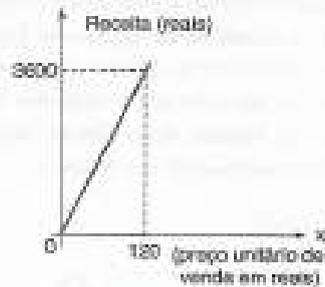
- A) 38.000  
 B) 40.500  
 C) 41.000  
 D) 42.000  
 E) 48.000

**QUESTÃO 47)** Um fabricante observou que se cada um dos 120 objetos produzidos no mês for vendido por  $x$  reais, os consumidores comprarão  $(120 - x)$  unidades fabricadas. Assim, a receita mensal desse fabricante, que é a quantia arrecadada com a venda de todas as unidades, pode ser representada por  $x(120 - x)$ , logo a função receita pode ser expressa por  $R(x) = -x^2 + 120x$ , cujo gráfico é

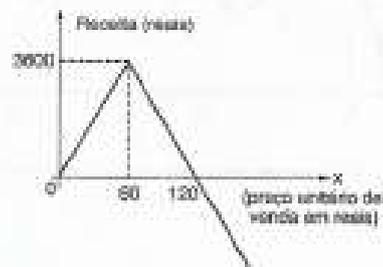
A)



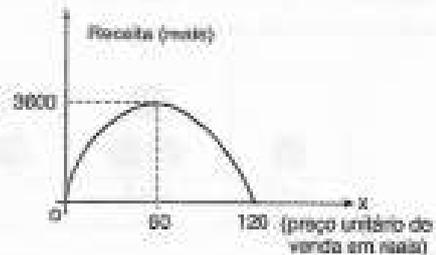
B)



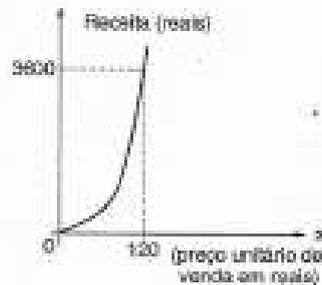
C)



D)



E)



**QUESTÃO 48)** Em um experimento no laboratório de pesquisa, observou-se que o número de bactérias de uma determinada cultura, sob certas condições, evolui conforme a função  $B(t) = 10 \cdot 3^{t-1}$  em que  $B(t)$  expressa a quantidade de bactérias e  $t$  representa o tempo em horas. Decorridas 4 horas de experimento, observou-se um número de bactérias igual a

- A) 30.  
B) 90.  
C) 120.  
D) 270.  
E) 810.

**QUESTÃO 49)** (ENEM 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano.

Considerando-se que  $y$  e  $x$  representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- A)  $y = 4.300x$   
B)  $y = 884.905x$   
C)  $y = 872.005 + 4.300x$   
D)  $y = 876.305 + 4.300x$   
E)  $y = 880.605 + 4.300x$

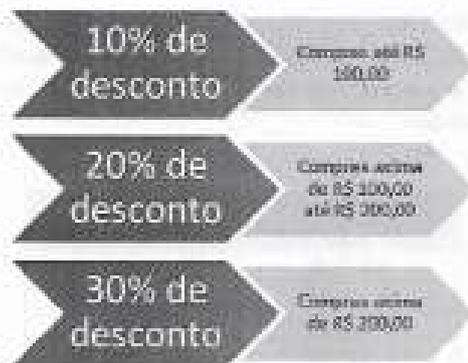
**QUESTÃO 50)** (FAETEC-2012) A seguinte tabela de vencimentos está afixada em um quadro de avisos na loja em que João trabalha como vendedor:

Valor das vendas realizadas (R\$)	Salário recebido (R\$)
R\$ 0,00	R\$ 1.000,00
R\$ 2.000,00	R\$ 1.100,00
R\$ 5.000,00	R\$ 1.250,00
R\$ 10.000,00	R\$ 1.500,00
R\$ 20.000,00	R\$ 2.000,00

Em conformidade com a tabela, a relação entre o salário recebido  $y$  e o valor das vendas  $x$  corresponde a

- A)  $y = 1000 + \frac{x}{20}$   
B)  $y = 1000x + 100$   
C)  $y = 1000 + 20x$   
D)  $y = \frac{11x}{20}$   
E)  $y = \frac{x}{4}$

**QUESTÃO 51)** Uma grande loja de roupa varejista anuncia uma liquidação em seu estoque com descontos variáveis de acordo com o valor final da compra, conforme imagem a seguir:



Um consumidor realizou a seguinte compra nessa loja: Uma calça jeans no valor de R\$ 140,00 e uma camisa no valor de R\$ 60,00. Qual o valor pago por esse cliente no total de sua compra?

- A) R\$ 140,00
- B) R\$ 160,00
- C) R\$ 166,00
- D) R\$ 170,00
- E) R\$ 180,00

**QUESTÃO 52)** Uma notícia é compartilhada em redes sociais e cresce exponencialmente segundo uma lei matemática definida por

$$C(x) = 5^{x+2} + 500,$$

onde  $C(x)$  representa o número de compartilhamentos e  $x$  o número de dias decorridos desde a publicação da notícia.

Quantos compartilhamentos foram registrados no 3º dia a partir da data de publicação?

- A) 627
- B) 525
- C) 317
- D) 555
- E) 3625