

UFRRJ

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA**

DISSERTAÇÃO

**Conhecendo e explorando materiais manipuláveis: uma perspectiva para
um Laboratório de Educação Matemática no CEDERJ**

Neiva Ferreira Alves

2019



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA**

**CONHECENDO E EXPLORANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS:
UMA PERSPECTIVA PARA UM LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NO CEDERJ**

NEIVA FERREIRA ALVES

Sob a orientação da Professora Doutora
Dora Soraia Kindel

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática.

Seropédica, RJ
Junho de 2019

Ficha catalográfica

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A474c Alves, Neiva Ferreira, 1976-
Conhecendo e explorando materiais manipuláveis:
uma perspectiva para um Laboratório de Educação
Matemática no CEDERJ / Neiva Ferreira Alves. - RIO DE
JANEIRO, 2019.
127 f.: il.

Orientadora: Dora Soraia Kindel.
Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural
do Rio de Janeiro, Pós Graduação em Educação em Ciências
e Matemática, 2019.

1. Educação Matemática. 2. Educação a distância. 3.
Formação inicial de professores de Matemática. 4.
Materiais manipuláveis. I. Kindel, Dora Soraia , 1958
, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de
Janeiro. Pós Graduação em Educação em Ciências e
Matemática III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/ INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
CURSO DE MESTRADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

NEIVA FERREIRA ALVES

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 24 / 06 / 2019.

Dora Soraia Kindel. Prof^a Dr^a. UFRRJ
(Orientadora)

Marcelo Almeida Bairral. Prof. Dr. UFRRJ

Rosana de Oliveira. Prof^a Dr^a. UERJ

AGRADECIMENTOS

A *Deus*, sem a Sua presença em minha vida, eu nada seria;

ao meu companheiro *João Bosco*, especialmente, por todo seu apoio e desvelo comigo nessa jornada;

ao meu *saudoso pai*, *in memoriam*, que me apoiou incondicionalmente na minha formação pessoal e profissional;

à toda *minha família*, pela compreensão às ausências durante a pesquisa;

à minha orientadora e amiga *Soraia*, que abraçou essa proposta de pesquisa e me conduziu nesse longo percurso com paciência e carinhosa dedicação e por seus ensinamentos que me deram confiança e segurança na realização deste trabalho;

à amiga *Rosana*, professora da banca de qualificação e defesa, que muito me incentivou para iniciar a pesquisa e contribuiu valorosamente para a sua realização;

ao amigo *Marcelo Bairral*, professor da banca de qualificação e defesa, por suas sugestões e críticas, valiosas contribuições a este trabalho;

aos *professores do PPGEduCIMAT*, por todo conhecimento compartilhado e pelos exemplos de resistência por uma educação pública de qualidade;

ao *Fernando Rocha*, companheiro no grupo de pesquisa e mestrando do PPGEduCIMAT, pela parceria nos estudos e pelos diálogos construtivos durante as caronas;

à direção acadêmica do Consórcio CEDERJ, em especial, prof. *Marilvia Dansa de Alencar*, que mediou a solicitação de autorização para a realização da pesquisa no âmbito da instituição;

ao professor *Marcelo da Silva Corrêa*, coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática a distância da UFF/CEDERJ/UAB, que autorizou o acesso aos materiais nos laboratórios e aos licenciandos, possibilitando a realização da pesquisa;

à *Marta G. Zanetti*, diretora do polo CEDERJ/UAB Angra dos Reis, por todo seu carinho, organização e atenção durante a realização da pesquisa no laboratório do polo;

à *Laiz Valim*, tutora coordenadora de Licenciatura em Matemática no polo Angra, por seu dedicado apoio na realização do curso de extensão no polo;

ao *Robson M. de Souza*, diretor do polo CEDERJ/UAB Paracambi, pela permissão e auxílio na realização do curso de extensão no polo;

aos *licenciandos* que participaram, voluntariamente, da pesquisa durante o curso de extensão realizado nos dois polos: Angra dos Reis e Paracambi;

à *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro*, por nos oferecer o Programa e os profissionais qualificados que nos inspiram e nos auxiliam nessa jornada acadêmica;

à *Fundação CECIERJ*, especificamente o *Consórcio CEDERJ*, por acolher e confiar no sério e construtivo trabalho;

ao *LOVE_EMIM*, Laboratório de Observações, Vivências e Experiências em Educação Matemática do Instituto Multidisciplinar da UFRRJ, que chancelou o curso de extensão, efetivando a sua realização.

Enfim, a todos e todas que contribuíram, seja de forma direta ou indireta, para que eu caminhasse e concluísse esse trabalho, fica registrado o meu afetuoso reconhecimento e meus mais sinceros e calorosos agradecimentos. *Obrigada!*

"O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001."

"This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001."

RESUMO

ALVES, Neiva Ferreira. **CONHECENDO E EXPLORANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS: UMA PERSPECTIVA PARA UM LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CEDERJ.** 2019. 127p. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2019.

A pesquisa consistiu em desenvolver material de apoio, tarefas para exploração e uso autônomo de materiais manipuláveis de natureza física que compõem o acervo do laboratório de Matemática nos polos do consórcio CEDERJ no curso de Licenciatura em Matemática na modalidade de Educação a distância semipresencial, pela UFF. Para tanto, estamos considerando que a utilização de materiais manipuláveis como recurso didático pode contribuir para aproximar o laboratório de ensino e aprendizagem da Matemática no processo de autoaprendizagem na formação inicial do professor de Matemática de um curso a distância. Na primeira etapa de desenvolvimento da pesquisa foi realizado um levantamento dos materiais existentes em dois polos, Angra dos Reis e Paracambi; um estudo das ementas das disciplinas obrigatórias do curso e do material didático de duas disciplinas voltadas para o ensino da Matemática na educação básica e que auxiliaram na elaboração das tarefas: Instrumentação do Ensino da Geometria e Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra. Na segunda etapa, realizamos um curso presencial, pesquisa de campo, que subsidiou a coleta e análise de dados, considerando alguns aspectos relevantes sobre o processo de ensino e aprendizagem de um curso a distância e a importância do estudo sobre materiais didáticos manipuláveis na formação inicial de professores de Matemática. O roteiro elaborado com as fichas de tarefas para uso e exploração de cada material existente no laboratório, com a finalidade de uso independente da presença de professores ou mediadores pedagógicos, foi analisado a partir da sua aplicação para um grupo de licenciandos que participaram do curso de extensão no polo Angra dos Reis, regularmente inscritos no curso de Licenciatura em Matemática. Esse roteiro com as respectivas tarefas formam o produto educacional gerado nessa pesquisa, disponibilizado nos dois polos supracitados e foram avaliados apresentando êxito na sua utilização e atendendo aos licenciandos participantes de forma satisfatória acerca da reflexão do uso de materiais manipuláveis para o ensino da Matemática.

Palavras-chave: Educação a distância, Formação inicial de professores de Matemática, Materiais manipuláveis.

ABSTRACT

ALVES, Neiva Ferreira. **KNOWING AND EXPLOITING MANIPULABLE MATERIALS: A PERSPECTIVE FOR A MATHEMATICS EDUCATION LABORATORY AT CEDERJ**. 2019. 127 p. Dissertation (Master in Education in Science and Mathematics). Institute of Education / Multidisciplinary Institute, Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropedica, RJ. 2019.

The research consisted of develop supporting material, exploration tasks and autonomous use of manipulable materials of physical nature that compose the collection of the Mathematics laboratory at the poles of the CEDERJ consortium in the course of Graduation in Mathematics in the semi-presential modality of a Distance Education, by UFF. To this end, we are considering that the use of manipulable materials as a didactic resource can contribute to approach the teaching and learning laboratory of Mathematics in the process of self-learning in the initial formation of the mathematics teacher of a distance course. In the first stage of development of the research was carried out a survey of the existing materials in two poles, Angra dos Reis and Paracambi; a study of the general information of the compulsory subjects of the course and the didactic material of both disciplines directed to the teaching of Mathematics in basic education and that helped in the elaboration of the tasks: Instrumentation of the Geometry Teaching and Instrumentation of the Arithmetic and Algebraic Teaching. In the second stage, we have performed presential course, field research, which subsidized data collection and analysis, considering some relevant aspects about the teaching and learning process of a distance course and the importance of the study on manipulable didactic materials in the initial formation of Mathematics teachers. The elaborated script with worksheets for use and exploitation of each existent material in the laboratory, with the aim of use regardless of the teachers or pedagogical mediators presence, it was analyzed from its application to a group of graduates who has participated in the extension course at the Angra dos Reis pole, properly enrolled in the Graduation course in Mathematics. This script and the respective tasks form an educational product generated in this research, available in the two poles mentioned above and were evaluated presenting success in its use and attending to the involved undergraduates in a satisfactory way on the reflection of the use of manipulable materials for the Mathematics teaching.

Key words: Distance education, Initial teacher training in Mathematics, Manipulable materials.

LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS

ARE	Angra dos Reis;
CECIERJ	Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro;
CEDERJ	Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro;
EaD	Educação a Distância;
IEAA	Instrumentação do Ensino de Aritmética e Álgebra;
IEG	Instrumentação do Ensino de Geometria;
LEM	Laboratório de Educação Matemática;
LM	Laboratório de Matemática;
MD	Material Didático;
PAR	Paracambi;
PPGEduCIMAT	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática;
TIC	Tecnologia de Informação e Comunicação;
UAB	Universidade Aberta do Brasil;
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro;
UFF	Universidade Federal Fluminense;
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro;
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro;
UNIRIO	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 O Ensino da Matemática e os Materiais Manipuláveis	5
2.2 Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores	9
2.3 Educação a Distância (EaD) como uma Prática Pedagógica	13
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	17
3.1 Local e Sujeitos de Pesquisa	18
3.2 Coleta de Dados	18
3.3 Análise de Dados	20
3.3.1 A análise na primeira etapa da coleta	20
3.3.2 A análise na segunda etapa da coleta	21
4 PRIMEIRA ETAPA: ELABORANDO O PRODUTO EDUCACIONAL	25
4.1 Levantamento dos Materiais	25
4.2 Disciplinas de Apoio	29
4.3 Material Didático das Disciplinas de Instrumentação	31
4.4 Elaboração do Produto Educacional	36
5 SEGUNDA ETAPA: APLICANDO O PRODUTO	41
5.1 Cenário da Pesquisa de Campo: Polo Angra dos Reis	42
5.2 Perfil dos Licenciandos que Participaram do Curso de Extensão	43
5.3 Conversando sobre a Realização das Tarefas	47
5.3.1 Primeiro encontro	48
5.3.2 Segundo encontro	52
5.3.3 Terceiro encontro	54
5.4 As Tarefas	57
5.4.1 Primeira tarefa: exploração livre	59
5.4.2 Segunda tarefa: exploração orientada	68
5.4.3 Terceira tarefa: exploração complementar	74
5.5 Licenciandos Avaliam o Roteiro	78
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
7 REFERÊNCIAS	91
APÊNDICES	94
A - O Produto educacional	95
B - Imagem de cada material manipulável disponível no laboratório em ARE	117
C - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	120
D - Cartaz de divulgação do curso de extensão no polo ARE	121
E - Ficha de inscrição para o curso de extensão no polo ARE	122
F - Questionário de sondagem individual	123

G - Ficha de avaliação (individual)	125
ANEXO	127

1 INTRODUÇÃO

Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. (FREIRE, 1996, p. 47).

O presente trabalho insere-se na linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ).

O estudo surgiu da inquietude rememorada pelas lacunas que ficaram na minha formação inicial quanto à ausência de disciplinas ou espaços que propiciassem vivências e trocas de reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Apesar de usar, atualmente, diferentes recursos na minha prática pedagógica não vivenciei na minha formação inicial, de Licenciatura Plena em Matemática (1999) e nem na minha especialização em Aprendizagem em Matemática (2001), experiências em relação ao ensino por meio do uso de diferentes materiais didáticos, ou melhor, nada muito além do uso de quadro, giz, livro didático e a abordagem de alguns *softwares* matemáticos sem muito aprofundamento.

Somente através da formação continuada, participando em diversos cursos de extensão, minicursos, palestras e seminários, que pude conhecer e vivenciar novas e diferentes metodologias de ensino de uma disciplina considerada, por grande parte dos educandos, como abstrata e distante da realidade e pude superar as minhas próprias angústias de um aprendizado baseado somente com aplicações de fórmulas, axiomas e deduções prontas.

Atuando como professora regente nos Ensinos Fundamental e Médio em escolas privadas e na rede pública e ainda como mediadora a distância na disciplina Matemática na Educação 1 do curso de Licenciatura em Pedagogia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), sempre me senti incomodada com as dificuldades e até mesmo, o desânimo dos estudantes na realização de atividades envolvendo diferentes conteúdos matemáticos.

A experiência como mediadora da UERJ/CEDERJ, possibilitou-me perceber que alguns conceitos matemáticos são melhores apreendidos a partir da manipulação, investigação e análise com materiais didáticos construídos pelos próprios graduandos ou apresentados a eles como recursos de exploração e reflexão que auxiliam no processo ensino-aprendizagem da Matemática. Recursos esses que variam entre: diferentes tipos de jogos, quebra-cabeças,

dobraduras, vídeos, *softwares* interativos e diferentes materiais manipuláveis virtuais ou físicos como: o material dourado, os blocos lógicos, o ábaco, as régua de Cuisenaire e outros afins.

Portanto, a diversidade de materiais e concepções acerca dos mesmos, emerge a necessidade de refletir sobre a utilização desses recursos pedagógicos, suas possibilidades, suas limitações e além do mais, discutir qual conhecimento matemático pode ser apreendido a partir desses meios, visando uma aprendizagem significativa.

Como docentes (ou futuros docentes) precisamos conhecer os diferentes recursos didáticos, bem como explorar as relações matemáticas intrínsecas às características dos diversos materiais físicos ou virtuais. Contudo, enquanto profissionais e educadores matemáticos somos responsáveis por criar as possibilidades e estabelecer as relações para a construção e compreensão de um conceito matemático.

Esta pesquisa propôs levar licenciandos a conhecerem e explorarem materiais manipuláveis de natureza física, que compõem o acervo do laboratório de Matemática, de um curso de Licenciatura na modalidade de Educação a Distância (EaD) semipresencial.

Reconhecendo que o Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro, Consórcio CEDERJ¹, tem um papel significativo na formação inicial de professores de Matemática na modalidade de Educação a Distância, no estado do Rio de Janeiro, cujo curso de Licenciatura em Matemática, atualmente, está vinculado a duas universidades públicas² abrangendo um total de 23 municípios (são 23 polos, sendo 17 polos da UFF e 6 polos da UNIRIO) e tendo conhecimento que, pelo menos, dois polos, Angra dos Reis e Paracambi, possuem materiais manipuláveis didático-pedagógicos, de natureza física, que constituem o acervo do laboratório de Matemática do referido curso, despertou nossa curiosidade e interesse em conhecê-los mais de perto e que se transformou em uma proposta de estudo a partir das seguintes indagações: quais os materiais existentes nos laboratórios desses dois polos do CEDERJ? E de que forma estes se articulam com os conteúdos apresentados nas disciplinas oferecidas no curso?

Com base nessas duas questões preliminares levantamos uma questão problema que norteou o trabalho de pesquisa: que estratégias pedagógicas podem ser implementadas de

¹ O Consórcio CEDERJ pertence à Fundação CECIERJ, órgão vinculado à Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro. É formado, atualmente, por oito instituições públicas de ensino superior: CEFET, IFB, UENF, UERJ, UFF, UFRJ, UFRRJ e UNIRIO, em parceria com a Universidade Aberta do Brasil (UAB). Disponível em: <http://cederj.edu.br/fundacao/consorcio-cederj/> Acesso em: 24/01/2019.

² UFF- Universidade Federal Fluminense e UNIRIO- Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro.

modo que os licenciandos de um curso a distância, sem a presença de professores/mediadores nos laboratórios, podem conhecer e usar os materiais manipuláveis de natureza física como auxílio no progresso dos seus estudos e nas suas futuras práticas pedagógicas?

Diante desse contexto de reflexões e busca por respostas para essas questões, definimos o seguinte objetivo geral:

Desenvolver e avaliar uma sugestão de roteiro com fichas de tarefas, como recurso didático, para uso dos materiais de natureza física disponíveis no laboratório de matemática dos polos do CEDERJ.

E para direcionar o estudo, nos orientamos pelos seguintes objetivos específicos:

- Organizar um catálogo dos materiais manipuláveis de natureza física existentes nos laboratórios dos polos Angra dos Reis e Paracambi do CEDERJ/UAB;
- Identificar disciplinas e respectivos conteúdos que se relacionam com os materiais catalogados;
- Elaborar tarefas para manipulação e exploração dos materiais disponíveis nos dois polos supracitados;
- Aplicar e analisar o roteiro para exploração e uso dos materiais a partir das tarefas elaboradas.

A pesquisa foi dividida em duas etapas: a primeira com a finalidade de elaborar as tarefas e compor um roteiro didático para executá-las; e a segunda etapa com a aplicação e avaliação do roteiro e respectivas tarefas.

Para tanto, organizamos a dissertação em seis capítulos distribuídos da seguinte forma: no primeiro capítulo, a introdução em que apresentamos uma visão geral da pesquisa e sua justificativa assim como as questões motivadoras e seus objetivos.

No segundo capítulo, apresentamos uma revisão da literatura como aporte teórico para as reflexões e estudos relevantes em relação ao ensino da Matemática e o uso de materiais manipuláveis de natureza física, a importância de um laboratório de educação matemática na formação inicial de professores de matemática e o processo ensino-aprendizagem na Educação a Distância.

No terceiro capítulo, descrevemos sobre os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento da pesquisa, como: o local, os sujeitos de pesquisa, os instrumentos utilizados na coleta de dados de cada etapa da pesquisa e quais critérios utilizados para a análise dos dados.

No quarto capítulo, trazemos a descrição analítica da primeira etapa da pesquisa acerca do levantamento dos materiais nos polos pesquisados, o estudo das ementas das disciplinas obrigatórias do curso de Licenciatura e do material didático das disciplinas que apresentaram ênfase no ensino da Matemática para a educação básica. Como consequência, apresentamos a elaboração do produto educacional, com as tarefas e suas respectivas ações, composto por uma proposta de roteiro para a exploração dos materiais manipuláveis.

No quinto capítulo, temos a segunda etapa da pesquisa, em que apresentamos uma breve descrição da pesquisa de campo realizada no polo Angra dos Reis, onde foi aplicado e avaliado o produto a partir da análise das tarefas vivenciadas pelo grupo de licenciandos do referido polo que participaram voluntariamente do curso de extensão.

E por fim, no sexto e último capítulo, antes das referências e dos apêndices, apresentamos as considerações finais do trabalho desenvolvido e refletido pela pesquisa, ressaltando que as tarefas que compõem o produto educacional encontram-se no Apêndice A.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos uma revisão de literatura dos três principais construtos que orientaram nosso estudo e que nos auxiliaram como aporte teórico metodológico para o desenvolvimento da pesquisa que são: a utilização de materiais didáticos no ensino da Matemática, especificamente, os materiais manipuláveis físicos; a relevância de um laboratório de educação matemática na formação inicial de professores e o processo de ensino e aprendizagem num curso de licenciatura na modalidade de Educação a Distância.

2.1 O Ensino da Matemática e os Materiais Manipuláveis

Primeiramente, precisamos compreender a designação usada como “materiais manipuláveis”, diante de um amplo contexto de recursos didáticos, que inclui diversos e diferentes tipos de materiais que podem ser utilizados para contribuir na aprendizagem significativa da matemática.

Para Lorenzato (2012) e Vale (2014), material didático é qualquer instrumento útil ao qual se recorre para promover o ensino e a aprendizagem, sendo assim diferentes materiais manipuláveis podem ser considerados materiais didáticos, sejam de uso comum ou educacional. Por exemplo, temos: palitos, canudos, tampinhas, calculadora, régua, compasso, jogos, ábaco, blocos lógicos, *softwares* de geometria dinâmica, sólidos geométricos de madeira ou de papel e muitos outros.

De acordo com Kaleff e Rosa (2016), é importante nos atentarmos para o fato sobre a dificuldade de um aprendiz gerar uma imagem mental (visualizar na mente) de um conceito matemático e que pode ser dirimida com um modelo concreto desse conceito servindo-se de uma representação visual ou tátil. Essas representações podem ser expressas por meio de desenhos ou de materiais manipulativos, inclusive virtuais. "São as ações realizadas com as mãos e os olhos que vão permitir a formação do que a mente vê" (KALEFF; ROSA, 2016, p. 32).

Frequentemente, encontramos na literatura afim a caracterização de material manipulável como material concreto, porém conforme Lorenzato (2012), o concreto pode ter duas interpretações, uma refere-se ao palpável e outra mais ampla que inclui as imagens gráficas, o que vem a corroborar com a ideia de Reys (1982, apud Vale, 2002), que nem todo

material didático concreto é manipulável, por exemplo, o livro texto é um material concreto, mas não é considerado manipulável. Embora, o livro didático seja de uso educacional e pode ser manuseado, considera-se material manipulável “aquele que durante uma situação de aprendizagem apele aos sentidos e que se caracteriza por um *envolvimento ativo* dos alunos” (VALE, 2014, p. 6, grifo nosso).

A compreensão sobre material manipulável, segundo Kindel e Oliveira (2017), varia entre os pesquisadores conforme os objetivos de sua utilização ou as possibilidades de interação com o mesmo. As autoras sustentam o uso do termo material manipulável ao invés de concreto e assinalam que:

Materiais manipuláveis são objetos, instrumentos ou outros meios, que têm aplicação nos afazeres do dia a dia, ou que são utilizados para representar uma ideia, e que os estudantes podem sentir, tocar, manipular e movimentar para ajudá-los a descobrir, entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diferentes fases de aprendizagem. (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 63).

De acordo com a perspectiva das autoras supracitadas, a representação sobre material manipulável também inclui os aparatos tecnológicos como *tablets*, computadores, *smartphones* e afins, ou seja, o material manipulável pode ser físico ou virtual. As autoras apresentam outra importante distinção quanto à sua essência, a qualidade do material de ser estruturado ou não.

Kindel e Oliveira (2017), ponderam que o material manipulável estruturado, é aquele desenvolvido com a finalidade de auxiliar na construção de conhecimento matemático e o não estruturado, é qualquer material do cotidiano, não pensado para fins didáticos, mas que ajuda numa circunstância de aprendizagem em sala de aula, como canudos, elásticos e outros.

Assim sendo, declaramos que neste trabalho trataremos de materiais didáticos manipuláveis, estruturados e palpáveis, ou seja, de natureza física.

Conforme estudos trazidos por Fiorentini e Miorim (1990), Lorenzato (2012) e Vale (1999), no final do século XIX, educadores como Montessori e Decroly desenvolveram uma didática especial para o ensino da Matemática, inspirada nos trabalhos de Comenius e Pestalozzi, fundadores da Escola Ativa, e ampliaram as visões do método ativo desses educadores quanto à utilização de materiais manipuláveis a partir de métodos que tinham como finalidade a passagem do concreto para o abstrato.

No entanto, segundo Vale (2002), outras correntes pedagógicas surgiram e continuam surgindo, complementando ou contrapondo os métodos dos referidos educadores e introduzindo novos materiais didáticos e novas metodologias de ensino. Destacamos Dienes

(1975), que baseado na teoria piagetiana que propõe uma ação reflexiva para adquirir conhecimento, trouxe com seus experimentos educacionais, valiosas contribuições para o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem matemática. Assim como, Vale (1999) que também apoiada na teoria de Piaget, justifica o uso de diferentes materiais manipuláveis para auxiliar no processo ensino-aprendizagem da Matemática:

[...] As imagens mentais e as ideias abstractas dos alunos são baseadas nas suas experiências. Assim os alunos que vêem e manipulam vários tipos de objectos têm imagens mentais mais claras e podem representar ideias abstractas mais completamente do que aqueles cujas experiências são mais pobres. (VALE, 1999, p. 3).

O uso de materiais lúdicos e manipulativos, físicos ou virtuais, pode contribuir significativamente para uma integração de conceitos teóricos e aplicação de fórmulas prontas com atividades que gerem reflexão e a busca por novos conceitos e novas fórmulas em diferentes perspectivas. Desta forma, concordamos com Kindel e Oliveira (2017), que defendem que o material manipulável deve compor os cenários das salas de aula contribuindo com as múltiplas formas de aprender.

Entretanto, entendemos que apesar da importância desse processo de construção e criação de novos conceitos e relações, é necessário percebê-lo de forma mais complexa como “um procedimento mental de natureza interna ao indivíduo, o qual não deve ser identificado com ações lúdicas de simples observação, manipulação ou exploração de situações e objetos concretos/virtuais” (KALEFF, 2016, p. 58). Essas reflexões acerca da utilização de materiais manipuláveis para o ensino da matemática são complementadas por Kindel e Oliveira (2017):

O uso de materiais manipuláveis não pressupõe, necessariamente, um estímulo a ludicidade como solução para todos os problemas da aprendizagem matemática dos estudantes. A ludicidade pode em um primeiro momento tornar o processo de aprender mais suave e agradável. Mas só fará sentido se vier acompanhado de propostas de reflexão, de “pensar sobre” e “falar sobre”. (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 65).

Contudo, “a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem” (LORENZATO, 2012, p. 21). Conforme Rêgo e Rêgo (2012), a utilização de materiais manipuláveis, como recurso didático, para uma aprendizagem significativa não depende somente da manipulação ou de suas características físicas, mas principalmente das reflexões sobre a ação manipulativa e exploratória de conteúdos.

Para Passos (2012), uma situação de aprendizagem ativa utilizando materiais manipuláveis caracteriza-se pelo envolvimento físico dos alunos com os mesmos, permitindo

que o aprendiz manipule, transforme e assim experimente e conjecture soluções, obtendo efetividade em seu aprendizado. Porém, torna-se imprescindível a atividade mental do aluno e o aprofundamento das reflexões na ação sobre qualquer material didático.

Passos (2012) chama a atenção para os resultados negativos com o uso de materiais, principalmente, os manipuláveis, que abrangem desde a seleção equivocada dos mesmos para aplicação na sala de aula, distanciando-os das relações matemáticas que se pretende que representem, ocasionando mais dificuldades e confusão no aprendizado, até mesmo a desmotivação pela investigação e descobertas por motivo do uso incorreto dos materiais. A autora afirma que “optar por um material exige, então, por parte do professor, reflexões teórico-pedagógicas sobre o papel histórico do ensino da matemática, que deverá cumprir sua função essencial: *ensinar matemática!*” (PASSOS, 2012, p. 91, grifo da autora).

No entanto, é importante salientar os cuidados básicos que Rêgo e Rêgo (2012) orientam os professores, como exigência na utilização de qualquer recurso didático, dos quais destacamos: a escolha responsável e criteriosa do material; planejamento antecipado de atividades adequadas às necessidades da turma; dar tempo para que os aprendizes conheçam o material (o explorem livremente); solicitar registro das ações realizadas, conclusões e dúvidas e discutir sobre os diferentes resultados e estratégias envolvidos no processo de aprendizagem.

Assim sendo, é fundamental que o professor conheça bem o material, para a escolha certa do mesmo e o planejamento para explorar ou investigar determinado conhecimento matemático. Segundo Lorenzato (2012), além de ter acesso aos materiais é necessário saber utilizá-los corretamente, ou seja, articulando-os em conformidade com os objetivos educacionais a serem atingidos.

Em particular, tratando-se de materiais manipuláveis, é essencial reconhecer a potencialidade bem como as suas fragilidades e limitações, antecipadamente ao seu uso. O professor precisa capacitar-se para uma efetiva mediação no processo de ensino e aprendizagem, de forma crítica e reflexiva, habilitando-o a identificar e dirimir os obstáculos cognitivos que poderão surgir aos alunos durante a manipulação e exploração de tais materiais.

Logo, para que essas considerações possam ocorrer na prática docente, de acordo com Passos (2012), são questões que precisam ser discutidas, refletidas e dimensionadas a partir da

formação inicial do professor de matemática, de forma a produzir futuras reflexões que levem a considerar o contexto que o professor irá atuar.

Para tanto, é relevante que “os programas de formação de professores inicial e continuada abordem esta temática com situações concretas de sala de aula, pois só se pode ensinar com sucesso se dominar aquilo que se ensina em particular quando se trata da utilização de materiais manipuláveis” (VALE, 2014, p. 8).

Para Lorenzato (2012) e Turrioni (2004), um laboratório de ensino e aprendizagem da Matemática inserido no contexto do ensino superior pode ser favorável à manutenção e à ampliação do processo autônomo de aprendizagem no percurso da formação do futuro professor de Matemática, além de lhe permitir uma maior aproximação com o conteúdo da educação básica e da relação teoria e prática, ao utilizar-se de diversos recursos didáticos e diferentes ambientes de aprendizagem.

Para muitos educadores matemáticos, conforme defende Kaleff (2016), as vivências específicas realizadas em sala de aula ou em laboratórios de ensino são fundamentais para uma melhor formação matemática e pedagógica do futuro professor. Ou seja:

É importante o trabalho com materiais concretos e virtuais que permitem a modelação de conteúdos e de relações matemáticas, a resolução de problemas interdisciplinares, tendo como consequência uma aprendizagem significativa e criativa. Aprendizagem que dê segurança tanto ao sujeito quanto ao seu próprio conhecimento no enfrentamento de suas necessidades para a vida (cotidiana e científica) e o torne mais autônomo e respeitador frente ao saber dos seus pares. (KALEFF, 2016, p. 51).

Ressaltamos que o laboratório deve dispor da reunião de diferentes materiais didáticos, inclusive lúdico-manipulativos, e que tais recursos possam ser apresentados ainda durante a formação inicial do professor para que sejam percebidos como úteis à sua prática pedagógica. Em consonância com Lorenzato (2012), os materiais didáticos devem permear os programas de didática do ensino de matemática, de forma que auxiliem no planejamento da integração do conteúdo com o seu ensino.

2.2 Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores

Nas duas últimas décadas, por meio de diversas pesquisas (LORENZATO, 2012; RODRIGUES, GAZIRE, 2015; TURRIONI, 2004; TURRIONI, PEREZ, 2012), percebemos um aumento de estudos significativos em torno da implementação e/ou utilização de

laboratório de matemática nos cursos de licenciatura em Matemática, inclusive como disciplina obrigatória no currículo de formação inicial dos professores.

Muitas abordagens sobre as diferentes concepções de laboratório têm sido trazidas por vários autores, que expressam sobre a metodologia de sua utilização bem como os objetivos e a relevância de um laboratório na formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Segundo Lorenzato (2012, p. 6), "existem diferentes concepções de Laboratório de Ensino de Matemática". Sendo assim, trouxemos a ideia principal de cada concepção encontrada na revisão da literatura, com o objetivo de identificar um perfil de laboratório, cujo aporte teórico-metodológico aproxime-se da perspectiva vislumbrada para um curso de formação inicial de professores de matemática, seja presencial ou a distância.

Rodrigues e Gazire (2015) consideram em seus estudos sete diferentes tipos de abordagens do laboratório relacionado ao ensino-aprendizagem da Matemática, nomeados como:

Laboratório: depósito-arquivo;

Laboratório: sala de aula;

Laboratório: disciplina;

Laboratório: de Tecnologia;

Laboratório Tradicional: de Matemática;

Laboratório Sala ambiente: de Ensino de Matemática;

Laboratório Agente de Formação: de Educação Matemática.

O "Laboratório: depósito-arquivo" é entendido pelos autores "apenas como um lugar, um depósito de materiais que deverá servir de apoio, em especial ao professor, para a realização de suas atividades práticas fora desse ambiente" (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 45). Esse entendimento corrobora com Lorenzato (2012) que compreende esse tipo de laboratório como um local para guardar materiais para serem usados em algumas aulas.

Os autores apontam o "Laboratório: sala de aula" como a ideia de que "o ambiente da sala de aula pode ser pensado e entendido como um tipo de laboratório" (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 47). Porém, consideram que é uma concepção que pode induzir a conflitos de objetivos e metodologia distanciando-se da prática pedagógica de construir um laboratório como um ambiente distinto da sala de aula do dia a dia.

O “Laboratório: disciplina”, de acordo com Rodrigues e Gazire (2015) é aquele apresentado como componente curricular em alguns cursos de licenciatura em Matemática. Nos estudos apresentados por Bertoni e Gaspar (2012), é uma disciplina voltada para o conhecimento e uso de um laboratório no ensino e aprendizagem da matemática, que propicia além do conhecimento, do uso e a produção de materiais, o estágio como parte da prática do futuro professor.

A ideia de "Laboratório: de Tecnologia" apresentada por Rodrigues e Gazire (2015) é abordada pelos autores como uma concepção que abrange desde um simples laboratório de informática até um laboratório mais amplo mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), com destaques para uma melhor adaptação à modalidade de ensino a distância, permitindo compartilhar conhecimento com pessoas geograficamente distantes. Portanto, ressaltamos que esse tipo de laboratório instalado nas instituições, geralmente, enfatiza o uso de recurso tecnológico de forma abrangente e não, particularmente, para desenvolver o conhecimento matemático.

Por conseguinte, os três últimos entendimentos de laboratório sugeridos por Rodrigues e Gazire (2015), tais quais: tradicional de Matemática; de Ensino de Matemática e de Educação Matemática, aproximam-se das discussões sobre a concepção mais adequada para ser refletida por professores em formação, seja inicial ou continuada.

O Laboratório Tradicional de Matemática ou Laboratório de Matemática (LM) é referenciado por Turrioni (2004) como uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas, cujo "papel do professor neste laboratório consiste em supervisionar e auxiliar a realização de experimentos" (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 61).

A concepção de Laboratório de Ensino de Matemática que é defendida por Lorenzato (2012), amplia a proposta do laboratório tradicional, juntando a teoria vista em sala de aula com a prática realizada no laboratório, porém, estimulando o aprendiz a elaborar e refletir, além de verificar os conceitos apreendidos.

Uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2012, p. 7).

Ou seja, um laboratório que se torna mais que um local, como espaço físico, que além de guardar materiais (depósito-arquivo) ou somente realizar experimentos, também é utilizado

para aulas, planejamento de atividades, produção de materiais. Conforme fomentam Rodrigues e Gazire (2015):

Este tipo de laboratório tem como foco central a realização de atividades de ensino com ênfase na vivência de processos que auxiliam a construção do conhecimento matemático, bem como a realização de atividades que promovam o desenvolvimento de atitudes nos alunos. (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 63).

Para Rêgo e Rêgo (2012), os laboratórios instalados nas instituições de ensino superior devem incentivar a melhoria da formação inicial e continuada de educadores de matemática e promover a integração das ações de ensino, pesquisa e extensão.

Desse modo, surge a concepção do Laboratório de Educação Matemática (LEM) que percebemos mais adequada para nossa perspectiva de estudo. Rodrigues e Gazire (2015) o nomearam de "Laboratório Agente de Formação", pois engloba a ideia de sala ambiente, porém "tem como foco central a realização de atividades de ensino, pesquisa e extensão com ênfase na formação inicial e continuada de professores em Matemática" (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 71).

Para Turrioni (2004), o LEM dentro de um curso de Licenciatura em Matemática além de constituir-se como um ambiente para experimentos, admite uma nova função de contribuir para o desenvolvimento profissional dos futuros professores bem como em atividades de pesquisa. Para tanto, nos apoiamos na afirmação da autora:

O LEM, então, deve ser entendido como um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de Licenciatura em Matemática, bem como do currículo dos cursos de Ensino Fundamental e Médio. (TURRIONI, 2004, p. 64).

É imprescindível refletir sobre as práticas pedagógicas para a educação básica. Quando, como e por que inserir em sala de aula o uso de diferentes recursos didáticos, que variam desde os materiais manipuláveis físicos até os tecnológicos/virtuais, são questões que devem permear o currículo dos cursos de licenciatura. Consequentemente, acreditamos que um laboratório, mesmo que, inicialmente composto apenas por um acervo de materiais manipuláveis físicos pode contribuir para discutir essas questões e ainda servir como ambiente para se pensar e planejar sobre as futuras práticas pedagógicas. Assim como, nos assinalam Turrioni e Perez (2012):

Um laboratório na área de educação matemática pretende preparar novos professores com uma formação mais próxima das pesquisas recentes e

imbuídos de um sentimento de indagação e procura. Visa também desenvolver no licenciando a atitude de indagação; buscar o conhecimento; aprender a aprender; aprender a cooperar; desenvolver a consciência crítica. (TURRIONI; PEREZ, 2012, p. 64).

Contudo, para que esse “aprender a aprender” se desenvolva é preciso criar condições para que os estudantes busquem, indaguem, reflitam sobre os conteúdos e sobre os materiais disponíveis no laboratório, auxiliando na transformação de um laboratório considerado como depósito-arquivo num Laboratório de Educação Matemática.

Diante do contexto da presente pesquisa que visa ilustrar como pode se dá a utilização de um conjunto de materiais manipuláveis físicos que compõem um acervo de recursos didáticos de um curso a distância, assim como a reflexão sobre o uso e a integração desses materiais com o curso, escolhemos preconizar a concepção defendida por Rodrigues e Gazire (2015) e Turrioni (2004) de Laboratório de Educação Matemática (LEM), com a perspectiva de contribuir para futuras ações dos licenciandos de um curso semipresencial, a partir da proposta de exploração desse acervo, transformando um laboratório que se encontra atualmente como um lugar para guardar materiais num ambiente voltado à prática da Educação Matemática.

2.3 Educação a Distância (EaD) como uma Prática Pedagógica

A educação adjetivada “a distância” não foi concebida com o surgimento das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Conforme estudos apresentados por Bielschowsky et al. (2018), o ensino a distância despontou no século XVIII com cursos por correspondência, a partir exclusivamente da escrita, cuja troca ocorria pelo serviço postal (correio). Somente no início do século XX, novos recursos foram incorporados a essa modalidade, como a televisão e o rádio, uma tecnologia analógica, mas que estruturou novos programas de ensino utilizando meios como as fitas cassetes de áudio e/ou vídeo, ou seja, incluindo som e imagem.

A partir dos anos finais da década de 80, com o advento da tecnologia de informática, trazido pelos microcomputadores e a internet, surge a tecnologia digital com propostas educacionais redimensionadas, utilizando recursos como e-mails, chats e ambientes virtuais de aprendizagem (AVA), que abreviaram o tempo de comunicação, facilitando-a e possibilitando maior interação entre os sujeitos desse processo de ensino e de aprendizagem e os materiais didáticos disponíveis à época.

Atualmente, a EaD conta com as redes sociais e aplicativos em *smartphone*, recursos de comunicação, que juntamente com os AVA, fortalecem e ampliam uma educação dialógica e reflexiva, usando variadas formas de mediação e interação com o conhecimento a ser adquirido.

Por conseguinte, segundo Preti (1998), diferentes fatores estruturais e conjunturais (político-social, econômico, pedagógico e tecnológico) favoreceram a implantação de políticas, sistemas e programas em educação a distância. No Brasil, conforme Souza (2014), o ensino a distância era oferecido apenas no ensino técnico ou de jovens e adultos até o reconhecimento do ensino superior a distância com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1996 (LDB 9394/96, art. 80), em que o poder público incentiva e normatiza programas de ensino a distância em todos os níveis e modalidades de ensino, inclusive de educação continuada, instituída no artigo 62 pela possibilidade de utilizar recursos e tecnologias de Educação a Distância para a capacitação dos profissionais de magistério.

A EaD no Brasil, como nos aponta Souza (2014), continua crescendo e vem se consolidando, principalmente, quanto à formação docente, tornando-se cada vez mais complexa, com diferentes modelos e concepções pedagógicas e organizacionais. Conquanto, compreendemos a Educação a Distância com base em seus processos de ensino e de aprendizagem, em conformidade com Preti (2011), que não enfatiza a estrutura organizacional do sistema e seus subsistemas ou meios tecnológicos. “Não devemos centrar nosso foco na ‘distância’, e sim nos processos formativos, na educação, fazendo recurso a abordagens contextualizadas, situadas, críticas e libertadoras da educação” (PRETI, 2011, p. 40, grifo do autor).

Consideramos a EaD como a implementação de uma prática pedagógica que possibilita maior socialização e democratização do saber e mediatizada pelos meios informativos tecnológicos, assim como Preti (2011) afirma:

A EaD não deve ser confundida com seu aparato instrumental e tecnológico ou ser sinônimo de ensino eletrônico. Ela envolve muito mais do que administrar recursos humanos e tecnológicos. Ela precisa ser ancorada em projeto político-pedagógico, sobre bases epistemológicas claras e comungadas pela “instituição ensinante”. (PRETI, 2011, p. 50, grifo do autor).

Em nosso país, a implantação pelo Ministério da Educação do Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB)³, consolidou o desenvolvimento da modalidade de educação a distância, com a finalidade de expandir e interiorizar a oferta de cursos e programas de educação superior, prioritariamente, a oferta de cursos de licenciatura e de formação inicial e continuada de professores da educação básica.

Porém, antes mesmo da formalização nacional da UAB, foi criado o Centro de Educação Superior a Distância do Rio de Janeiro (CEDERJ), segundo Bielschowsky et al. (2018), um projeto idealizado como um consórcio de universidades públicas sediadas no estado, com a finalidade de oferecer cursos de graduação a distância, na modalidade semipresencial para todo o Estado do Rio de Janeiro. Atualmente, dos 16 cursos oferecidos pelo Cederj, nove são licenciaturas, o que configura uma preocupação na formação docente para a Educação Básica. O marco inicial do consórcio, em 2001, foi a oferta do curso de licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF), em quatro polos regionais (Itaperuna, Paracambi, São Fidélis e Três Rios).

Segundo Bielschowsky et al. (2018), o consórcio Cederj pratica, desde o início de suas atividades, a modalidade semipresencial, ou seja, *blended learning*⁴ (ou *b-learning*), para garantir que os alunos que não dispunham de internet em seus domicílios não fossem prejudicados, o que na época era a grande maioria. E atualmente, a legislação no Brasil assegura esse modelo, estabelecendo no Art. 4º do decreto n 9.057 de 2017, que:

As atividades presenciais, como tutorias, avaliações, estágios, práticas profissionais e de laboratório e defesa de trabalhos, previstas nos projetos pedagógicos ou de desenvolvimento da instituição de ensino e do curso, serão realizadas na sede da instituição de ensino, nos polos de educação a distância ou em ambiente profissional, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais. (BRASIL, 2017).

A proposta, ao se utilizar esse formato, propõe um ensino mais cooperativo, sem deixar de ser autônomo e promovendo relações aluno-conhecimento, aluno-professor e aluno-aluno. "Num curso a distância ou semipresencial, como ocorre no Cederj, a interação deve ser vista como uma estratégia formativa imprescindível para aproximar alunos e professores que, muitas vezes, estão geograficamente distantes" (SOUZA; BAIRRAL, 2016, p. 42).

³ O Sistema foi instituído pelo decreto n° 5.800, de 8 de junho de 2006. A UAB não é uma instituição de ensino superior, trata-se de um sistema de articulação entre universidades estaduais, federais e institutos federais de educação, ciência e tecnologia.

⁴ *Blended learning* é uma metodologia de ensino que combina estudo presencial com estudo a distância (BIELSCHOWSKY et al, 2018, p. 57).

Na EaD, a tarefa de mediar o aprendizado requer o uso de diferentes recursos didáticos e tecnológicos para promover comunicação, interação, aproximação e cooperação no processo ensino-aprendizagem. A modalidade semipresencial praticada pelo CEDERJ possibilita aos licenciandos encontros que permitam um aprendizado colaborativo com trocas de experiências e descobertas para o ensino da Matemática, auxiliando-os a superar as dificuldades do aprender a aprender.

No entanto, torna-se indispensável propor atividades que estimulem e facilitem a autoaprendizagem. Na prática, de acordo com Freire (1996), é inapelável a criação de algumas virtudes ou qualidades para que um saber se torne autêntico e operante com o devido respeito à autonomia, à dignidade e à identidade do educando.

Para Preti (2005), o sistema em EaD tem que dispor de recursos necessários para o aprendiz conduzir sua autoformação, como: tutoria, materiais didáticos, avaliações e meios de comunicação. Recursos que precisam ser planejados, acompanhados e reavaliados continuamente pela instituição que oferece o curso. O autor reforça que:

A autoaprendizagem é uma *tarefa pessoal*, pois o aprendiz deve chamar para si seu processo de aprendizagem, tomar posição e assumir compromisso consigo e com a instituição onde atua. A autoaprendizagem é também uma *tarefa coletiva*, de corresponsabilidade entre o aprendiz e a instituição que oferece o serviço. A responsabilidade da aprendizagem não pode estar concentrada somente no aprendiz. Devem atuar eficientemente todos os suportes necessários para um sistema de EAD (administrativo, pedagógico, cognitivo, afetivo, etc.). (PRETI, 2005, p. 16, grifos do autor).

Sendo assim, acreditamos que em colaboração com o ambiente virtual de aprendizagem na EaD, outros espaços como um laboratório de Matemática com materiais didáticos, especialmente, os manipuláveis físicos, podem ser usados para propiciar vivências, observações e análises dos materiais e conteúdos, que proporcionem aos licenciandos a elaboração de tarefas e jogos, a confecção de novos materiais, gerando atividades que reflitam as suas futuras práticas pedagógicas para um ensino da Matemática mais crítico e criativo.

Ademais, o uso do laboratório além de permitir uma maior aproximação do licenciando com o conteúdo ao utilizar-se de diferentes recursos de aprendizagem, pode ser favorável à sustentação de um processo autônomo de aprendizagem na formação inicial de um professor de Matemática, seja num curso presencial ou a distância.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos o percurso feito para a realização de uma pesquisa qualitativa, em que visa elaborar e analisar um conjunto de tarefas que norteiam e orientam um roteiro para o uso de materiais manipuláveis disponíveis em dois polos, Angra dos Reis (ARE) e Paracambi (PAR) do curso de Licenciatura em Matemática da UFF, na modalidade de Educação a Distância semipresencial, vinculados à Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CECIERJ), consórcio CEDERJ.

O trabalho foi organizado em duas etapas: a) na primeira, o objeto de estudo centra-se em fazer um catálogo dos materiais existentes nos dois polos supracitados e a elaboração das tarefas para orientar a exploração dos mesmos pelos estudantes; b) na segunda, analisar a atuação e apropriação de um grupo de licenciandos de Matemática, em um curso de extensão presencial, usando as fichas de tarefas elaboradas para o uso dos materiais manipuláveis e que constituem o produto educacional da pesquisa.

Com o propósito de situar o leitor, retomamos a uma das principais questões da pesquisa: que estratégias pedagógicas podem ser implementadas de modo que os licenciandos de um curso a distância, sem a presença de professores/mediadores nos laboratórios, podem conhecer e usar os materiais manipuláveis de natureza física como auxílio no progresso dos seus estudos e nas suas futuras práticas pedagógicas?

Os materiais nos dois polos visitados encontram-se, atualmente, pouco manipulados e conseqüentemente, os laboratórios funcionam como um lugar-depósito dos materiais, que conforme Rodrigues e Gazire (2015) é um tipo de laboratório que implica no interesse de professores e alunos realizarem atividades experimentais utilizando os materiais disponíveis.

Assim sendo, propusemos a criar um produto para que esses materiais possam ser explorados pelos licenciandos sem a presença e/ou orientação de um professor/mediador. Não que a presença não seja importante, mas a ideia é de apoiar a autoaprendizagem uma vez que nos polos não há a figura do professor. Ou seja, a sua contribuição é para a realidade atual do modelo CEDERJ.

Para tanto, apresentamos o local de realização da pesquisa, assim como os seus sujeitos e os instrumentos de coleta e de análise de dados.

3.1 Local e Sujeitos de Pesquisa

A pesquisa foi realizada no Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ), mais especificamente, em dois de seus polos: Angra dos Reis (ARE) e Paracambi (PAR). Os referidos polos possuem o curso de Licenciatura em Matemática da UFF e os materiais manipuláveis, físicos, apontados no levantamento dos dados que contribuíram para o aprimoramento do produto educacional desenvolvido.

Os sujeitos de pesquisa envolvidos no presente estudo foram os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFF, modalidade EaD semipresencial, dos polos ARE e PAR do Cederj, cuja participação foi voluntária e devidamente autorizada e consentida por todos os participantes.

3.2 Coleta de Dados

A coleta de dados para a pesquisa foi dividida em duas etapas, direcionadas conforme os objetivos específicos.

Na primeira etapa, com a finalidade de organizar o roteiro para exploração dos manipuláveis servindo como base para o produto educacional, realizamos: o levantamento dos materiais nos laboratórios; uma análise da matriz curricular⁵ a partir da leitura das ementas⁶ de todas as disciplinas obrigatórias e um estudo do material didático de duas disciplinas específicas para o ensino da matemática referentes à educação básica: Instrumentação do Ensino da Geometria (IEG) e Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra (IEAA).

O Quadro 1 traz uma breve descrição dos recursos utilizados nessa etapa e suas respectivas ações.

⁵ Disponível em: http://cederj.edu.br/cederj/wp-content/uploads/2013/10/Matriz-Matem-tica-20181__zbvfi1i0hzadb9811012018.pdf. Acesso em: 27/10/2018.

⁶ Disponível em: <http://cederj.edu.br/cederj/wp-content/uploads/2014/01/EMENTAS-MATEMÁTICA.pdf>. Acesso em: 27/10/2018.

Quadro 1: Recursos e ações empreendidas na primeira etapa.

Recursos utilizados	Ações na coleta dos dados
-Materiais de natureza física existentes nos laboratórios;	Visita aos polos ARE e PAR para levantamento dos materiais existentes nos respectivos laboratórios, buscando identificar caracteres físicos, quantitativo disponível de cada um, entre outros dados pedagógicos pertinentes para a elaboração das tarefas.
-Ementas das disciplinas da matriz curricular;	Leitura das ementas de todas as disciplinas obrigatórias, conforme a matriz curricular do curso de licenciatura em Matemática oferecido pelo CEDERJ, identificando as disciplinas, cujas ementas apresentavam ênfase no ensino da matemática para a educação básica.
-Material didático das disciplinas de Instrumentação.	Estudo dos "cadernos didáticos" ⁷ de cada uma das duas disciplinas específicas para o ensino da matemática voltadas para a educação básica, IEG e IEAA, a fim de identificarmos os possíveis capítulos (aulas) que os manipuláveis são utilizados ou sugeridos nas atividades para ensino e aprendizagem e investigação de determinados conteúdos. Ação final dessa etapa: elaboração do roteiro de tarefas que compõe o produto educacional.

Fonte: Elaborado pela autora.

Na segunda etapa, realizamos um curso de extensão para os licenciandos de matemática nos polos ARE e PAR, para identificarmos a potencialidade do roteiro elaborado para a exploração dos materiais manipuláveis disponíveis. E para a coleta de dados nesta etapa, optamos pelos seguintes instrumentos: questionários individuais (sondagem inicial e avaliação final); tarefas elaboradas para o roteiro de exploração dos materiais; gravações em áudio e diário de campo da professora-pesquisadora.

O Quadro 2 traz uma breve descrição dos instrumentos utilizados para a coleta de dados na segunda etapa, a partir da aplicação das tarefas do produto educacional.

Quadro 2: Recursos e ações empreendidas na segunda etapa. (continua)

Recursos utilizados	Ações na coleta dos dados
- Questionários individuais;	Uma sondagem inicial com um questionário de perfil acadêmico dos licenciandos participantes do curso de extensão e uma avaliação final, em que cada licenciando participante, registrou por escrito, suas impressões acerca do curso e das tarefas vivenciadas na exploração dos materiais.

⁷ A versão digital encontra-se disponível em: <https://canalcederj.cecierj.edu.br/>

Quadro 2: Continuação

- Tarefas elaboradas para o roteiro de exploração dos materiais;	Registro escrito realizado, em grupo, das respostas das tarefas propostas para a exploração dos materiais.
- Gravações em áudio;	Áudios das discussões, de cada grupo, durante a realização das tarefas.
- Diário de campo da professora-pesquisadora.	Registro do processo de aplicação de cada tarefa e anotações sobre os procedimentos usados pelos estudantes no decorrer do curso, na realização das tarefas propostas.

Fonte: Elaborado pela autora.

3.3 Análise de Dados

Buscando verificar a potencialidade do produto educacional que será disponibilizado nos laboratórios dos dois polos envolvidos na pesquisa, a análise teve caráter indutivo.

Conforme Marconi e Lakatos (2003), o método de indução consiste num processo mental que visa estabelecer uma referência geral a partir do conhecimento de dados singulares. Desse modo, "o objetivo dos argumentos indutivos é levar a conclusões cujo conteúdo é muito mais amplo do que o das premissas nas quais se basearam" (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 86).

A análise da pesquisa foi dividida em duas etapas, em consonância com a coleta dos dados.

3.3.1 A análise na primeira etapa da coleta

Nessa etapa, a análise dos dados foi documental e esteve voltada para a elaboração do produto, especificamente, para as fichas de tarefas para uso dos materiais existentes nos polos, passando pela identificação das disciplinas do curso de licenciatura e seus respectivos conteúdos que articularam com os materiais dos laboratórios.

De acordo com os instrumentos utilizados na coleta, enumeramos:

1- Materiais de natureza física existentes nos laboratórios

Diante do levantamento do acervo dos materiais manipuláveis disponíveis nos polos ARE e PAR, identificamos cada tipo de material considerando suas características físicas, pedagógicas e o quantitativo de cada um deles. Esse levantamento orientou o estudo acerca das possibilidades e limitações de uso de cada material levando em consideração os possíveis conteúdos a serem abordados, relacionando-os às disciplinas de Instrumentação com base em seus cadernos didáticos.

2- Ementas das disciplinas da matriz curricular

Verificamos as ementas de todas as disciplinas obrigatórias da matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática, selecionando aquelas que apresentaram tópicos voltados para o ensino da matemática na educação básica apoiado no uso de materiais pedagógicos (diferentes tipos de materiais manipuláveis e jogos), sem ênfase nos recursos computacionais.

3- Material didático das disciplinas de Instrumentação

A análise realizada nos cadernos didáticos das duas disciplinas selecionadas, IEG e IEAA, ocorreu por uma cuidadosa procura em cada capítulo (aula) que apresentasse a citação direta na utilização e/ou confecção de materiais manipuláveis como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem do(s) conteúdo(s) norteador(es) da aula e a relação desses materiais sugeridos nas aulas com os materiais disponíveis nos polos.

Complementamos a análise identificando em determinadas aulas a possibilidade de abordagem do conteúdo proposto, relacionando-o com os materiais manipuláveis existentes nos laboratórios, mesmo que o material não tenha sido indicado diretamente.

3.3.2 A análise na segunda etapa da coleta

A segunda etapa foi marcada por uma pesquisa de campo com a aplicação do produto, que a partir da proposta de um curso de extensão presencial, buscamos nos aproximar dos sujeitos da pesquisa, inclusive por meio da observação participante e analisar dados que contribuíram para a conclusão do trabalho.

Entendemos, conforme Fiorentini e Lorenzato (2012), que a pesquisa de campo é uma "modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, etc." (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 106).

Embora, o questionamento da pesquisa ter como foco a efetividade do produto na sua utilização de forma individualizada e na ausência de professores, a aplicação desse produto com um grupo de licenciandos num curso na modalidade presencial e com a participação do professor-pesquisador, foi uma opção estratégica para motivar a ida dos estudantes ao polo, conhecerem e manipularem os respectivos materiais pedagógicos de natureza física e contribuírem para a avaliação do produto.

Todavia, para "fazer os indivíduos compreenderem a importância da investigação, sem ocultar o seu objetivo ou sua missão" (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 194), sentimos a necessidade de adotar a observação participante na pesquisa de campo, que segundo Marconi e Lakatos (2003), tem como um dos objetivos primordiais a conquista pela confiança do grupo. Porquanto, ponderamos que "se por um lado, a observação [participante] pode provocar alterações no comportamento dos observados, por outro, a observação *in loco* facilita a compreensão do significado que esses dão à realidade" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 108).

Cabe ressaltar, que este estudo concentrou-se na análise do roteiro aplicado no curso de extensão realizado em um dos polos, Angra dos Reis, em que o laboratório se encontra com melhor disponibilidade para uso e que melhor será descrito no capítulo 5.

A seguir, destacamos os procedimentos analíticos por cada instrumento utilizado para a coleta de dados nessa etapa:

1- Questionários individuais

Utilizamos os questionários por motivo do curto tempo na pesquisa de campo, ou seja, poucos encontros no curso de extensão, com aplicação dos mesmos *in loco* para mantermos a vantagem do anonimato, que segundo Marconi e Lakatos (2003), geram maior liberdade e segurança nas respostas por não serem obrigatórias e possíveis de identificação.

Os dados coletados no questionário de perfil, aplicado no primeiro encontro com os licenciandos e que chamamos de "Questionário de sondagem individual" (Apêndice E), serviram como base para um levantamento do percurso acadêmico dos licenciandos participantes do curso de extensão. Questões de múltipla escolha consistiram em verificar se havia cursado ou estavam cursando as disciplinas de Instrumentação que nortearam a elaboração do produto e as disciplinas exigidas como pré-requisitos e questões abertas versaram acerca do porquê de cursar uma graduação a distância e, principalmente, como percebiam o processo educativo nessa modalidade, vantagens e desvantagens. Ademais, buscamos identificar o nível de engajamento dos licenciandos na sua formação quanto a participações em eventos ou outros cursos da área da matemática e seu ensino.

O questionário aplicado no último encontro, nomeado como "Avaliação" (Apêndice F), teve um caráter relevante para a questão da pesquisa. Este foi planejado com questões abertas que "prestam-se melhor a coletar informações qualitativas" (FIORENTINI;

LORENZATO, 2012, p. 117) para analisar como os licenciandos compreenderam a exploração dos materiais, a significância das tarefas apresentadas e a potencialidade da utilização do roteiro elaborado para o produto. Entretanto, incluímos questões mistas (abertas e fechadas) em relação ao curso e a participação do próprio licenciando no curso, como uma autoavaliação. Marconi e Lakatos (2003) afirmam que essa combinação de respostas nas questões mistas viabiliza mais informações sobre o assunto complementando o contexto para análise.

As respostas registradas serviram como fonte para identificarmos a possibilidade ou não do uso do laboratório, individualmente e sem a presença de professor/mediador, ou seja, utilizando apenas as fichas de tarefas. E ainda, levamos em consideração as impressões acerca dos materiais manipuláveis para a formação profissional e as futuras práticas pedagógicas.

2- Tarefas

As tarefas e suas respectivas questões foram elaboradas para cada material existente nos polos de tal forma que pudessem servir de orientação para exploração individual e sem acompanhamento de um professor ou mediador pedagógico, com o propósito de propiciar autoaprendizagem, mantendo um dos pilares do curso a distância.

Portanto, as atividades foram organizadas em três tarefas compondo um roteiro:

Tarefa 1 - Exploração livre: um momento em que o estudante analisa o material sem orientações, de forma autônoma. Para tanto, observamos que caminhos foram percorridos na exploração do mesmo, isto é, quais relações e classificações foram discutidas quanto ao(s) conteúdo(s) matemático(s) e objetivos possíveis ou não possíveis na sua utilização como recurso didático. Utilizamos para essa análise as gravações em áudio e as anotações no diário de campo da pesquisadora;

Tarefa 2 - Exploração orientada: chamamos essa exploração por “orientada” por se tratar de um registro escrito, incentivando a reflexão a partir da descrição de determinados aspectos observados durante a exploração livre. A partir dos registros escritos nessa tarefa e gravações em áudio, buscamos verificar se a reflexão com as orientações sugeridas contribuiu para a compreensão do material manipulável, quanto a identificação de potenciais conteúdos a serem investigados com o auxílio do material, bem como as possibilidades e limitações do mesmo;

Tarefa 3 - Exploração complementar: apresentamos algumas questões envolvendo conteúdos matemáticos possíveis de estudo em cada tipo de material. A análise dessa tarefa transcorreu a partir dos registros escritos, ou seja, essencialmente pelas respostas dos licenciandos às questões propostas. Analisamos quanto ao nível oferecido de cada questão e a possibilidade ou não das questões suscitarem novas descobertas.

3- Gravações em áudio

Consideramos a discussão no decorrer da realização das Tarefas 1 e 2, em cada grupo, por meio de áudios gravados por um dos componentes, previamente convidado, a gravar no próprio celular as discussões entre os participantes do seu grupo, encaminhando para a professora-pesquisadora ao término do encontro. As conversas em relação aos materiais, as tarefas propostas e demais assuntos pertinentes serviram como apoio e complementação na análise da produção escrita dos licenciandos e as anotações da pesquisadora.

Registramos que os nomes utilizados nas transcrições dos áudios são fictícios, respeitando a privacidade dos sujeitos da pesquisa.

4- Diário de Campo

Os dados coletados por registros escritos e áudio foram comparados com as observações anotadas pela pesquisadora em seu diário de campo durante o desenvolvimento das tarefas no curso de extensão. Os apontamentos levaram em consideração as ações, em cada grupo, nas interações dos estudantes com os materiais, assim como as reações às tarefas propostas, observando as explorações realizadas com o material escolhido, o tempo dedicado a cada tarefa e as discussões sobre o material e suas potencialidades.

Ressaltamos que o diário de campo também foi utilizado para anotações complementares no levantamento dos materiais manipuláveis durante as primeiras visitas nos polos.

4 PRIMEIRA ETAPA: ELABORANDO O PRODUTO EDUCACIONAL

Diante da informação de que os polos, onde transcorre o curso de Licenciatura em Matemática, possuem um acervo de materiais manipuláveis de natureza física que dá suporte em relação ao estudo das disciplinas acadêmicas, principalmente àquelas voltadas para o ensino da matemática, e que serve também como apoio para a formação prática dos futuros professores, buscamos identificar esses materiais e de que forma eles aparecem no material didático que sustenta as disciplinas.

Uma primeira impressão nos levou a perceber que a utilização destes materiais se assemelhava com o entendimento apresentado por Rodrigues e Gazire (2015), de "Laboratório depósito-arquivo" comparado com uma biblioteca que dentro do seu próprio espaço físico disponibiliza um acervo de materiais que auxilia na construção do conhecimento e contribui para o desenvolvimento de atividades práticas.

Ou melhor, um espaço que "pressupõe a iniciativa do professor em utilizar os materiais ali disponíveis para a realização de atividades experimentais junto aos seus alunos, como também, se for procurado individualmente pelo aluno, pressupõe certa independência do mesmo para utilizar o material ali existente." (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 46).

4.1 Levantamento dos Materiais

No polo ARE existe um espaço reservado especificamente para ser o laboratório de matemática onde os materiais estão guardados e organizados em armários disponibilizados adequadamente numa sala de aula com fácil acesso dos mesmos por professores, mediadores e alunos. Também encontramos uma listagem organizada pela professora Rosana Guasti⁸ de todos os materiais disponíveis no laboratório do polo.

Enquanto que, no polo PAR não existe um espaço específico para uso dos materiais, talvez seja por isso que a maioria dos materiais encontra-se encaixotada (grandes caixas de papelão) e as mesmas trancadas em um armário numa sala de aula sem alcance direto dos possíveis usuários. A justificativa dada é que não há disponibilidade de um espaço físico no polo para melhor organizar e facilitar o acesso aos materiais.

⁸ Rosana Valeria Guasti: professora de Matemática do município de Angra dos Reis.

Os dados para esse levantamento foram coletados a partir da visitação em cada polo, Angra dos Reis (ARE) e Paracambi (PAR) e com o auxílio de listagens disponibilizadas pelos responsáveis do setor em ARE e pelo diretor do polo PAR, quantificando e identificando o tipo de material disponível em cada um dos polos.

Apresentamos, na Tabela 1, o levantamento realizado nos dois polos. Foram encontrados 15 tipos de materiais considerando a “balança” como peça do “Conjunto do equilíbrio”.

Tabela 1: Materiais didáticos pertencentes aos Laboratórios de Matemática dos polos de Angra dos Reis (ARE) e Paracambi (PAR).

Material	Polo ARE Quantidade	Polo PAR Quantidade
Balança	10 unidades	nenhuma
Blocos lógicos	05 caixas	05 caixas
Caixa tátil	02 caixas	02 caixas
Caixa Visual de representações geométricas	02 caixas	02 caixas
Conjunto das Áreas e Potências	05 caixas	05 caixas
Conjunto de equivalência de frações	02 mini armários com 6 gavetas cada	02 mini armários com 06 gavetas cada
Conjunto do Equilíbrio	01 caixa	01 caixa
Fracsoma	10 caixas	10 caixas
Material dourado individual (peq)	10 caixas	10 caixas
Mosaico	10 caixas	10 caixas
Quadro trigonométrico	05 unidades	05 unidades
Réguas fracionais	05 caixas	05 caixas
Sequência de numerais	10 unidades	10 unidades
Sólidos geométricos (em acrílico)	65 unidades	35 unidades
Tangram	10 cxs com 10 jogos em cada cx	10 cxs com 10 jogos em cada cx
Triângulos Construtores	30 cxs 10 conj. com 3 cxs cada	15 cxs (sem especificações)

Fonte: Listagens cedidas pela professora Rosana Guasti do polo ARE e pelo diretor Robson Marques de Souza do polo PAR, revisadas e adaptadas pela autora.

De acordo com algumas características elencadas por Lorenzato (2012), encontramos materiais didáticos manipuláveis estáticos, isto é, que não possibilitam modificações em suas formas, permitindo essencialmente a observação, como o caso dos sólidos geométricos.

Entretanto, percebemos um grande quantitativo de materiais, como Material dourado, Mosaico, Fracsoma e outros, que permitem uma maior participação do aprendiz produzindo transformações e conseqüentemente, maior interação com o material, o que “facilita ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem” (LORENZATO, 2012, p. 19).

Com base na Tabela 1 e em nossas anotações do diário de campo, organizamos no Quadro 3 uma breve descrição dos materiais existentes.

Quadro 3: Descrição resumida dos materiais catalogados nos polos. (continua)

<i>Material</i>	<i>Descrição</i>
Balança	Compõe o Conjunto do equilíbrio. Possui estrutura de ferro, fixada numa base de madeira medindo 30 cm x 15 cm, com 2 pratos de plásticos presos por correntes de aço.
Blocos lógicos	Conjunto de 48 peças geométricas de madeira divididas em quadrados, retângulos, triângulos e círculos e distribuídas em outros 3 atributos, como: tamanho, cor e espessura.
Caixa tátil	Caixa de madeira em formato de bloco retangular com uma abertura circular numa das faces e pequenos sólidos geométricos, de madeira na cor vermelha. Os diferentes sólidos que compõem essa caixa são apresentados em grupos de três, com tamanhos diferentes, totalizando 45 sólidos.
Caixa visual de representações geométricas	Caixa de madeira em formato cúbico com pequenos buracos circulares nas quatro faces laterais e na face superior e pequenos e variados sólidos geométricos de madeira, alguns inteiros e outros fracionados, na cor verde, totalizando 46.
Conjunto das áreas e potências	Um grupo (na cor amarela) de pequenos quadrados e triângulos apresentando, entre si, mesmo tamanho e mesma área. Outro grupo (na cor verde) de triângulos, quadriláteros e hexágonos com tamanhos e áreas diferentes entre si. Todo material em madeira.
Conjunto de equivalência de frações	Um mini armário composto por 6 gavetas, contendo em cada gaveta um conjunto de 6 figuras planas fracionadas e/ou unitária para equivalências entre si. As figuras variam entre triângulos, quadriláteros, hexágonos e círculos.

Quadro 3: Continuação.

Conjunto do equilíbrio	Um kit composto por balanças e uma caixa contendo 14 potes plásticos pequenos e 6 grandes (pouco maiores) todos com pesos diferentes e pedaços de madeira com tamanhos e pesos diferentes numerados de 1 a 5.
Fracsona	Uma caixa contendo 43 pedaços estreitos de madeira fracionados da seguinte forma: uma unidade inteira, meios, terços, quartos, quintos, sextos, décimos e duodécimos.
Material dourado individual	Caixa pequena com 111 peças de madeira, composta por cubinhos, barras (equivalente a 10 cubinhos formando uma fileira) e placas (equivalente a 100 cubinhos formando um quadrado).
Mosaico	É um conjunto com peças coloridas de madeira compondo um mosaico formado por triângulos equiláteros e três tipos diferentes de losangos, inclusive quadrados.
Quadro trigonométrico	Quadro de metal medindo 50 cm x 50 cm com o desenho de um ciclo trigonométrico e uma haste móvel, em acrílico, presa ao centro para o estudo das relações trigonométricas e afins.
Réguas fracionais	Um caixa contendo 265 pedaços de madeira, fracionados na sequência: 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10, 1/12, 1/14, 1/16, 1/18, 1/20, 1/22, 1/24, 1/26, 1/28 e 1/30.
Sequência de numerais	Uma base de madeira com hastes numeradas de 1 a 9 e um total de 45 argolas coloridas em plástico, distribuídas respectivamente conforme o número em cada haste.
Sólidos geométricos (em acrílico)	Poliedros regulares, convexos e não-convexos, prismas, pirâmides, troncos, cones, cilindros, esferas e semiesferas. Alguns possuem pequeno orifício com tampa para colocação de líquido e outros apresentam uma placa vermelha no interior como secções.
Tangram	Quebra-cabeça em madeira composto por 7 peças: 2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos, 1 triângulo médio, 1 paralelogramo e 1 quadrado.
Triângulos Construtores	Um conjunto com três tipos de caixas, compostas da seguinte forma: uma caixa com triângulos retângulos; uma caixa com triângulos formados por 4 triângulos equiláteros menores e uma caixa com hexágonos formados por 1 triângulo equilátero e 3 triângulos isósceles. Todo material em madeira.

Fonte: Diário de campo da pesquisadora e fotos elaboradas pela mesma.

As anotações iniciais foram realizadas *in loco* através da identificação e manipulação dos referidos materiais e posteriormente complementadas por imagens registradas por fotos (ver Apêndice B).

Destacamos que todos os materiais catalogados são materiais manipuláveis estruturados, que segundo Kindel e Oliveira (2017), ao contrário dos materiais não

estruturados, foram criados para fins didáticos, ou seja, confeccionados com o intuito de desenvolver conhecimento, conceitos matemáticos. Uma possibilidade desses materiais estruturados é que “de alguma forma suscitam que os alunos, sem a interferência do professor, já produzam sentidos e conhecimentos sobre o material” (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 64).

A partir das características físicas apresentadas no Quadro 3 assim como das especificidades pedagógicas e o quantitativo disponível de cada material, estudamos procedimentos metodológicos para que a experimentação e a investigação fossem fundamentais em tarefas que pudessem despertar no licenciando o interesse pela exploração e uso desses e de outros possíveis materiais didáticos manipuláveis.

4.2 Disciplinas de Apoio

Após o levantamento dos materiais, realizamos um estudo das ementas das disciplinas da matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática UFF/CEDERJ e identificamos duas disciplinas obrigatórias voltadas para o ensino da Matemática, que são Instrumentação do Ensino da Geometria (IEG) e Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra (IEAA).

Nessa análise, selecionamos as duas disciplinas supracitadas, que além de apresentarem as informações necessárias nas ementas em relação ao propósito de confecção e uso de materiais pedagógicos, diferenciadamente de recursos computacionais, englobavam tópicos voltados para o ensino da matemática na educação básica.

Ademais, consideramos a estrutura curricular destacada no Guia⁹ do Curso de Licenciatura em Matemática por apresentar foco na preparação do licenciando para o ensino da matemática articulando conteúdo e metodologia nas referidas disciplinas.

As disciplinas obrigatórias, Instrumentação do Ensino da Geometria e Instrumentação do Ensino da Álgebra e da Aritmética, são oferecidas com o intuito de preparar para o ensino de Geometria, Aritmética e Álgebra, abordando, de forma articulada, conteúdos e metodologias. Essas disciplinas são concebidas de forma a promover uma importante interface entre as disciplinas de conteúdos matemáticos e as da área pedagógica. (CECERJ, Guia, p. 7).

Destacamos no Quadro 4 as ementas das disciplinas selecionadas e seus respectivos períodos conforme orientação da matriz curricular. Observamos que essas disciplinas exigem

⁹ Disponível em:
https://graduacao.cederj.edu.br/ava/blocks/cecierj_academicinformation/room/guia_curso.php?course_id=1&user_id=50253&tipo=5

o estudo prévio com aproveitamento de determinados conteúdos apresentados em disciplinas configuradas como pré-requisitos.

Quadro 4: Ementas das duas disciplinas de Instrumentação.

<i>Disciplinas</i>	<i>Ementas</i>	<i>Pré-requisitos</i>
Instrumentação do Ensino da Geometria -IEG (4º Período)	Estudo de tópicos da História da Matemática relevantes para o entendimento do estágio atual do conhecimento geométrico. Desenvolvimento de habilidades matemáticas importantes para a formação do raciocínio geométrico: a visualização de situações geométricas no plano e no espaço; a representação de situações geométricas por meio de diversos recursos didáticos; a conjectura e sua relação com a organização formal do pensamento; a leitura e a interpretação de textos e a sua aplicação no ensino fundamental e médio . Geometria e interdisciplinaridade. Materiais pedagógicos e os PCN: desenvolvimento, confecção e utilização de materiais pedagógicos adequados ao ensino-aprendizagem de conteúdos geométricos relacionados à Análise, Álgebra e outras Ciências .	Geometria Plana (1º período); Geometria Espacial (2º período) e Construções Geométricas (3º período).
Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra -IEAA (7º Período)	Estudo de tópicos da História da Análise e Álgebra relevantes para o entendimento do estágio atual do conhecimento matemático. Desenvolvimento de habilidades matemáticas importantes para a formação do raciocínio matemático: o uso da linguagem simbólica como meio de representação da linguagem matemática. Uma análise crítica, do ponto de vista lógico, cognitivo e didático de textos de Matemática e de Educação Matemática. Apresentação de Conceitos Fundamentais que perpassam a Álgebra e a Aritmética apresentadas na Educação Básica . Análise e apresentação dos erros comuns, propostas de encaminhamento metodológico: materiais pedagógicos e recursos computacionais . Interdisciplinaridade e os PCN. Atividades transversais ao Ensino de Geometria.	Cálculo I (3º período) e Álgebra I (5º período).

Fonte: Plataforma da Fundação CECIERJ. disponível em: <http://cederj.edu.br/cederj/cursos/matematica/>

A disciplina IEG é proposta na metade do curso, ou seja, no 4º período, considerando o cumprimento de disciplinas como pré-requisitos de cada um dos períodos anteriores, enquanto que a proposta da outra disciplina (IEAA) encontra-se no final do curso, no 7º período respeitando um pré-requisito do 5º período. Pelas ementas (trechos em negrito), percebemos, como parte da metodologia das duas disciplinas, uma apresentação e orientação

à confecção, exploração e utilização de variados recursos pedagógicos direcionados ao processo de ensino e aprendizagem da educação básica.

Realizado o estudo das ementas do curso, procuramos no material didático de apoio das disciplinas selecionadas IEG e IEAA, conteúdos ou tópicos nas aulas que apresentassem integração ou indicação direta com os materiais disponíveis no laboratório e que contribuíssem para a elaboração das tarefas para o produto educacional.

4.3 Material Didático das Disciplinas de Instrumentação

O material didático que analisamos nas disciplinas de Instrumentação são os "Cadernos didáticos" (assim nomeados pelo CEDERJ e que são semelhantes aos livros didáticos) disponibilizados, inicialmente, como material impresso aos estudantes e atualmente encontram-se disponíveis em formato digital no canal¹⁰ do CEDERJ aberto ao público em geral. O material impresso, desde a criação do consórcio, foi um recurso cuidadosamente planejado e elaborado para ser acessível com alta mobilidade e flexibilidade para os estudos, ou seja, sem a dependência de recursos tecnológicos que ainda são precários em muitas regiões que o CEDERJ alcança com seus cursos. Assim afirmado, por Bielschowsky¹¹ et al. (2018):

Quando foi criado, principal recurso didático do Consórcio Cederj era o material impresso desenvolvido por professores docentes atuando nos cursos presenciais das diferentes universidades consorciadas, convidados a elaborar conteúdos como parte da construção das disciplinas a distância. A ênfase na mídia impressa se devia, em grande medida, ao fato de que a maior parte de nossos alunos não dispunha de amplo acesso à internet e dependia fortemente dos cadernos didáticos para estudar. (BIELSCHOWSKY et al, 2018, p. 7).

A análise dos cadernos deteve-se à seleção dos conteúdos e a forma como são abordados, considerando na abordagem, essencialmente, a orientação direta ou a possibilidade do uso e exploração dos materiais manipuláveis compatíveis com os modelos existentes nos polos.

Geralmente, os cadernos são separados por volumes e cada volume apresenta uma quantidade de capítulos que são chamados de "Aulas". Cada disciplina de Instrumentação apresenta um total de 30 aulas, sendo que na disciplina IEG as aulas encontram-se distribuídas

¹⁰ Fonte: <https://canalcederj.cecierj.edu.br/>

¹¹Carlos Eduardo Bielschowsky coordenou a elaboração e a implementação do consórcio CEDERJ e ocupa a presidência da Fundação CECIERJ desde 2011.

em 2 volumes, cada volume com 15 aulas, enquanto que na disciplina IEAA o material didático encontra-se distribuído em 3 volumes e cada volume com 10 aulas.



Figura 1: Capas dos cadernos das duas disciplinas de Instrumentação.

Conforme Bielschowsky et al. (2018), o perfil de cada aula do material didático impresso é constituído por etapas: início, miolo e final. Nos cadernos das duas disciplinas selecionadas para a pesquisa, encontramos na parte inicial de todas as aulas a seguinte organização: título, meta da aula, objetivos e pré-requisito(s).

No chamado “miolo” da aula, observamos que sempre tem um tópico de introdução, com uma breve apresentação do(s) conteúdo(s) norteador(es) da respectiva aula e o desenvolvimento desse(s) conteúdo(s) que apresenta uma predominância na linguagem dialógica, por apresentar conceitos, definições e exemplos, integrando-os com seções de história da matemática, muitas imagens (gráficos e ilustrações em geral), propostas de atividades com comentários, boxes explicativos e uma seção muito especial, que compõe algumas aulas nas disciplinas IEG e IEAA, denominada respectivamente “Conversando sobre o seu Laboratório de Geometria” e “Conversando sobre o Laboratório de Aritmética e Álgebra”.

Essa “conversa” tem o propósito de sugerir e orientar na aquisição de diferentes recursos pedagógicos em consonância com o conteúdo discutido na aula, recursos que instrumentalizam o futuro professor em suas práticas pedagógicas. Dentre os variados recursos indicados, destacamos: a confecção e/ou pesquisa por determinados materiais manipuláveis, jogos, livros paradidáticos, *softwares* matemáticos e recursos audiovisuais.

A etapa final de cada aula é constituída por vários elementos, que relacionamos:

- Conclusão: considerações finais, sucintas, sobre o conteúdo;
- Resumo: destaques dos assuntos abordados na aula em conformidade com os objetivos;

- Atividade final: a proposta de uma última atividade como avaliação, complementar ou desafio;
- Autoavaliação: a indicação de pontos importantes para o estudante refletir sobre o seu aprendizado;
- Informações sobre a próxima aula: assunto(s), pré-requisitos e possíveis materiais que serão utilizados;
- Respostas: de todas as atividades propostas na aula;
- Sugestões de leitura complementar para aprofundamento.

Ao final de cada volume são apresentadas as referências por aula e, por último, um capítulo chamado de Módulo Prático que apresenta materiais para reprodução e confecção, como: tabuleiros e peças de jogos; planificações de sólidos; figuras planas para quebra-cabeças e outros afins utilizados nos estudos de determinadas aulas.

Em conformidade com os tópicos apresentados nas ementas das duas disciplinas, identificamos nas aulas dos cadernos¹² conteúdos específicos que trouxeram indicações diretas ou mesmo indiretas sobre o uso de materiais pedagógicos que pudessem ser construídos, manipulados e/ou explorados e que se aproximavam das características dos materiais disponíveis no laboratório.

Na análise feita nesses cadernos didáticos encontramos referências diretas ao uso de determinados materiais manipuláveis. Apresentamos, no Quadro 5, o material citado relacionando-o com o conteúdo predominante da aula.

Quadro 5: Materiais indicados nos cadernos didáticos e disponíveis no laboratório. (continua)

<i>Caderno didático</i>	<i>Volume/Aula</i>	<i>Material(is) indicado(s)</i>	<i>Conteúdo(s) norteador(es) da aula</i>	<i>Página(s)</i>
Instrumentação do Ensino da Geometria (IEG)	Aula 4	Tangram quadrado	Ângulos	p. 41
	Aula 8	Sólidos geométricos	Poliedros regulares e convexos	p. 77 - 83
	Aula 9	Sólidos geométricos: Cubo	Hexaedro regular	p. 86 - 90

¹² Disponível em: <https://canalcederj.cecierj.edu.br/conteudo/graduacao/?area=matematica>. Acesso em: 24/01/2019.

Quadro 5: Continuação.

<i>Caderno didático</i>	<i>Volume/Aula</i>	<i>Material(is) indicado(s)</i>	<i>Conteúdo(s) norteador(es) da aula</i>	<i>Página(s)</i>	
Instrumentação do Ensino da Geometria (IEG)	Volume 1	Aula 10	Sólidos: tetraedro e octaedro	Explorando o tetraedro e o octaedro	p. 104 - 109
		Aula 11	Sólidos: icosaedro e dodecaedro	Explorando o icosaedro e o dodecaedro	p. 112- 115
		Aula 13	Sólidos geométricos	Relação de Euler para poliedros	p. 132, atividade 1
	Volume 2	Aula 20	Tangram quadrado	Construções geométricas elementares, por meio de quebra-cabeças	p. 58 – 61
		Aula 21	Quadro trigonométrico	Ciclo trigonométrico	p. 84 -88
		Aula 23	Tangram quadrado	Áreas e perímetros	p.128 e 131
		Aula 27	Mosaico	Translação	p. 206– 207
Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra (IEAA)	Volume 1	Aula 3	Material dourado	Bases de numeração: bases 10 e 2	p. 61-62
		Aula 4	Material dourado	Números racionais: frações decimais	p. 92 – 95
	Volume 3	Aula 23	Balança de dois pratos: Conjunto do equilíbrio	Conceito de equação; equações equivalentes	p. 58 -61
		Aula 28	Quadro trigonométrico	Estudo do ciclo trigonométrico: função de Euler	p. 160 - 163, atividade 7

Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos cadernos didáticos das disciplinas IEG e IEAA.

Conforme visto no quadro acima, existem várias aulas na disciplina IEG que tanto os sólidos geométricos quanto o Tangram são utilizados para trabalhar diversos conceitos geométricos. É perceptível maior sugestão de uso de materiais manipuláveis em aulas com conteúdos de geometria, reforçando os estudos de van Hiele (1999) quanto ao ensino da geometria que deve incluir, em todos os níveis, “a utilização de materiais que os alunos possam manipular pois, só assim, adquirem uma compreensão das propriedades geométricas e das suas relações” (VAN HIELE, 1999, apud VALE; BARBOSA, 2014, p. 4).

Destacamos que o estudo do ciclo trigonométrico ocorre nas duas disciplinas possibilitando o uso do material Quadro trigonométrico em diferentes períodos e contextos. Conforme Lorenzato (2012), um mesmo material didático pode ser utilizado para um assunto, conquanto em diferentes níveis de conhecimento.

Contudo, percebemos a possibilidade da utilização de outros materiais manipuláveis existentes nos laboratórios que não são indicados nas aulas, mas que também poderiam ser aproveitados como recurso didático na construção do conhecimento proposto.

Assim, apontamos no volume 2 da disciplina IEG, duas aulas: a aula 23 com abordagem sobre áreas e perímetros, em que seria possível uma exploração a partir do material chamado "Conjunto das áreas e potências" e a aula 28 que traz o estudo de semelhança nos triângulos, cuja investigação poderia ser complementada com os "Triângulos construtores". Para Vale (1999, 2002), são muitas possibilidades de concretização para os conhecimentos geométricos adquiridos pelo contato e manipulação das figuras e as transformações operadas nos diferentes materiais que levam a assimilar as propriedades de uma figura.

Na disciplina IEAA, encontramos uma aula no volume 1: a aula 4 com o estudo dos números racionais na forma fracionária, em que poderia ser explorado por diferentes materiais como as Régua fracionais, o Fracsoma ou o Conjunto de equivalência, também disponíveis nos laboratórios. Aprender frações, argumentado por Vale (1999, 2002), é uma das situações mais difíceis para os estudantes do ensino básico e uma maneira de superar essa dificuldade é utilizar variados manipuláveis que ajudem na construção de referências mentais permitindo desempenhar, com significado, atividades com números fracionários.

Ressaltamos que também encontramos, em algumas aulas, a abordagem de outros materiais que, por enquanto, não compõem o acervo do laboratório dos polos. No Quadro 6 especificamos esses materiais e os respectivos conteúdos abordados.

Quadro 6: Materiais indicados nos cadernos didáticos não disponíveis no laboratório. (continua)

<i>Caderno didático</i>	<i>Volume /Aula</i>	<i>Material(is) indicado(s)</i>	<i>Conteúdo(s) norteador(es) da aula</i>	<i>Página(s)</i>	
IEG	Volume 1	Aula 3	Geoplano	Diagonal de um polígono	p. 30 - 34
		Aula 9	Policubos: cubo-soma	Hexaedro regular: estudo do cubo	p. 91 - 92
	Volume 2	Aula 20	Outros tangrans: coração partido, oval, triangular, pentagonal e retangular.	Construções geométricas elementares, por meio de quebra-cabeças	p. 61 - 66
		Aula 23	Geoplano	Áreas e perímetros	p. 119 - 121
		Aula 28	Geoplano	Homotetia e semelhança	p. 229 - 230, atividade 5

Quadro 6: Continuação.

IEAA	Volume 1	Aula 3	Multibase	Bases de numeração: bases 10 e 2	p. 61 - 63
	Volume 2	Aula 11	Réguas de Cuisenaire	Relações numéricas e combinatória.	p. 8 – 28
		Aula 19	Torre de Hanói: Jogo	Regularidades por indução finita e conceito de função.	p. 203- 223

Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos cadernos didáticos das disciplinas IEG e IEAA.

Podemos identificar, comparando os Quadros 5 e 6, que determinadas aulas e seus respectivos conteúdos apresentam a proposta de utilizar mais de um material como recurso para investigação e apreensão de conceitos. Como destaque, a aula 23 da IEG que estuda sobre áreas e perímetros e se orienta pela exploração no Tangram (quadrado) e também no Geoplano. Bem como, na aula 3 de IEAA que explora as bases de numeração utilizando o Material dourado e o Multibase.

Acentuamos que a aula 19 de IEAA apresenta, como recurso de aprendizagem matemática, o material manipulável Torre de Hanói, considerado como jogo e o utiliza para instrumentalizar todo o estudo e trabalho da aula.

Com apoio no levantamento dos materiais realizado nos dois polos, do estudo das ementas e do material didático (cadernos) de cada disciplina de Instrumentação, definimos como seria a exploração para todos os materiais manipuláveis de natureza física e disponíveis nos laboratórios e elaboramos um conjunto de tarefas compondo a estrutura do produto educacional.

4.4 Elaboração do Produto Educacional

O produto educacional, completo no Apêndice A, consiste num conjunto de fichas com propostas de tarefas para exploração de cada um dos 15 tipos de materiais manipuláveis encontrados no laboratório dos dois polos pesquisados.

Na elaboração do produto optamos por utilizar tarefas que orientassem os licenciandos de um curso a distância, a conhecerem e explorarem os materiais existentes no laboratório do seu polo, de forma autônoma, ou seja, independente, sem o auxílio de um professor ou

mediador. E ainda, que as tarefas realizadas pelos mesmos pudessem refletir uma metodologia para suas futuras práticas pedagógicas.

Usamos o termo *tarefa* compreendendo, como Oliveira e Kindel (2015), a tarefa como um texto, que a partir da apropriação e interação com o mesmo, produza conhecimento caracterizando a realização de uma atividade. “A tarefa é vista como um fato, elaborada e proposta pelo professor e o desenrolar de uma tarefa realiza-se na atividade que lhe dará sentido” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 60).

Apresentamos, no Quadro 7, a organização dos três tipos de tarefas que compõem o conjunto de fichas.

Quadro 7: Tarefas e seus respectivos objetivos.

Tarefas	Objetivos
1 - Exploração livre	Escolher e manipular o material livremente.
2 - Exploração orientada	Descrever o material escolhido e as reflexões e descobertas realizadas durante a exploração livre.
3 - Exploração complementar	Refletir e responder questões envolvendo conteúdo(s) matemático(s).

Fonte: Elaborado pela autora.

Começamos pela proposta de *exploração livre*, expressão cunhada por Kindel e Oliveira (2017), que significa disponibilizar um momento inicial e fundamental para explorar espontaneamente os materiais, ou seja, uma interação livre com o material, que Dienes (1975) chamou de "jogo livre" e configura-se como primeira etapa, uma adaptação para desencadear um processo de aprendizagem em matemática. Uma etapa em que "apresenta o indivíduo ao meio, construído especialmente para que certas estruturas matemáticas possam ser extraídas" (DIENES, 1975, p. 71).

Para Lorenzato (2012), trata-se da importância de manusear livremente materiais didáticos que sejam considerados como uma novidade ou que não têm, por momento, reconhecidas as suas estruturas.

[...] num primeiro momento, o MD [material didático] pode gerar alguma estranheza ou dificuldade e propiciar noções superficiais, ideias incompletas e percepções vagas ou errôneas; por isso, quando o MD for novidade aos alunos, a eles deve ser dado um tempo para que realizem uma livre exploração. (LORENZATO, 2012, p. 26).

Segundo Dienes (1975, p. 3), “é possível criar um meio artificial, destinado à aprendizagem de um conjunto qualquer de noções matemáticas”. Portanto, depois de certo período de adaptação, do “jogo livre” de um meio como um material estruturado ou jogo, é importante que o aprendiz perceba restrições da situação. Essas restrições são chamadas pelo autor de “regras do jogo”, ou seja, são regularidades impostas à situação, regulamentos e regras necessárias para apreender estruturas matemáticas correspondentes. Essa fase caracteriza a segunda etapa do processo de aprendizagem:

Um jogo tem, de princípio, regras e um objetivo. As regras representam as limitações nas situações matemáticas, como em toda situação cotidiana ou científica. Manipular as limitações de uma situação corresponde a dominar a situação na qual as limitações existem. Essas limitações podem ser naturais ou artificiais. (DIENES, 1975, p. 71).

Como a primeira tarefa de exploração é livre, ocorre a possibilidade de se pensar e observar alguns aspectos e outros não. Assim sendo, para estimular e direcionar a reflexão dos futuros professores para uma prática pedagógica consciente e crítica a partir do recurso didático, os materiais manipuláveis, propomos um segundo momento que chamamos de “Tarefa 2: exploração orientada” (ficha no Apêndice A).

Essa tarefa consiste no registro, ou melhor, na escrita do que foi realizado ou observado na exploração livre. Sugerimos a elaboração de um texto orientado, isto é, com a indicação para descrever determinadas características observadas ou também aquelas não pensadas no primeiro momento, que consideramos relevantes para um breve processo analítico do material quanto às suas potencialidades e fragilidades e desse modo contribuir para formação profissional dos licenciandos. Acreditamos conforme, Powell e Bairral (2006) que consideram:

[...] imprescindível desenvolver no indivíduo um processo reflexivo pessoal-profissional sobre o que sabem, o que pensam, o que fizeram, o que fazem e o que farão de diferente em seu aprendizado, com base nos diferentes significados compartilhados nas diferentes formas de expressão de escrita. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 61).

A terceira tarefa, última do conjunto de fichas, nomeamos como “Tarefa 3: exploração complementar”, foi elaborada exclusivamente para cada material e consiste em apresentar, pelo menos, duas questões envolvendo conteúdo(s) matemático(s) ou questões para classificação ou estruturação das propriedades do material, visando complementar o estudo, descobertas e reflexões em relação ao material e suas possibilidades pedagógicas.

Finalizamos a sequência didática com essa proposta, por que percebemos a necessidade de extrapolar a livre e orientada exploração, essenciais no processo de adaptação ao material e aprendizagem, porém entendemos como Lorenzato (2012) que a aprendizagem não se garante somente na realização de atividades manipulativas ou visuais, é necessário a atividade mental e as transformações efetuadas sobre o material para produzir e/ou aprofundar os conhecimentos matemáticos.

As questões propostas na Tarefa 3 tiveram como suporte conteúdos desenvolvidos nas duas disciplinas de Instrumentação, ou melhor, uma articulação, sempre que possível, com atividades propostas nas aulas que orientavam o uso ou confecção de determinados materiais manipuláveis como recurso didático para o ensino e aprendizagem da matemática.

Levando em consideração que não possuem mediadores/professores específicos para o atendimento nos laboratórios dos polos, sugerimos um roteiro para realização das tarefas, que de forma organizada propicie interesse, (re)descobertas e reflexões para o aprendizado e ensino da Matemática utilizando materiais manipuláveis. Segue abaixo um esquema, Figura 2, que ilustra a ideia do roteiro que traz como base a escolha do material, porém não há obrigatoriedade em segui-lo verticalmente na realização de cada tarefa.

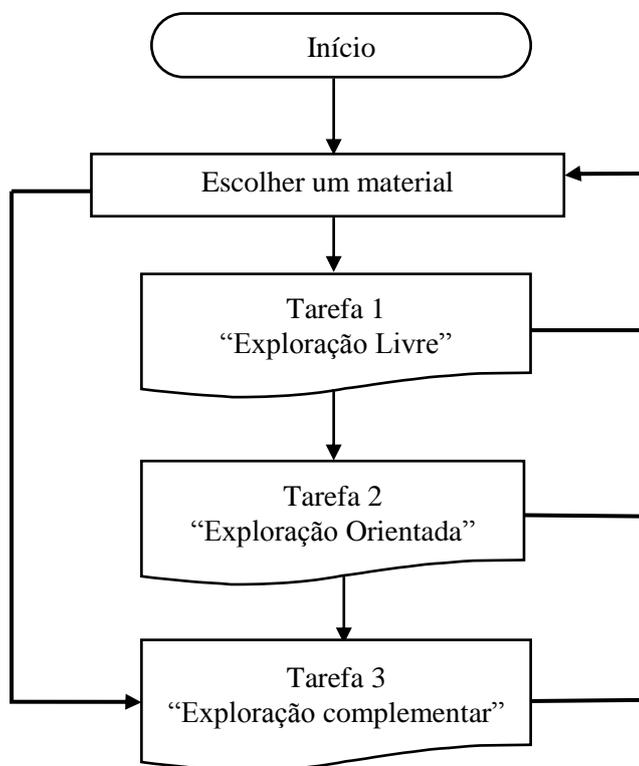


Figura 2: Roteiro para explorar os materiais.

O esquema aponta a possibilidade de escolher o material e seguir direto para a Tarefa 3 que é constituída por questões específicas para cada material, ou ainda, após a realização de cada tarefa, sem completar o roteiro, escolher outro material e recomeçar pela Tarefa 1.

O roteiro que orienta a realização das tarefas em sequência foi aplicado no curso de extensão na pesquisa de campo e a análise da apresentação das tarefas está descrita no próximo capítulo.

5 SEGUNDA ETAPA: APLICANDO O PRODUTO

Para estudar ou realizar uma tarefa, o homem se organiza em função dos seus objetivos. Desta feita, realizamos um curso de extensão presencial para um grupo de licenciandos em matemática nos dois polos (ARE e PAR) para que pudéssemos observar e analisar como se posicionavam sobre os materiais manipuláveis disponíveis e como se apoiavam no roteiro apresentado como suporte nas tarefas. Assim, consideramos essencialmente, a escolha e a forma que os materiais foram explorados, a utilização do roteiro elaborado para o produto para aprofundamento da exploração e as possibilidades e/ou limitações da continuidade de exploração dos materiais e uso do laboratório sem a presença de mediador/professor e de forma individualizada.

As fichas com as tarefas foram aplicadas com o objetivo que a partir da exploração dos materiais e de algumas questões envolvendo conteúdo matemático, estimulassem reflexão e investigação em relação ao material e sua efetividade na aprendizagem matemática para a educação básica.

O curso de extensão foi implementado nos dois polos, Angra dos Reis e Paracambi, como planejado desde o início da pesquisa. A escolha do polo Paracambi foi por motivo histórico, pois foi o primeiro polo criado e com início do curso de Licenciatura em Matemática no consórcio CEDERJ e o polo Angra por contemplar o maior número de cursos do consórcio, sendo mais da metade cursos de formação de professores, conforme descrevemos adiante.

No polo de Angra o curso ocorreu em três encontros, que se distribuíram em três manhãs de sábados consecutivos, enquanto que no polo de Paracambi o curso foi realizado em dois encontros, distribuídos em dois sábados consecutivos, período da manhã estendido de forma a cumprir mesma carga horária do curso em Angra. A organização dos encontros em cada polo foi adequada ao calendário letivo do CEDERJ, assim como ao cronograma de atividades dos respectivos polos.

Embora, o curso tenha sido realizado nos dois polos, por motivos técnicos, consideramos para análise da pesquisa de campo somente os encontros no polo de Angra.

No polo ARE o fato do acervo de materiais encontrar-se disponível em uma sala, com todos eles arrumados em prateleiras e gavetas de armários, assim como o grande quantitativo

de sólidos guardados em caixas organizadoras, tornou-se fácil o acesso, agilizando o processo de organização e apresentação deles no curso e permanecendo na mesma sala em todos os encontros, o que permitiu melhor desempenho para o estudo. Enquanto que, no polo PAR foi necessário o deslocamento do material e dos alunos para outro espaço, assim como a procura por materiais encaixotados por problemas de espaço físico no depósito dos mesmos, situações que ocasionaram perda de tempo para a realização do curso e exploração do material, dificultando a observação para a pesquisa.

5.1 Cenário da Pesquisa de Campo: Polo Angra dos Reis

O curso de Licenciatura em Matemática pela UFF foi o primeiro curso de graduação a ser ofertado pelo consórcio CEDERJ em 2001, com alunos distribuídos em quatro polos regionais, ou seja, quatro municípios do estado do Rio de Janeiro, incluindo Paracambi. No segundo semestre de 2018 (período vigente da pesquisa de campo), o consórcio ofereceu 15 cursos de nível superior em 32 municípios. O curso de Matemática é o segundo mais oferecido pelo consórcio, em 23 polos, enquanto que o curso de Licenciatura em Pedagogia abrange 29 polos¹³.

Conforme Bielschowsky et al. (2018), foi priorizado a implantação de licenciaturas nas Ciências Exatas e da Natureza, como Matemática, Química, Física e Biologia por motivo de urgência em formar professores na área de ciências, verificado após levantamento do CEDERJ a confirmação dessa carência no interior do estado, e também com foco na licenciatura em Pedagogia para atender o grande número de professores que atuavam apenas com o ensino Normal de nível médio.

O curso de Licenciatura em Matemática pela UFF foi implantado no polo ARE com o início de suas atividades em 2004, juntamente com as licenciaturas em Física e Ciências Biológicas pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). O polo ARE, atualmente, acolhe o maior número de cursos de graduação do consórcio. São dez cursos distribuídos entre formação de professores, bacharelado e tecnólogo, sendo 60% de cursos de licenciatura.

No semestre vigente (2018.2) à realização da pesquisa de campo, o polo ARE tinha um total de 222 alunos com matrícula ativa no curso de Licenciatura em Matemática, sendo que apenas 98 licenciandos estavam inscritos em disciplinas, isto é, 56% do total de matriculados estavam sem cumprir qualquer disciplina.

¹³ Disponível em: <http://cederj.edu.br/cederj/cursos-x-polos/> e BIELSCHOWSKY et al, 2018, p. 67-69.

Para a realização do curso de extensão presencial, optamos por fazer uma divulgação do curso no polo diretamente com os licenciandos, aproveitando a aula inaugural do semestre letivo, a partir de uma conversa, pessoalmente, com os presentes, fizemos também a distribuição de folhetos e a afixação de um cartaz (Apêndice D) no mural do curso de Licenciatura em Matemática e ainda obtivemos o auxílio da coordenação de tutoria que colaborou na divulgação enviando e-mail para todos os licenciandos de matemática regularmente matriculados. Toda essa divulgação ocorreu 20 dias antes do primeiro encontro.

As inscrições foram realizadas por preenchimento de um formulário (Apêndice E), pessoalmente no dia da aula inaugural ou enviado por e-mail para os interessados que não estiveram na referida aula. Houve um período para inscrição para a devida organização de espaço e material.

O curso foi aberto a estudantes de qualquer período e a única restrição para a participação no curso era ser licenciando em matemática do respectivo polo. Sendo assim, para uma maior aproximação e compreensão dos sujeitos da pesquisa em relação à prática acadêmica, realizamos o levantamento de alguns dados que descrevemos a seguir e que nos orientaram no decorrer do curso e na análise do produto.

5.2 Perfil dos Licenciandos que Participaram do Curso de Extensão

O instrumento utilizado para coletar o perfil acadêmico dos licenciandos inscritos foi um questionário, que chamamos de Questionário de Sondagem Individual (Apêndice F), o qual foi respondido no início do primeiro encontro por cada participante do curso de extensão. Não era necessário identificar-se, apenas dizer o período em que estava cursando, se já havia sido reprovado ou trancado alguma disciplina das elencadas no questionário que se referiam às disciplinas de Instrumentação e as suas respectivas disciplinas pré-requisitos conforme matriz curricular do curso de Licenciatura. Também foram consultados em relação à pretensão de lecionar Matemática ou se já atuavam como professor.

Além do mais, consideramos importante identificarmos os motivos pela escolha de um curso a distância, assim como o que vivenciavam de positivo e/ou negativo na modalidade EaD. Outro aspecto que incluímos na sondagem do perfil foi acerca da participação em eventos das áreas de Matemática ou Educação e, particularmente, se fizeram algum outro curso de extensão.

Participaram efetivamente da pesquisa 11 licenciandos dos 15 inscritos inicialmente, variando do 1º ao 5º período, conforme Figura 3:

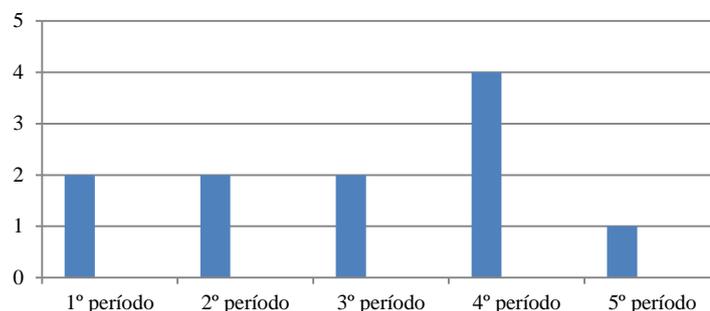


Figura 3: Gráfico com os períodos letivos dos cursistas.

Não obtivemos nesse polo, como participantes na pesquisa, estudantes dos últimos períodos, ou seja, finalizando o curso de Licenciatura. Percebemos maior interesse ou por disponibilidade de tempo, naqueles que estavam iniciando o curso, nos períodos da primeira metade da Licenciatura.

Desses participantes, nenhum sinalizou como cursada ou cursando a disciplina IEAA, salientamos que é uma disciplina do 7º período e que depende da conclusão da disciplina Álgebra I, do 5º período e que havia somente um aluno cursando respectivo período e nenhum nos períodos finais (7º ou 8º).

Quanto à disciplina IEG, apenas um estudante informou como concluída e dois sinalizaram que estavam cursando a disciplina no período vigente. Apesar de quatro licenciandos estarem no 4º período (referência da disciplina IEG pela matriz curricular), dois informaram a reprovação na disciplina Geometria Plana, assim como a não conclusão das disciplinas Geometria Espacial e Construções Geométricas, que são pré-requisitos para a IEG e por isso não puderam se inscrever nesta disciplina.

Na Tabela 2, apresentamos o período em que os estudantes estavam matriculados e se frequentavam ou não a disciplina IEG.

Tabela 2: Relação entre período e a disciplina IEG cursada.

	Cursando a disciplina IEG	Não cursando a disciplina IEG	Total
4º período	2	2	4
Outro período	1	6	7
Total de estudantes	3	8	11

Fonte: Respostas dos licenciandos no Questionário de sondagem individual.

Conquanto, o levantamento dos dados quantitativos sobre o fato de terem ou não cursado a disciplina IEG, buscamos tanto na matriz curricular quanto em outros itens do questionário o motivo pelo qual oito estudantes não a cursaram. Neste sentido, verificamos que nenhum desses licenciandos havia concluído todas as disciplinas pré-requisitos para IEG, por estarem em período inferior ao referente à disciplina ou por dependência (reprovação) em alguma dessas disciplinas.

Como motivação para a escolha de um curso na modalidade EaD, destacamos alguns pontos que se repetiram nas respostas dos 11 participantes, como: a flexibilidade de tempo para o estudo das aulas; a impossibilidade de frequentar uma aula presencial; a distância das instituições universitárias; motivos pessoais, relacionados à família ou horário de trabalho; o livre acesso ao material pedagógico e adaptação à metodologia de ensino a distância.

Segue, no Quadro 8, um resumo dos pontos positivos e negativos apontados pelos licenciandos quanto ao curso a distância. Colocamos o quantitativo, entre parênteses, de estudantes que citaram cada item, considerando que podiam citar mais de um ponto positivo e/ou negativo.

Quadro 8: Motivação para participar de um curso na modalidade EaD.

Motivos de fazer um curso em EaD	Pontos positivos na EaD	Pontos negativos na EaD
<ul style="list-style-type: none"> - Horário flexível e não ter tempo para frequentar presencialmente; - Por motivo de trabalho, família; - Adepto ao modelo de ensino; - Trabalho e moradia distantes das universidades; - Método de aprendizagem [incentivo à autonomia]; - acesso “virtual” ao material. 	<ul style="list-style-type: none"> - flexibilidade de tempo para os estudos (5); - a não necessidade de estar presente em todas as aulas (4); - acesso ao material e orientação a qualquer momento possível (2); - contato com colegas de todo o curso [interação] (2); - método de ensino-aprendizagem: esforço próprio maior [desenvolvimento da autonomia] (2). 	<ul style="list-style-type: none"> - estudo sozinho [individualizado] (4); - falta de relação [troca] com os colegas (4); - falta de contato com professores (1); - falta de explicações mais detalhadas com mais exemplos (1); - inflexibilidade de cronograma (1); - Não tem ou deixou em branco (2).

Fonte: Respostas dos licenciandos no Questionário de sondagem individual, grifos nosso.

Levando em consideração os pontos positivos e negativos mais citados, identificamos que são os mesmos que preocupam pesquisadores em relação ao formato da EaD do CEDERJ, como apontam os estudos de Souza (2014):

Se de um lado a EaD proporciona aspectos positivos como a flexibilidade de tempo, opção pelo ritmo de estudos e superação dos inevitáveis problemas referentes aos deslocamentos contínuos dos indivíduos em formação; de outro lado, afirma Almeida (2012), falta o contato cotidiano face a face com o professor e com os colegas, há uma acentuada exigência de disciplina da parte do estudante para organização dos horários de estudos, determinação para se dedicar à aprendizagem, perseverança para não desanimar diante das dificuldades e autonomia para buscar as informações necessárias ao desenvolvimento das atividades propostas. (SOUZA, 2014, p. 37).

Destacamos, conforme Quadro 8, que apenas dois estudantes consideraram como ponto positivo o contato com licenciandos de todo o curso. Moore (2007, apud Souza, 2014) relata que esse tipo de interação aluno-aluno não existia na primeira geração de EaD e Souza (2014) afirma que a atual plataforma utilizada pelo CEDERJ permite esse tipo de interação caracterizando um aprendizado mais colaborativo e cooperativo e amplia o aspecto social da educação, já que os estudantes extrapolam a comunicação para além dos “muros” do polo em que estão vinculados. Os dois licenciandos reconhecem a sala de tutoria na modalidade EaD como uma ferramenta de conexão e interação com estudantes de todos os polos do curso de Matemática da UFF.

Todavia, quatro alunos identificaram como negativo o estudo individualizado e solitário pela falta de relação com outros estudantes. Provavelmente, pela carência de atividades que proporcionem reflexões ou trocas que os aproximem na plataforma e até mesmo de forma física.

Em relação às últimas questões sobre a participação em cursos ou eventos e a pretensão de lecionar, ilustramos na Figura 4, que: 100% dos estudantes declararam que nunca participaram em eventos na área de matemática e quatro estudantes fizeram algum curso de extensão, mas que não foi na área de formação (educação e/ou matemática). Dez licenciandos responderam que pretendiam atuar como professor de Matemática e apenas um respondeu que não tinha certeza, pois dependeria das condições da educação após sua formação. E ainda que, dois já atuavam como professor (educação infantil e curso técnico).

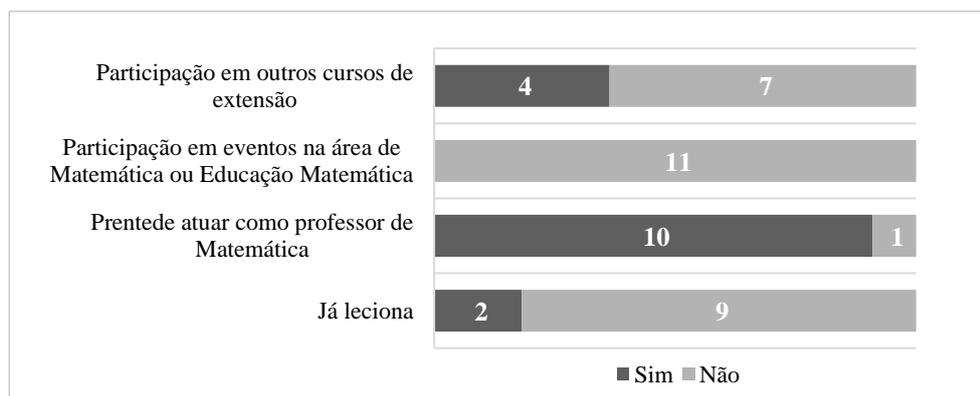


Figura 4: Gráfico das atividades referentes ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Embora, mais da metade (55%) do grupo encontrar-se distribuída nos três primeiros períodos, ou melhor, iniciando o curso, salientamos que nem mesmo os 45% que alcançou a metade do curso de Licenciatura, haviam participado em qualquer evento externo ou mesmo interno do polo ou da faculdade que fosse voltado para o ensino ou aprendizagem da Matemática e também não participaram de outra atividade de extensão na área de formação.

Por conseguinte, considerando a relevância em analisar o envolvimento dos estudantes na realização das tarefas e o potencial das mesmas para compor o roteiro sugerido para o produto, delineamos a seguir, um panorama de cada encontro com uma breve descrição de como ocorreu a aplicação de cada tarefa.

5.3 Conversando sobre a Realização das Tarefas

O curso foi realizado em três encontros presenciais, o primeiro com quatro horas de duração e os dois seguintes com três horas cada, para conhecimento e exploração dos materiais manipuláveis disponível no polo seguindo roteiro elaborado para o produto e apresentado no capítulo anterior.

Considerando o laboratório nos polos como depósito-arquivo, sem funcionários ou professores presentes para atendimento, as tarefas foram elaboradas para motivar a reflexão no uso de materiais manipuláveis, incitar a curiosidade e incentivar novas descobertas sem acompanhamento de um mediador. Dessa forma, permitir que o estudante, enquanto futuro professor, tenha possibilidades de construir sua autonomia ao longo do processo de ensino e aprendizagem também naquele espaço.

Sendo assim, surge o seguinte questionamento: de que autonomia estamos falando? Preti (2005) considera dois aspectos indissociáveis na autonomia: o político e o pedagógico, e nos orienta que:

Autonomia, autoformação, autoaprendizagem, aprendizagem aberta, aprender a aprender, autoregulação, autopoiesis, etc. terminologias diferentes que remetem a concepções e práticas diferenciadas, mas que têm em comum recolocar o aprendiz como sujeito, autor e condutor de seu processo de formação, apropriação, reelaboração e construção do conhecimento. (PRETI, 2005, p. 5).

Compreendemos essa autonomia como um processo de autoaprendizagem, um estado que para ser consolidado, tem que ser construído como uma prática vivenciada gradualmente, até que o aprendiz possa se investir desse processo e que não ocorre isoladamente. No caso dos materiais manipuláveis físicos para fins pedagógicos num curso a distância, acreditamos que seja necessário haver uma orientação mínima para potencializar a funcionalidade deles, daí a elaboração das tarefas de modo a servirem de roteiro para a exploração e autoaprendizagem.

Seguimos com uma descrição analítica de como ocorreu cada encontro com a aplicação do roteiro sugerido para o produto e suas respectivas tarefas.

5.3.1 Primeiro encontro

A sala foi previamente organizada, distribuímos as cadeiras formando grupos, com no máximo, quatro componentes e disponibilizamos numa mesa um exemplar de cada tipo de material, conforme composição de imagens da Figura 5.



Figura 5: Organização dos materiais manipuláveis no laboratório para o curso de extensão.

E os demais exemplares continuaram arrumados nos armários, conforme Figura 6, porém acessíveis aos olhos e mãos dos cursistas.



Figura 6: Materiais manipuláveis no armário do laboratório do polo ARE.

Do total de 15 licenciandos inscritos no curso, tivemos a presença de 11 participantes no primeiro encontro que formaram, aleatoriamente, três grupos: dois grupos com quatro estudantes e um grupo com três e que estão, respectivamente, identificados por Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2) e Grupo 3 (G3).

O primeiro encontro, com quatro horas de duração, teve início com uma conversa sobre a pesquisa, os objetivos, a proposta do curso e a importância da participação presencial dos licenciandos (inscritos no curso). Conseqüentemente, a necessidade de autorização individual (Apêndice C) para participação na pesquisa.

Em seguida, apresentamos o Questionário de sondagem individual (Apêndice F) que, prontamente, todos colaboraram em respondê-lo.

Após esse prelúdio, iniciamos a aplicação das tarefas seguindo o roteiro ilustrado anteriormente na Figura 2 com o seguinte fluxo: escolha do material → Tarefa 1 → Tarefa 2 → Tarefa 3.

Iniciando pela ficha com a Tarefa 1 em que indica a escolha do material para a exploração livre do mesmo, destacamos no Quadro 9, como cada grupo fez a escolha e pontos relevantes na exploração livre.

Quadro 9: Aplicação da Tarefa 1 – realizando a primeira exploração livre.

Primeiro Encontro		
<i>Grupos/ Material explorado</i>	<i>Escolha do material</i>	<i>Exploração livre</i>
Grupo 1: G1 Material dourado	Um componente do grupo fez a escolha do material com a concordância dos demais.	Todo o material foi retirado da caixa, e inicialmente, preocuparam-se em conferir os dados do fabricante, fazendo uma contagem das peças e em seguida, manusearam as peças realizando montagens, explorando conceitos matemáticos como: fatorial, sequências, produto notável (quadrado da soma). Não fizeram desenhos ou qualquer outra brincadeira com o material. Exploraram, acompanhando todos juntos, cada ideia que surgia por parte de dois componentes do grupo.
Grupo 2: G2 Conjunto das áreas e potências	Um componente foi designado a escolher o material, sendo sua escolha individual acatada pelo restante do grupo.	As peças não foram retiradas todas de uma só vez da caixa. Iniciaram com uma exploração individualizada, porém, após algum tempo começaram a trocar ideias e interagir com todo o grupo a partir das ideias despertadas individualmente. Construíram figuras geométricas e discutiram sobre suas propriedades, compararam peças menores sobrepondo-as em peças maiores, discutindo áreas e perímetros; e um dos componentes gerou bastante atenção do grupo para suas indagações e investigações acerca da imagem que aparece na tampa da caixa e sua relação com as potências.
Grupo 3: G3 Conjunto do equilíbrio	Os três componentes fizeram a escolha juntos. Foram até o local onde estavam os materiais, manusearam e abriram todas as caixas, apresentaram curiosidade e critérios na escolha.	Retiraram todos os potes e pesos da caixa do conjunto. Enquanto um separava e organizava as peças, os outros dois comparavam os pesos dos potes entre eles e com os pesos de referência, usando a balança de dois pratos. Assim, fizeram anotações sobre as comparações realizadas e as diferentes relações descobertas entre os potes e os pesos. Discutiram sobre equilíbrio (a igualdade), desigualdade e também usaram régua para medir alturas e diâmetros dos dois tipos de potes analisando os volumes e também compararam por medidas os blocos que representavam os pesos.

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

A realização da primeira tarefa durou pouco mais de uma hora, os estudantes apresentaram muito interesse nas discussões em relação aos potenciais dos materiais escolhidos, nas descobertas e curiosidades que percebiam com a livre exploração. Não realizaram brincadeiras com os materiais, ou seja, pensaram e trocaram ideias,

exclusivamente, sobre conceitos matemáticos possíveis de serem investigados com os materiais e suas limitações.

Apesar da exploração ser livre e não determinarmos um tempo limite, pois geralmente os próprios exploradores indicam esse término de tempo com a diminuição do entusiasmo nas discussões e interações com o material, todavia diante do tempo previsto no curso e a proposta da pesquisa de aplicar todas as tarefas elaboradas para o produto, assim que percebemos o avanço do tempo e uma redução nas conversas sobre os materiais, propomos a segunda tarefa que se caracteriza pelo registro, a partir da descrição de como foi realizada a exploração livre, com a identificação de pontos importantes que poderiam ter sido ou não observados em relação ao material e sugerindo a reflexão do que fez ou deixou de fazer na primeira exploração.

Para esse momento de registro e organização das ideias, solicitamos que, pelo menos, um componente gravasse em áudio as discussões e acordos para a escrita do relatório, que entendemos como um resumo com as questões importantes levantadas pelo grupo enquanto exploraram livremente.

O grupo G1 não apresentou o áudio gravado desse encontro alegando problemas de gravação, ocasionando assim a perda do áudio. Os grupos G2 e G3 entregaram o seu áudio, e como o esperado, em muitos momentos foi difícil ouvir e entender o que discutiam, pois falavam todos simultaneamente. Entretanto, é possível identificar argumentos que nos ajudaram a compreender o texto escrito da atividade realizada.

No registro da segunda tarefa, exploração orientada, observamos que os estudantes apresentaram insegurança para elaborar o relatório escrito. Embora pudessem consultar o material, este permaneceu guardado. Em conversa com eles, argumentaram que não tinham hábito de escrita nas aulas de matemática e que gostariam de saber o que exatamente queríamos que fosse relatado, ou seja, por um lado, nossa expectativa era que eles registrassem de forma natural o que haviam observado ou descoberto, por outro lado, queriam escrever o que pensávamos ser adequado registrar após uma exploração.

Todos os grupos começaram o relatório rascunhando o texto e, sempre juntos, decidindo como colocar as ideias no papel de forma clara e coesa, seguindo as orientações dadas na ficha em relação aos itens ou questões sugeridas para elaborar o registro.

Esse conflito de ideias e de expectativas está relacionado com as diferentes formas de prática de ensino de matemática. No ensino convencional, o professor fala e o estudante

reproduz, enquanto no laboratório, o estudante deve falar enquanto o professor apenas intervém para contribuir nas suas descobertas.

Por fim, conforme cada grupo entregava o texto final, recebia a terceira e última tarefa que consistia numa ficha com, pelo menos, duas questões específicas sobre um conteúdo matemático que aflora ou pode ser explorado com o material no intuito de despertar novas ideias ou complementar as reflexões e/ou investigações realizadas anteriormente. Esta tarefa foi realizada rapidamente, sem dificuldades ou questionamentos.

Embora, o grupo G2 tenha sentido necessidade de rever o material, retirando-o em parte da caixa e conferindo cada questão proposta com o manuseio do mesmo, os grupos G1 e G3 não mexeram mais nos materiais, conseguiram responder todas as questões a partir das elaborações mentais que apreenderam com a exploração e a adaptação ao material e por anotações feitas durante a realização da Tarefa 1 que auxiliavam ou, praticamente, respondiam às perguntas propostas na Tarefa 3.

5.3.2 Segundo encontro

Nesse encontro tivemos a presença dos mesmos 11 participantes do primeiro dia e que sem qualquer orientação ou pedido, mantiveram-se nos grupos iniciais.

Reservamos, em torno de 20 minutos para o primeiro momento, em que cada grupo apresentou resumidamente para os demais grupos, as impressões que obtiveram na exploração do material escolhido no encontro anterior, levando em consideração que cada grupo escolheu um tipo de material diferente do outro e que não teriam tempo para ver todos os materiais disponíveis, então propusemos uma rápida troca de ideias para que despertasse o interesse de futuras idas ao laboratório para conhecer e explorar os demais materiais.

Ao término desta atividade, o encontro foi interrompido por algum tempo para que os estudantes pudessem participar de outra atividade promovida pela Coordenação do Curso de Licenciatura de Matemática, retornando a seguir ao laboratório.

Esta interrupção resultou em menos tempo para o trabalho do curso acarretando assim a exploração de um único material. Mas, como os estudantes já conheciam o roteiro do trabalho caracterizado pelos momentos da exploração livre, explorações orientada e complementar, e sabiam da existência de outros materiais retornaram ansiosos para as novas vivências e descobertas. Segue, no Quadro 10, um resumo de como realizaram a nova escolha e respectiva exploração livre.

Quadro 10: Explorando livremente o segundo material escolhido.

Segundo Encontro		
<i>Grupos/ Material explorado</i>	<i>Escolha do material</i>	<i>Exploração livre</i>
G1 Sólidos de acrílico e Mosaico	<p>Todos os componentes do grupo mexeram e manusearam a grande caixa com mais de 60 sólidos e após longo período de manipulação dos mesmos, separaram alguns para investigações. Ao final do encontro, exploraram rapidamente outro material, o Mosaico.</p>	<p>Retiraram da caixa alguns sólidos não-convexos e outros convexos, como, poliedros regulares, prismas, cilindros e cones. Usando régua, compararam as medidas dos diferentes sólidos e discutiram as relações entre volume e capacidade. Por fim, selecionaram alguns cilindros retos (de mesma base e alturas diferentes) e outro oblíquo para melhor exploração e estudo mais específico. E ocuparam-se em planejar uma atividade utilizando os sólidos selecionados.</p>
G2 Conjunto de equivalência de frações	<p>Nesse encontro, optaram por fazer uma escolha em grupo, porém o mesmo licenciando que escolheu sozinho no primeiro encontro sugeriu explorar o material de frações que foi aceito por todo o grupo, ou seja, a escolha teve uma forte influência de interesse pessoal de um dos componentes.</p>	<p>O grupo apresentou contentamento com o material escolhido e juntos abriram cada gaveta do miniarmário que acomoda o conjunto. Retiraram todas as peças, discutindo as relações entre as figuras geométricas fracionadas. Realizaram composições com as figuras e suas respectivas partes, usando figuras semelhantes, anotaram as diferentes frações encontradas. Calcularam somas e subtrações, utilizando as peças do material e conferindo com contas (algoritmos) no papel. Discutiram as possibilidades de aplicação do material conforme faixa etária, segmento de ensino e diferentes abordagens sobre conteúdos envolvendo frações.</p>
G3 Caixa visual de representações geométricas e Quadro trigonométrico	<p>Inicialmente, o grupo pegou o quadro trigonométrico e manuseou o material um pouco e fez algumas identificações, porém passado a curiosidade de como funcionava o material, resolveram seguir o roteiro de exploração com a Caixa Visual, que proporcionou interesse em novas descobertas, apresentando mais possibilidades de conteúdo pra interação com a mesma.</p>	<p>Com a ajuda de um dos componentes do grupo, rapidamente compreenderam como funcionava a caixa. Optaram por usar as duas caixas disponíveis pra melhor compartilharem as visualizações vivenciadas. Retiraram todos os pequenos sólidos verdes da caixa organizadora, separando-os por determinadas características, como sólidos inteiros e suas respectivas partes. Realizaram vários experimentos de visualização com os diferentes sólidos, em diferentes posições, procurando explorar todas as vistas possíveis. Inclusive, mudaram a caixa de lugar, colocando-a em cima de armário, de mesa ou de cadeira, buscando alterar a iluminação para compreender como isso influenciava na visualização. Conversaram acerca de como entendiam cada vista experimentada na caixa, a partir de proposições sobre as diferentes faces visualizadas de determinados sólidos fracionados.</p>

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Novamente, a exploração livre rendeu muitas montagens, discussões, descobertas e dúvidas, somente pensavam em conceitos e aplicações matemáticas. Estavam mais atentos quanto às questões pedagógicas de como, por que e para quê o material poderia ser utilizado em sala de aula na educação básica. Enquanto manipulavam o material, discutiam sobre as características positivas e negativas do material comparando-as com os conteúdos possíveis de abordagem, a faixa etária relacionada com o segmento de ensino e o grau de dificuldade envolvido no tratamento de cada assunto. Após algum tempo, não muito longo, bem menos de uma hora dessa vez, solicitaram a ficha da Tarefa 2 para que pudessem registrar as discussões que estavam realizando na exploração livre e que já estavam sendo anotadas num rascunho. Ou seja, por conhecerem o roteiro, anteciparam-se, ou melhor, realizaram quase que concomitantemente as duas primeiras tarefas.

As questões da Tarefa 3 foram respondidas rapidamente pelo grupo G1 sem consultar ou manipular o material que já havia sido guardado. Entretanto, os grupos G2 e G3 responderam cada questão, retornando e conferindo com o manuseio do respectivo material.

Ressaltamos que o grupo G1, apesar de envolvido na exploração do material, mantinha uma postura de registrar e responder às questões de forma mais objetiva e com uma discussão concisa acerca das ideias levantadas.

Tanto que esse grupo terminou a realização das três tarefas, cerca de 15 minutos antes dos demais grupos e do tempo previsto para o fim do encontro e solicitaram conhecer e explorar outro material, mas sem compromisso do registro das Tarefas 2 e 3, inclusive pelo pouco tempo que teriam. E assim, escolheram o “Mosaico” realizando muitas descobertas e trocas de ideias que infelizmente, apesar de solicitado pela pesquisadora, não se propuseram a registrar por escrito. Porém, ressaltamos que pela observação da pesquisadora (e anotações no diário de campo), o grupo manteve uma postura de explorar o material, pautada em discussões e experimentações a respeito das possibilidades de uso no ensino e aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos a partir de transformações com as posições das peças. Movimentaram uma ou mais peças, dentre as diferentes figuras geométricas que compõem o Mosaico, e avaliaram sobre a abordagem de simetria, movimentos de translação e rotação.

5.3.3 Terceiro encontro

Compareceram oito licenciandos para o terceiro e último encontro do curso e aplicação do questionário de avaliação para o produto, sendo que as três ausências foram

justificadas pelos próprios, tendo em vista alguns problemas na ordem de segurança do município criando dificuldades de deslocamento nos arredores do polo. Os problemas gerados por fatores externos também ocasionaram uma demora no início das atividades por conta do atraso na chegada de alguns componentes dos grupos, aqueles que já estavam presentes concordaram em aguardar para juntos prosseguirem.

Para esse terceiro encontro, programamos três momentos: um primeiro e breve momento na aplicação do roteiro das tarefas para um material previamente escolhido pela pesquisadora; um segundo momento em que os licenciandos escolheriam um material, o explorariam livremente e proporiam, pelo menos, duas questões para compor a Tarefa 3 e o momento final reservado para responder ao questionário de avaliação.

Pela falta de tempo e problemas relatados, foi necessário suprimir uma das tarefas do primeiro momento, a fim de não perder a efetividade proporcionada pela livre exploração. Não realizamos o segundo momento e mantivemos maior atenção para o terceiro momento que justificava a pesquisa de campo.

Nesse encontro fizemos uma proposta diferente dos dois primeiros, determinamos um único material a ser explorado por todos os grupos. Propomos a exploração dos “Blocos Lógicos” em que apresentamos na Tarefa 3 uma atividade diferenciada que o utiliza como jogo e também por percebermos não haver muito interesse em ser explorado e dispor de quantidades de caixas suficientes pra cada grupo ficar com um conjunto completo.

Dois grupos ficaram reduzidos, o grupo G1 teve duas faltas ficando com dois componentes, o grupo G2 teve uma falta ficando com três e o grupo G3 não teve falta, permanecendo com três componentes. Com essa nova formatação em dois grupos segue, no Quadro 11, uma breve descrição da livre exploração realizada com os “Blocos lógicos”.

Quadro 11: Explorando os Blocos lógicos. (continua)

Terceiro Encontro	
<i>Grupos</i>	<i>Exploração livre</i>
G1	Mantiveram as peças na caixa, retirando somente àquelas pra uso das questões investigadas. Inicialmente, fizeram várias composições com as peças, formando sequências e conjuntos: trabalharam as operações entre conjuntos e mostraram exemplos de sequências geométricas envolvendo, inclusive, os diferentes atributos dos blocos. Por fim, examinaram com as peças algumas relações de combinatória.

Quadro 11: Continuação.

G2	Retiraram todos os blocos da caixa e começaram fazendo explorações individuais. Enquanto um empilhou peças de mesmo tamanho, outro montou figuras geométricas com mais de uma peça e outro sobrepôs peças buscando a atenção do grupo para o tema de área das figuras planas. Juntos montaram e propuseram atividades envolvendo sequências e probabilidade e finalizaram com uma exploração algébrica, completando quadrados com o uso de alguns blocos.
G3	Retiraram as peças da caixa aos poucos conforme a necessidade para a montagem das figuras. Realizaram comparações de áreas entre figuras semelhantes, verificando quantas cabiam em outra maior e a relação de inscrição de uma forma geométrica em outra forma; empilharam peças semelhantes discutindo sobre volume e o Princípio de Cavalieri; montaram outros sólidos geométricos colocando as peças na forma vertical e encostando-as umas nas outras, formaram cubos, tetraedros e prismas, trabalhando os nomes dos sólidos e suas respectivas características.

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Todos os licenciandos receberam com entusiasmo o material determinado, não escolhido por eles, com exceção de um dos licenciandos do grupo G3 que apresentou, inicialmente, uma certa reticência pela não escolha e que pareceu muito crítico quanto às efetivas possibilidades do material ou por não ser exatamente o que queria ver naquele dia. Não obstante o desconforto inicial, interagiu bastante com o material contribuindo muito com as questões levantadas.

Pelo adiantado da hora, não aconteceu a Tarefa 2, dos registros, porque não daria tempo para a escrita, porém consideramos as discussões orais realizadas no momento de livre interação e adaptação ao material e passamos para a Tarefa 3 com três questões, sendo a última a proposta do jogo.

Foram solicitados que respondessem às duas primeiras questões que tratavam sobre a identificação e classificação das peças quanto aos seus atributos e aproveitando que dois grupos tiveram seu quantitativo reduzido de componentes, sugerimos que o jogo (terceira questão) fosse realizado com todos os grupos juntos, ou seja, os oito participantes numa mesma roda.

Quanto ao jogo, apresentaram logo de início muita dificuldade para compreender e aplicar a regra sugerida, mas com a familiarização das peças e interesse nas descobertas, propuseram uma segunda rodada com a sugestão de mudança da regra como fator desafiante para o raciocínio. As rodadas foram disputadas por grupo, porém foram extremamente colaborativos nas jogadas, demonstrando mais vontade de conhecer e explorar do que competir.

Finalizamos esse encontro e curso com o momento de autoavaliação e avaliação final das tarefas e do roteiro proposto no curso como base do produto. Os oito estudantes presentes no dia responderam a todas as perguntas, permaneceram sentados em grupo, porém concentrados em suas respostas individualmente.

Esse momento, em sua maior parte do tempo, aconteceu sem a presença da professora pesquisadora que preferiu não ficar no local permitindo maior liberdade e criticidade nas respostas, já que não precisava de identificação na ficha de avaliação.

Apresentamos, a seguir, as análises das tarefas realizadas com os respectivos materiais explorados pelos grupos, a partir das discussões dos licenciandos, gravadas em áudio e observações registradas no diário de campo da pesquisadora.

5.4 As Tarefas

As tarefas propostas para criação do produto levaram os licenciandos a vivenciarem variadas formas de exploração dos materiais em atividades que geraram experimentação, reflexão, estruturação e reavaliação de conceitos possivelmente vistos em outras perspectivas.

Observamos no Quadro 12, que dos 15 tipos de materiais pertencentes ao presente estudo, nove deles foram manipulados durante os encontros no curso de extensão.

Quadro 12: Materiais explorados no polo ARE.

Materiais explorados	1º encontro	2º encontro		3º encontro
	Conjuntos de áreas e potências, Conjunto do equilíbrio e Material dourado	Conjunto de equivalência de frações, Caixa visual e Sólidos	Quadro trigonométrico e Mosaico	Blocos lógicos
Exploração livre	X	X	X	X
Exploração orientada	X	X	Não houve	Não houve
Exploração complementar	X	X	Não houve	X

Fonte: Elaborado pela autora.

Todavia, desses nove materiais explorados, tivemos dois que não passaram da exploração livre, por motivo de curiosidade em conhecer e refletir sobre as possibilidades dos respectivos materiais e por falta de tempo para seguir o roteiro, mas que ainda assim se sentiram motivados pela acessibilidade ao material e pela ideia de liberdade na exploração.

Conforme observações e anotações da pesquisadora em seu diário de campo, destacamos pontos relevantes na exploração desses dois materiais.

O grupo G3 que escolheu no segundo encontro, inicialmente, o Quadro trigonométrico, apresentou bastante curiosidade no funcionamento do mesmo e como utilizá-lo para estudo do ciclo trigonométrico e as respectivas funções trigonométricas. Entretanto, após um tempo de manuseio e alguns conceitos trigonométricos discutidos, resolveram trocar de material para cumprir o roteiro das três tarefas.

Percebemos que essa mudança ocorreu por falta de segurança no conhecimento que seria abordado, ou seja, a Trigonometria e por se sentirem constrangidos a cometerem erros em relação ao conteúdo envolvido. Mesmo sabendo que o curso não tinha como objetivo ensinar, avaliar ou aprofundar conceitos matemáticos específicos, não se sentiram à vontade pra enfrentar a Tarefa 3 com questões de conhecimento matemático específico para uso do material.

Essa situação exemplifica o que Kaleff (2016) apurou em seus estudos quanto ao docente, nesse caso, futuro docente, que não leva em conta o potencial do material didático como formador de conhecimento, nem como auxiliar na transposição dos obstáculos cognitivos para uma aprendizagem significativa à formação dos conceitos além dos seus significados e de suas abstrações. Tais obstáculos “são conjuntos de pensamentos que impedem ou dificultam o estabelecimento de relações entre as representações mentais do aluno no processo de compreensão, ou de construção de um conceito ou de uma relação matemática” (KALEFF, 2016, p. 61).

Ressaltamos que no caderno didático na Aula 21 da disciplina de Instrumentação do Ensino da Geometria (ver Quadro 1), Bairral e Silva (2010, p. 84), comentam que o ciclo trigonométrico é, na verdade, um recurso didático, construído cuidadosamente para a visualização de todos os resultados importantes da Trigonometria. Tanto que os autores sugerem a confecção de um ciclo no papel, como um recurso manipulável semelhante ao material disponível no laboratório do polo, que servirá para o licenciando experimentar as atividades propostas na aula do caderno didático e para compor seu laboratório pessoal para estudos que serão aprofundados num período mais adiante, com a disciplina de Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra.

Em outra situação que ocorreu somente a exploração livre com o material Mosaico, o grupo G1 experimentou variadas composições com as peças e levantou questões acerca das

possibilidades de simetria que os desenhos formavam. Foram realizados movimentos de rotação e translação com as peças, sempre examinando se mantinham e o porquê de ocorrer ou não a simetria no desenho final.

Acentuamos que essa abordagem dos licenciandos com o material aproximou-se das questões propostas na Tarefa 3, assim como dos estudos das aulas 25, 26 e 27 da disciplina IEG, que tratam respectivamente, sobre simetrias, rotações e translações. Lembrando que o grupo não passou da Tarefa 1.

A seguir, nos colocamos com um olhar atento para avaliar as explorações realizadas com os demais materiais, para os quais, foi cumprida cada tarefa do roteiro.

5.4.1 Primeira tarefa: exploração livre

Conforme o roteiro que adotamos na elaboração do produto, a primeira tarefa, descrita no Quadro 13, sugere que os estudantes escolham um dos materiais expostos e o explore livremente adaptando-se às suas características e sua funcionalidade.

Quadro 13: Ficha com a Tarefa 1.

TAREFA 1: EXPLORAÇÃO LIVRE

Escolha um dos materiais disponíveis.
Agora, explore-o. Você pode fazer montagens,
classificações, enfim, a ideia é brincar e criar o que
quiser, enquanto manipula o material.
Refleta e divirta-se com o material escolhido.

Fonte: Elaborado pela autora.

A exploração livre tem por objetivo oportunizar ao estudante o momento em que pode tomar conhecimento do material no seu tempo e segundo suas necessidades de modo a responder suas próprias perguntas satisfazendo assim sua curiosidade primeira. Este é um momento importante, pois os estudantes realizam um primeiro contato com o material de forma criativa e lúdica. Manuseiam o material e se familiarizam com sua estrutura de forma intuitiva, observando também o que os demais integrantes do grupo fazem.

Em particular, durante a formação docente, consideramos essencial essa etapa, para que o futuro professor perceba a sua importância e a vivencie como uma prática pedagógica que pode e deve ser utilizada com seus futuros alunos.

Em consonância com Bairral (2007, apud Souza, 2014), ponderamos que num curso de formação de professores é necessário que as tarefas propostas possuam dupla perspectiva,

ou seja, viabilizar a esses profissionais amplo conhecimento em relação a conteúdos curriculares específicos, bem como desenvolver suas capacidades de interpretação, síntese, análise e transformação de informação, de forma crítica e construtiva, com a sua comunidade profissional.

Levamos em consideração, que são licenciandos, ou seja, futuros professores e que assim possam ser estimulados a compreender a prática vivenciada e refletir sobre a relevância da exploração dos materiais a serem usados em sala de aula. Que percebam a importância de estudar como, por que e para quê servem os materiais manipuláveis. Ou seja, que conteúdos despontam no seu manuseio ou podem ser explorados com cada material.

Observamos que durante a exploração livre de todos os materiais os quatro integrantes do grupo G1 manuseavam as peças e combinavam a estratégia de trabalho, ou seja, o que investigariam. Em consulta ao diário de campo verificamos que esta característica estava relacionada ao domínio de conteúdo de um dos integrantes que se sobressaía à intenção dos demais quanto às possíveis investigações.

Enquanto que os outros dois grupos começavam com uma exploração individualizada, cada componente manuseava algumas peças, independente dos demais componentes, buscando relações entre conceitos matemáticos e o material e somente após algum tempo começavam a trocar ideias sobre as descobertas e dúvidas que surgiam, para que juntos pudessem assimilar as possibilidades e limitações do material.

Destacamos que, em todos os encontros, os grupos se envolveram bastante com essa primeira tarefa. Os grupos, em geral, não utilizaram o tempo para realizar a tarefa de exploração livre com montagens se atendo principalmente em fazer comparações entre as peças procurando identificar potencialidades e fragilidades, isto é, estabeleceram diferentes relações, formularam conceitos matemáticos e conjecturaram regularidades.

De uma forma geral, compararam as peças por sobreposição ou justaposição. Em algumas situações utilizaram um instrumento de medida, a régua, para conferir e associar tamanhos. O grupo G3, explorou o Conjunto do Equilíbrio, composto por pequenos blocos retangulares com cinco tamanhos diferentes, utilizados como referências para medir os potes que possuíam “pesos” diferenciados. Usando uma régua, mediram e compararam os blocos entre si para encontrar relações que justificassem o peso de cada pote, a partir do equilíbrio na balança de dois pratos, como vemos a seguir, no diálogo transcrito do áudio do grupo:

00:04:59

Jane: *três por quatro.*

Igor: *dois vírgula três.*

Jane: *três por dois vírgula três. Não. Péra ainda. São três medidas né que a gente tem que ter? Três por dois, não, o um aqui. Tem que ser essa, essa e essa.*

Igor: *Acho que medir só esse aqui, só esse tá bom.*

Jane: *Não, acho que tem que medir o primeiro e o último.*

Igor: *Por que eles vão ser divididos em partes.*

Jane: *Por isso que tem que medir o primeiro.*

Igor: *Então mede só o cinco.*

Jane: *E o um. O um e o cinco.*

Igor: *Você medindo o cinco, sabe os outros. É, se você for dividir por cinco, vai dar um.*

Mesmo tendo percebido a proporção entre os blocos (pesos referências) utilizando a balança, sentiram necessidade de medir as três dimensões, para compará-los e relacioná-los conforme o valor numérico expresso em cada um com o seu respectivo peso.

00:07:51

Jane: *Vai repetir a espessura. A espessura é a mesma. E vai repetir a largura. E a largura é a mesma. A única diferença é a extensão, que é o comprimento.*

Igor: *Ah isso, tá certo.*

Jane: *Entendeu?*

Assim, como visto na Figura 7, verificaram que o bloco identificado com o número 5, tinha o comprimento, respectivamente o peso, cinco vezes maior que o bloco identificado com o número 1, ou seja, $P_5 = 5 \times P_1$ e similarmente para os demais blocos.



Figura 7: Os cinco blocos do Conjunto do Equilíbrio.

Como não foi possível medi-los em gramas, porém utilizando a balança de dois pratos e apoiados pela ideia de equilíbrio, compararam as medidas dos blocos entre eles e formalizaram, algebricamente, o peso dos potes relacionando-os com o peso do menor bloco (P_1), por exemplo: o pote identificado por A, seu peso correspondia a dois blocos de referência 1, ou seja, $A = 2P_1$.

Essa forma de raciocínio ficou assegurada alguns minutos depois das conferências com a régua e a balança, conforme percebemos na fala de um dos componentes do grupo.

00:11:59

Igor: *A unidade de medida que tem que calcular para saber o peso do pote é o bloco.*

Ademais, o grupo resolveu, sem qualquer solicitação, anotar as comparações que realizavam entre os pesos e potes, sempre conferindo com o auxílio da balança, conforme Figura 8. Esclareceram que fizeram os registros pra se organizarem com as descobertas e compreenderem melhor o que o material sugeria que fosse investigado como conceitos matemáticos. Ressaltamos que essas anotações colaboraram nas respostas das questões da última tarefa do roteiro sem que fosse preciso manusear o material novamente.



Figura 8: Grupo G3 fazendo anotações durante a exploração livre.

Assim como o G3 que utilizou a régua para conferir medidas no conjunto de equilíbrio, o grupo G1, também a utilizou para medir os sólidos do conjunto de Sólidos de acrílico. Apesar da variedade significativa de dezenas de sólidos (mais de 50) no laboratório, o grupo separou alguns cilindros para estudar. Ou seja, mediram elementos da base e altura para comparar dois ou mais cilindros retos e oblíquos.

00:02:50

Alex: *Basicamente o que a gente já definiu, que quando tira esse bagulhinho pode colocar água, colocar alguma coisa (...) encheria todo volume, todo espaço interno.(...)*

00:03:57

Alex: *A quantidade de água define seu volume.(...)*

00:06:03

Alex: *A quantidade de um tem que ser exatamente igual a do outro.*

No diálogo destacado acima, é possível identificar que um dos integrantes sabe que dois sólidos que possuem a mesma medida da área da base e altura possuem volumes iguais e

afirma que o material pode ser usado para verificar esta igualdade enchendo os sólidos com água. Não identificamos maior detalhamento sobre conceitos de volume e capacidade dos corpos.

Parece que a escolha dos cilindros se deu pelo motivo de ser um sólido geométrico que não apresenta muitas características diferentes entre eles, as bases são sempre circulares e poucos elementos para serem observados e medidos, facilitando e agilizando a verificação e não exigindo maior conhecimento geométrico espacial. Pareceu-nos que ficaram restritos aos cilindros pela dificuldade e quantidade de informações que outros sólidos, como exemplos na Figura 9, poderiam apresentar para estudo.

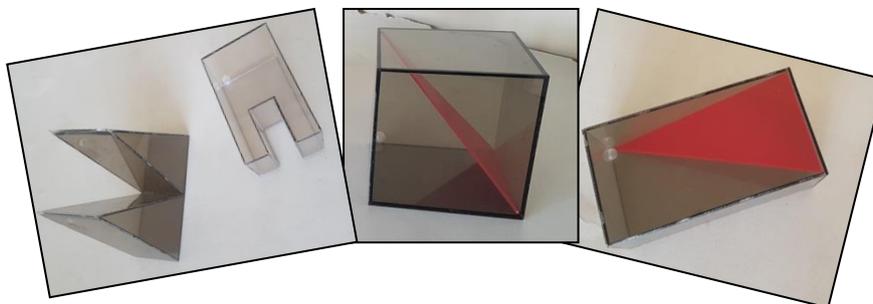


Figura 9: Sólidos geométricos não convexos e convexos.

Portanto, atentamos para o fato que mais de 30% das aulas propostas no material didático da disciplina IEG apresentam como conteúdo norteador o estudo dos sólidos, porém, tratam sempre dos poliedros em geral se aprofundando nos poliedros regulares, mais especificamente. Praticamente, não são abordadas questões sobre os não-poliedros (corpos redondos), o que nos pareceu interessante a escolha feita pelo grupo para observação.

Observamos que no material didático de IEG, as abordagens aos corpos redondos ocorrem somente como uma referência na Aula 17 (p. 20-22) com as secções cônicas e na Aula 22 (p. 98-104) na apresentação da Relação de Arquimedes: uma dedução da fórmula do volume da esfera a partir dos volumes do cilindro e do cone.

O material analisado pelo grupo G1 não permite modificações na sua forma e conforme Lorenzato (2012), é um tipo de material considerado estático, que permite somente a observação sem muitas transformações ou uma maior participação dos alunos. Talvez por isso é que o grupo tenha reduzido a amostragem para que pudessem analisar e estabelecer relações matemáticas que os instigavam de acordo com a possível interação com o material.

O grupo G2, no momento da exploração livre, escolheu o Conjunto de equivalência de frações. Na análise, foi possível identificar o entusiasmo com que exploraram o conjunto e identificavam os motivos pelos quais era necessário, por exemplo, encontrar frações equivalentes para somar ou subtrair frações heterogêneas, tendo em vista a diversidade do tipo de unidade (círculo, quadrado, triângulo, trapézio, retângulo) e suas frações que compõem o conjunto. Entendemos que a evidente euforia do grupo ocorreu devido a possibilidade do material de modelar números fracionários assim como operações com esses números, confirmando “que uma das dificuldades existente no ensino da Aritmética em contraste com a Geometria deve-se à falta de figura, do desenho, do “modelo”, sobre os quais nos podemos apoiar visualmente” (CASTELNUOVO, 1978 apud VALE, 2002, p. 29, grifo do autor).

Ao transcrever os áudios identificamos que os estudantes, inicialmente, procuraram associar o uso do material com o hábito de fazer os cálculos com algoritmos, usando papel e lápis, ou melhor, buscavam validar com as contas os resultados obtidos nas composições experimentadas com o material, como podemos observar na Figura 10.



Figura 10: Grupo G2 experimentando o material e conferindo com os cálculos no papel.

Ao realizarem uma adição de frações, usando o material, através da sobreposição de uma peça maior que pudesse substituir duas ou mais peças menores, os estudantes conferiam através da operação com lápis e papel se o resultado, a peça resultado, encontrado era verdadeiro ou não.

00:00:05

Hugo: *Pega o papel aí, anota aí.*

00:00:12

Hugo: *Acho que dá menos na verdade.*

Gyani: *Tá um pouquinho menos.*

Eva: *Parece.*

Hugo: *É. Se for dar, vai dá diferença, acho que é meio. Mas vamos ver.*

00:00:33

Hugo: *Três décimos mais um quinto.*

00:00:45

Eva: *É, dá não.*

Hugo: *Dá quase.*

Eva: *É.*

Nesse momento, podemos perceber que estão verificando com cálculo no papel o que fizeram com o material. Ou seja, juntar três peças correspondentes a um décimo do círculo cada uma delas com uma peça correspondente a um quinto do círculo e colocavam dentro do “todo”, o círculo inteiro. E verificaram que estas peças ocupavam a metade do círculo, mas achavam que fazendo as contas não daria o mesmo resultado. Mas, puderam perceber que ao simplificarem o resultado obtido na operação realizada com lápis e papel, dava $1/2$ (um meio) e ficaram surpresos.

00:00:52

Eva: *Não, dá sim. Se simplifica ó, é.*

Hugo: *Dá meio.*

Eva: *Dá um meio.*

Hugo: *Meio.*

Eva: *Isso mesmo.*

00:01:01

Hugo: *É uma fração equivalente, viu que legal.*

00:01:07

Eva: *Três décimos mais um quinto equivale a um meio.*

Hugo: *Já consegue ver que é meio através desse desenho.*

Eva: *É verdade.*

Hugo: *Muito legal, né.*

E a partir desse exemplo da soma de frações, que compararam o cálculo no papel com o material, perceberam a ideia de trabalhar com equivalências e a relação de simplificações nos cálculos, então passaram acreditar no potencial do material como possibilidade de encontrar respostas sem a realização das contas com papel e lápis, como afirma animado em sua fala, o estudante Hugo: “*Dá pra fazer muitas coisas com isso [material] aqui, cara.*”

Após a ruptura com o processo anterior de conferir com contas no papel, passaram a usar estritamente o material para novos experimentos envolvendo operações de frações. E

num momento mais adiante examinaram nova soma, utilizando somente o material, sobrepondo peças.

00:08:49

Eva: *Deu certinho aqui?*

Hugo: *Deu. Aí que legal, que ela fez, ó. Pegou um nono e um sétimo, fechou. É igual a um quarto no final das contas, os dois juntos.*

Entretanto, cabe aqui uma ressalva. É preciso identificar cuidadosamente as equivalências, pois com o material é possível que alguns resultados não sejam verdadeiros como no exemplo apresentado por Eva, quando junta um nono com um sétimo e sobrepõe a peça correspondente a um quarto. Mas, ao fazermos a conta usando a calculadora, o resultado é um valor aproximado (0,253968254) que se mantivermos a calculadora plotada para aproximação por centésimos ficaria como 0,25 e por isso a percepção das peças justapostas cobrirem um quarto, pois a diferença é mínima não percebida visualmente com a sobreposição das figuras. Mas, se por outro lado, fizermos a conta com lápis e papel, utilizando o algoritmo para somar frações, encontraremos $\frac{16}{63}$ e 16 não corresponde à quarta parte de 63 e sim, de 64, não sendo possível a simplificação da fração para $\frac{1}{4}$.

O material, neste caso, também pode servir para levantar questionamentos sobre diferentes estratégias de resolução de um problema e promover a necessidade de se refletir sobre o resultado obtido qualquer que seja o meio usado assim como mostra a necessidade de oferecermos diferentes estratégias (uso do lápis e papel, calculadora, diferentes materiais manipuláveis) como possibilidades e caminhos para o estudante aprender e compreender um determinado conteúdo, neste caso, adição de frações heterogêneas.

Por isso, a importância de professores conhecerem bem o material, investigarem acerca das possibilidades e dos obstáculos que o mesmo oferece com o seu uso para desenvolver conceitos matemáticos. Concordamos com Passos (2012), quando afirma que os conceitos não estão nos materiais e nem podem ser abstraídos deles empiricamente. Para a formação do conceito é crucial uma ação interiorizada por parte do aprendiz, a partir do significado que se dá às ações, pelas formulações enunciadas e verificações realizadas.

Depois de algum tempo, em que todo o grupo parecia adaptado ao material, realizando várias composições com as frações, um dos componentes do grupo que permanecia atento às discussões, mas calado e desconfiado, sugere um exemplo de subtração em que outro licenciando o ajuda a compreender como usar o material para a realização do cálculo.

00:19:27

Fábio: *Três quintos menos dois décimos é igual a* [breve silêncio].

00:19:31

Hugo: *É igual a dois quintos. Você tem três quintos tira dois décimos, que aí você pode botar aqui, aí bateu. Então, vou tirar esse tamanho aqui. Então, vamos tirar. Quanto eu tenho? Dois quintos, já sai direto, entendeu? Sabe que dois décimos equivale a isso aqui, você vai tirar um.* [um quinto]

Depois que Hugo testou o exemplo proposto por Fábio, outro integrante do grupo se interessou pela experimentação e Hugo refez a subtração apoiando-se, unicamente, no material.

00:21:08

Hugo: *Você tem três quintos, se você diminui dois décimos. Aqui eu tenho dois décimos.*

Gyani: *Sim.*

Hugo: *Se eu pegar dois décimos eu vou tirar ele, é menos isso. Quanto que sobrou?*

Gyani: *Dois.*

Hugo: *Dois quintos. Vai ser direto, entendeu? Essa que é a base de subtração e soma de frações que isso [material] pode fazer.*

Nessa verificação, Hugo pega duas peças de um décimo cada, formando dois décimos e as sobrepõem a um quinto, confirmando a equivalência por área dos dois décimos com um quinto, em seguida retira da composição de três quintos, o quinto que foi sobreposto, restando dois quintos.

Mas ainda assim, desconfiados com as possíveis limitações do material, alguns estudantes insistiam em retornar à constatação com o cálculo escrito, porém um deles estava muito confiante com sua estruturação e estimulava o grupo a usar somente o material.

00:23:11

Hugo: *Não precisa fazer o cálculo não, que aí a gente tá mostrando que isso aqui é tão simples. Você que vai pegar o material, vai colocar e você vai ver que dá, entendeu? Dois quintos.*

No entanto, chamamos a atenção em relação à exploração realizada por esse grupo, para os perigos de confiar demais no material sem averiguar o máximo sua funcionalidade e os riscos de uma generalização na sua aplicação, conforme vimos no exemplo do cálculo aproximado não perceptível visualmente. Entendemos que as fragilidades do material não precisam depreciar a sua efetividade no uso para outros casos. Afinal, como defende Vale (2002), o uso de manipuláveis ajuda a construir referências mentais que permitirão desempenhar tarefas com números fracionários com significado, mas é preciso que o professor conheça bem o material e que esteja atento para checar as descobertas dos

estudantes e verificar a autenticidade dos resultados realizando um *feedback* com os estudantes.

Portanto, “a *exploração é livre* para o estudante, embora haja uma intenção do professor na proposição, pode existir um direcionamento na sua realização” (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, P. 71, grifo das autoras). Compreendemos que a proposição de questões sobre a manipulação realizada também se configura como um momento de aprendizagem, por isso a sugestão de uma tarefa que dê continuidade e estructure as ideias exploradas espontaneamente.

Apesar dos licenciandos do grupo G2 não terem percebido o erro cometido, de uma forma geral, ou seja, para todos os grupos, a exploração livre mostrou-se profícua. Pois, para uma primeira etapa, mesmo que as ideias fiquem incompletas, essas experimentações sugerem adquirir “banais conhecimentos que possibilitarão, com ou sem o auxílio do professor, a procura e a descoberta de novos conhecimentos” (LORENZATO, 2012, p. 26), mas que devem ser retomadas pelo professor. Assim sendo, após a livre exploração do material escolhido, aplicamos a ficha com a Tarefa 2 com uma sugestão de itens a serem contemplados no registro do que foi observado durante a exploração.

5.4.2 Segunda tarefa: exploração orientada

A exploração orientada foi pensada a priori e elaborada de tal forma que servisse a qualquer material e assim pudesse melhor atender a funcionalidade dos laboratórios nos polos. Ou melhor, serem espaços em que os estudantes poderão frequentá-los a qualquer momento e sem a orientação de um mediador ou professor. Em outras situações, aulas presenciais ou naquelas em que o professor esteja presente, esta tarefa deve ser pensada sobre as manipulações realizadas pelos estudantes e que busquem atender dois objetivos: a de servir como momento de reflexão sobre a ação realizada anteriormente, e de atender às demandas do professor. Segue, no Quadro 14, a ficha da referida tarefa.

Quadro 14: Ficha com a Tarefa 2.

TAREFA 2: EXPLORAÇÃO ORIENTADA

Passado SEU tempo de exploração e reconhecimento sobre o material selecionado, sigamos para uma nova etapa, *a reflexão com uma descrição* das impressões sobre o material.

Faça um registro do que fez e das suas descobertas sobre o material. Este registro pode ser uma redação, um relatório e procure incluir imagens por desenho(s) ou foto(s). No seu texto, procure contemplar os seguintes itens ou questões:

- a) uma identificação do material escolhido, pelo seu nome e/ou imagem;
- b) descrever o que fez e como: qual a montagem, criação ou classificação;
- c) Identificou algum conteúdo matemático que pode ser abordado com o material?

Qual(is)?

d) Você saberia dizer em que ano de escolaridade ou segmento da educação você o usaria?

e) Como você avalia sobre a potencialidade do material? Comente sobre algumas características (físicas e outras que considere), ou seja, pontos positivos e negativos do material.

O texto não precisa ser descrito item por item, pode ser um texto corrido, contemplando os pontos destacados e pode incluir ou complementar com outros itens a seu critério, enriquecendo o registro das suas reflexões.

Fonte: Elaborado pela autora.

Kindel e Oliveira (2017), Lorenzato (2012), Passos (2012) e Vale (2002) recomendam que, para ocorrer uma significativa aprendizagem é importante transpor ao âmbito somente manipulativo da atividade. À vista disso, acreditamos que para os estudantes, principalmente, futuros professores, um momento de registro com a formulação das ações e conclusões refletidas sobre os materiais na tarefa de exploração livre precisa ser proposta como uma forma de promover a sistematização das ideias e descobertas feitas, portanto mais uma oportunidade para suscitar atividade mental e reflexiva.

Na realização dessa segunda tarefa, todos os grupos seguiram item a item do que estava orientado na ficha, em relação ao processo vivenciado na interação livre com o material. O texto elaborado foi colaborativo, ou seja, todos os integrantes de cada grupo participaram na elaboração do relatório, conversando e decidindo o quê e de que forma fazer o registro.

Apenas um grupo descreveu a exploração orientada enumerando, item por item solicitado para compor o texto, os demais grupos fizeram em forma de texto corrido, contemplando os itens de forma articulada.

Embora tenhamos sugerido que os grupos pudessem incluir ou complementar com outros itens a seu critério, nenhum grupo complementou com outros itens não sugeridos ou demais critérios pertinentes ao material ou produção de conhecimento matemático.

Para responder ao primeiro item da tarefa em que se solicitava a identificação do material, os grupos G1 e G2 o fizeram através do nome do material sem elencar outras características que pudessem identificá-lo, enquanto que o grupo G3 apresentou características físicas sobre o material sem citar o nome do mesmo. Por exemplo, na identificação realizada sobre a Caixa Visual de Representações Geométricas, nome do material, o grupo a descreveu da seguinte forma:

a) Caixa de madeira com figuras geométricas em cada face do cubo. Internamente possui dois andares no qual é dividido por uma placa de acrílico que reflete a imagem dos sólidos estudados, ou de madeira; sólidos de madeira com figuras geométricas.

No item b em que solicitou a descrição acerca da exploração livre (primeira tarefa), todos os grupos foram sucintos em seus relatos, buscaram resumir, o máximo, as descobertas, montagens e classificações realizadas. Comparando as anotações no diário de campo com os respectivos áudios, os relatos apresentados através do registro escrito não foram fidedignos à riqueza de detalhes com que vivenciaram a livre exploração, como podemos constatar nas seguintes respostas:

Grupo G1: Material dourado

(...) Foi realizada a montagem de experimentos práticos sobre os conteúdos de sequências numéricas e produtos notáveis. Foram utilizados cubos e colunas de dez cubos para representação numérica e operações matemáticas de modo a facilitar a visualização de tais.

Grupo G2: Conjunto das áreas e potências

(...) um material composto por diversas figuras geométricas de dimensões diferentes (quadrados, triângulos, trapézios, etc), onde foram analisadas que com a união das peças menores teríamos recursos para manter-mos diversos conceitos da matemática como geometria plana, analítica, etc. (SIC)

Grupo G3: Conjunto do Equilíbrio

Através da balança fizemos a relação entre medidas, pesos e figuras considerando volumes, tamanhos e formas. Cada recipiente calcular a diferença e relação com os blocos. Medidas, pesos e tamanhos entre os dois objetos diferentes. (SIC)

“No ensino da Matemática é necessária ação (real e virtual), reflexão, e a capacidade de ser capaz de comunicar ambas” (VALE, 1999, p. 5). Ou seja, os registros não expressaram a diversidade de ações, de descobertas e dúvidas geradas e que foram percebidas pela pesquisadora durante a discussão oral enquanto manipulavam livremente o material, mas que foram relatadas, analisadas e exemplificadas com trechos dos áudios transcritos no item 5.4.1 desse capítulo.

No terceiro item, em relação à identificação de algum conteúdo matemático que poderia ser abordado com o respectivo material escolhido e estudado, metade dos textos continha objetivamente a identificação e a outra metade uma breve abordagem, sutilmente narrada dentro do texto sobre o que fizeram com o material.

Como exemplo, temos a descrição realizada pelo Grupo G1 quanto ao material dourado: *“Foram utilizados cubos e colunas de dez cubos para representação numérica e operações matemáticas”*. Nesse caso, o grupo desenvolveu um curto texto em que as questões foram respondidas articuladamente, porém sem explicações ao que chamaram de operações matemáticas. Em outro momento (segundo encontro), explorando os sólidos geométricos, o mesmo grupo pontuou de forma mais objetiva, que *“O conteúdo a ser abordado é volume de sólidos, geralmente abordado no Ensino Médio”*, que emendou com a indicação sobre o segmento de escolaridade, conforme compreendido pelo grupo.

O grupo G2 que explorou o Conjunto de equivalência de frações apresentou como conteúdo: a equivalência de frações a partir da sobreposição das peças e também a soma e subtração de frações. E o grupo G3 que fez seu texto item a item, descreveu quanto ao material Conjunto do equilíbrio, o seguinte:

c) Identificamos vários conteúdos que podemos abordar na matemática. Podendo ser adição, subtração, análise geométricos, formas, fração, volume, sistematização, quantificação, semelhanças de pesos ou tamanhos ou figuras.

Todos os grupos indicaram o segmento de educação que perceberam como possibilidade de utilização do material correlacionando-o com o(s) conteúdo(s) identificado(s) na exploração, mas não identificaram o(s) ano(s) de escolaridade conforme os níveis de conhecimento exigido por cada conteúdo. Ou por desconhecimento da matriz curricular de

Matemática da educação básica, ou por não terem considerado relevante tal aspecto para incluir no registro.

Por fim, no último item sugerido para compor o texto, em relação às potencialidades ou fragilidades do material, obtivemos diferentes concepções, ou melhor, entendimentos sobre esse quesito. O grupo G1, sempre muito conciso em seus registros, não relatou especificamente sobre as possibilidades do uso do material para o ensino da matemática para estudantes da educação básica e suas diferentes abordagens. Comentou apenas sobre as fragilidades percebidas quanto às características físicas dos materiais, como no exemplo com o material dourado: possuir pouco quantitativo de peças por caixa e em relação ao tamanho e leveza das mesmas não permitindo determinadas construções. No geral, escreveu “*o material atende as expectativas*” e “*satisfaz o objetivo proposto*”, não esclarecendo no texto quais expectativas ou objetivo. Analisamos, a partir do contexto do relato e observações anotadas no diário de campo da pesquisadora, quanto às expectativas ou objetivos, referiam-se às aspirações particulares na execução de atividades pensadas pelo grupo utilizando o respectivo material.

O grupo G2, também se preocupou em exprimir a qualidade física do material e apresentou uma ideia confusa acerca da reflexão sobre potencialidades do material quando relata “*O material tem grande qualidade e muitos recursos por ter uma ampla flexibilidade*”.

E o grupo G3 identificou algumas potencialidades que o aluno tem que ter para compreender o material e não propriamente possibilidades ou limitações que o material apresenta para o ensino e aprendizagem da matemática.

d) O material analisado é de potencial complexo, pois o aluno tem que ter um conhecimento básico de geometria planificada para desenvolver, definir ou identificar qual a figura original e derivadas, e desenvolver a visão espacial.

Inclusive, um dos materiais explorados pelo grupo G2 gerou bastante polêmica entre os participantes quanto aos conceitos matemáticos pretendidos pelo fabricante, em conformidade com o nome dado ao material, o “Conjunto das áreas e potências”. Consideraram que foi muito confuso, porém desafiante a exploração daquilo que não estavam compreendendo para quê e como usá-lo:

00:06:00

Hugo: *Foi o material mais legal de todos [risos], tô brincando [risos]. Não, foi interessante de certa forma. Foi assustador.*

Gyani: *Um pouco complexo, mas interessante.*

Fábio: *Vai se familiarizando.*

Eva: *Desafiador, né?*

Hugo: *Isso, isso.*

No relato escrito (registro) de como o grupo realizou a livre exploração desse material, não foi possível identificar, de forma mais detalhada e elucidativa a respeito da confusão e a perturbação causadas pelas descobertas ou dúvidas na utilização do material, porém durante a conversa gravada por áudio e pela observação da pesquisadora, verificamos o desconforto que o material causou quanto ao seu nome que sugeria o estudo de áreas e potências.

O grupo permaneceu durante boa parte do tempo da exploração livre fixado na ideia de compreender como utilizar o material com os conteúdos pré-definidos no emblemático nome, conforme Figura 11, com pouca discussão sobre outras possíveis abordagens com o mesmo, como: classificações das figuras geométricas que compunham o conjunto de peças e relações entre essas figuras.



Figura 11: Grupo G2 observa a tampa da caixa durante a exploração livre do material.

Preocuparam-se em qual o objetivo do material e como usá-lo a partir do nome dado, como apontam nas seguintes falas:

00:10:53

Gyani: *A gente fez um monte de coisa que só serviu no final [risos de todos].*

O final é pra descobrir pra que serve.

Hugo: *Eu acho que esse final que a gente pegou é de descobrir na verdade pra que que é o material mesmo.*

Gyani: *E o que que a gente descobriu?*

Hugo: *A gente descobriu, adiantou, mas mesmo assim a gente tem outras ideias pra usar.*

Entretanto, percebemos que apesar da dúvida e certa frustração pela procura de uma determinada e “única” forma de usar o material, entenderam que o material poderia sim, ser usado pra investigar outros conceitos matemáticos, aproveitando as diferentes peças disponíveis no conjunto.

Em geral, os licenciandos não discutiram efetivamente sobre a real potencialidade e/ou fragilidade dos materiais, de acordo com a falta de entendimento que os próprios tiveram para compreendê-los. Diante disso, enfatizamos o que Kaleff (2016) classifica como responsabilidade do docente: de ter domínio de procedimentos interdisciplinares de maneiras de trabalhar os materiais com os alunos para o sucesso de uma aprendizagem significativa. Portanto, torna-se imprescindível conhecer nos recursos didáticos manipuláveis físicos, ou mesmo virtuais, características que os identifiquem como bons ou não para a abordagem de um ou outro conceito. Ressaltamos duas dessas características que poderiam ter sido melhor avaliadas nas explorações:

Apresentar fidelidade matemática na modelagem e na representação dos conceitos e relações matemáticas a serem exploradas, ou seja, modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível;

[...] ser auxiliar para a abstração matemática, ou seja, proporcionar ajuda para fundamentar e facilitar um caminho ao raciocínio abstrato lógico-dedutivo. (KALEFF, 2016, p. 59).

Diante desse contexto, não encontramos argumentos que caracterizassem as potencialidades dos materiais, nem tão pouco a identificação de critérios coerentes para selecionar um bom material manipulável. Fica evidente, de acordo com Passos (2012), a necessidade de tais critérios serem abordados, refletidos e discutidos durante a formação inicial de professores, buscando integrar teoria e prática no ensino da matemática.

5.4.3 Terceira tarefa: exploração complementar

Após a aplicação e realização das Tarefas 1 e 2, a última ficha aplicada, conforme o roteiro sugerido, foi da Tarefa 3 (Apêndice A) que é uma tarefa específica, com questões elaboradas para cada material, abrangendo conhecimentos matemáticos que podem ser explorados a partir da estrutura do respectivo material manipulável.

Essa tarefa tem como objetivo complementar e/ou incitar novas reflexões para o uso do material. Bem como, auxiliar na estruturação de alguns aspectos sobre o material ou conteúdos matemáticos que possam ter sido pensados ou não durante as explorações anteriores.

As fichas elaboradas para cada material são compostas por, pelo menos, duas questões com subitens que versam sobre agrupamentos e classificações que auxiliam na integração dos aspectos físicos com os cognitivos inerentes ao manipulável e questões envolvendo conteúdos matemáticos que podem ser descobertos e explorados a partir das transformações possíveis do material.

Todas as questões, referentes a cada material explorado pelos grupos, foram respondidas sem questionamentos. Não apresentaram dúvidas nem no texto das questões ou mesmo em relação aos conteúdos trabalhados e a tarefa foi realizada em pouquíssimo tempo, cerca de 20 minutos.

Os licenciandos mostraram-se muito curiosos com as questões e interessados na construção do argumento ou raciocínio para respondê-las corretamente, o que motivou a trabalharem nas respostas de forma colaborativa, em cada grupo.

Não obtivemos questões sem respostas, percebemos que o nível foi adequado à proposta, nem fácil e nem difícil, de forma que contribuísse para novas reflexões, experimentações complementares à exploração inicial e motivação para conhecer e estudar mais sobre o material e sua aplicação.

Nos dois primeiros encontros, em que puderam escolher o material, os grupos G1 e G3 realizaram a terceira tarefa com os materiais guardados nas caixas, isto é, não manusearam mais para a verificação das respostas. Justificamos que isso ocorreu por conta, segundo Kindel e Oliveira (2017), da elaboração mental que os estudantes adquiriram na representação de conceitos com o material durante o tempo de livre interação com o mesmo e também pelas anotações realizadas enquanto examinavam os materiais, em que organizaram os dados e as possibilidades percebidas, suficientes pra elaborarem as respostas dessa tarefa.

Os estudantes ao manipular constantemente, constroem estratégias de “pensar com” e se libera do uso do material e trabalha com a imagem construída sobre ele. A manipulação, antes física, transforma-se em manipulação por meio da linguagem do “falar sobre”. [...] As questões levantadas sobre o material passam a ter mais destaque que o próprio material. Porém, em novas questões, ou quando se depara com alguma dificuldade o estudante poderá retornar ao material, inclusive se for o caso o

retorno a sua manipulação física. (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 70, grifo das autoras).

Em conformidade com essa situação, verificamos que a atividade viabilizou a apreensão das estruturas subjacentes ao manipulável, que segundo Dienes (1975), trata-se da descoberta dos laços de natureza abstrata que existem entre os elementos do material, e através da representação visual, permitiu falar daquilo que abstraíu, olhando de fora dele, mas refletindo a respeito e a partir dele.

A necessidade de retornar à manipulação física do material foi o caso vivenciado pelo grupo G2. O grupo cumpriu a Tarefa 3 de cada material escolhido, examinando com o material as questões propostas. Por exemplo, com o Conjunto das áreas e potências, o primeiro material explorado, que gerou certo desconforto na busca por um objetivo para o uso do mesmo, o grupo ficou surpreso com as questões, consideradas simples diante das reflexões e dúvidas que tiveram, porém coerentes para utilizá-lo. Relataram que “viajaram na exploração livre e não perceberam a *real potencialidade* do material” (diário de campo, grifo nosso).

O mesmo grupo, com outro manipulável, a Caixa de equivalência de frações, também retornou ao manuseio do material para experimentar e responder as questões da tarefa e demonstraram muito entusiasmo pelas descobertas, conforme descrevemos na avaliação das Tarefas 1 e 2 nos tópicos anteriores. Inclusive, nessa etapa, continuaram explorando e redescobrimo possibilidades, como destacamos a resposta do terceiro item da segunda questão da tarefa e comparamos com a conversa no áudio:

2. Explorando e operando com equivalências, usando os círculos
c) Considerando o círculo inteiro (figura branca), ilustre dois exemplos de preenchê-lo usando partes diferentes, ou seja, que as partes não sejam todas iguais, mas pode repetir algumas partes.

Respostas: $1/2 + 1/4 + 2/8$ e $1/4 + 1/5 + 3/10 + 2/8$

Pelas respostas dadas percebemos que após testarem a primeira, um dos integrantes considerou fácil e quis modificar trocando a fração $1/2$ por mais frações (peças), o que lhe parecia mais instigante.

00:11:33

Hugo: *Depois eu vou fazer um mais sinistro que esse. Só vou tirar o um meio e vou botar um mais sinistro que esse.*

00:12:08

Hugo: *Um quarto, um quinto, três décimos e dois oitavos.*

Gyani: *Bora preencher o círculo.*

Hugo: *Legal, né?*

Gyani: *Show! Pô, aí.*

Durante a realização da Tarefa 3 dos Blocos lógicos, material explorado pelos três grupos, conforme explicamos no item 5.3.3, destacamos que, de modo unânime, respondendo às duas primeiras questões sobre os atributos dos blocos, foi que os licenciandos perceberam que todas as peças são únicas, isto é, cada peça é diferente de outra por um ou mais atributos e se mostraram surpresos por não terem identificado essa característica do material na exploração livre que realizaram. Porém, considerando que os licenciandos não realizaram a Tarefa 2, que implicava no registro e reflexão sobre a exploração livre, a aplicação da terceira tarefa foi apropriada para reforçar o que Lorenzato (2012) afirma, que a efetiva aprendizagem não é garantida pela realização em si de atividades manipulativas ou visuais, faz-se necessária a atividade mental, por parte do aprendiz.

Ressaltamos que o fator principal pela escolha dos Blocos e a realização dessa tarefa foi oportunizar aos licenciandos uma vivência para outra possibilidade de uso dos materiais manipuláveis. Ou melhor, como pressupõem Kindel e Oliveira (2017), a possibilidade de criar um jogo com o manipulável, além de propor tarefas usuais.

Entendemos o jogo como uma situação didática que aproxima e fortalece as relações aluno-aluno e aluno-conhecimento, apresentando relevante valor educacional. Porém, concordamos com Vale (2002), que mais do que o jogo em si é a capacidade do professor de dinamizar atividades de investigação a partir dele e provocar discussões que levam a novas aprendizagens, a novas representações matemáticas e refletir o jogo não somente como uma vertente lúdica para o ensino da Matemática.

O jogo proposto como última questão da terceira tarefa dos Blocos Lógicos foi um dominó, isto é, fazer uma sequência com as peças seguindo regras conforme propriedades inerentes aos Blocos. Na primeira rodada a regra sugerida foi que cada peça colocada na sequência, consecutivamente, tivesse apenas um atributo diferente em relação à peça anterior e na segunda rodada, a regra foi modificada por sugestão dos estudantes, passando pra uma semelhança apenas e três diferenças, conforme Figuras 12 e 13, respectivamente:

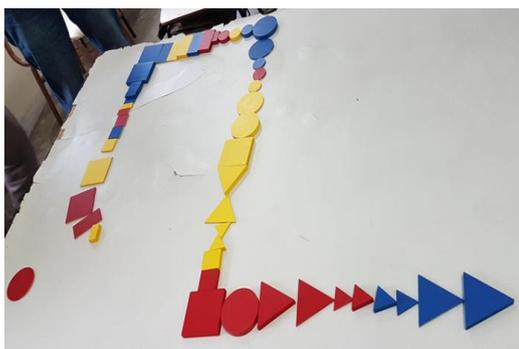


Figura 12: Primeira rodada do dominó.



Figura 13: Segunda rodada do dominó.

Os grupos permaneceram muito envolvidos no jogo e voltados para a análise das características do material. A atividade concretizou-se como mais um momento, em que puderam repensar qualidades, apontadas por Dienes (1975), necessárias à adaptação do material, tal como: a percepção das restrições e das regularidades impostas à situação, conseqüentemente, do material manipulável e que contribuem como meio psicológico para as abstrações matemáticas implícitas. Para o autor, se pretendemos que estruturas matemáticas sejam apreendidas, temos de sugerir conjuntos de regras ou regulamentos aplicáveis a estruturas matemáticas correspondentes.

5.5 Licenciandos Avaliam o Roteiro

Para a avaliação das tarefas, os estudantes receberam um questionário (Apêndice G), que foi apresentado no último encontro do curso e para o qual não foi necessário se identificar. O questionário foi dividido em três partes que abordavam, respectivamente: sobre os materiais disponíveis no laboratório e as tarefas vivenciadas; o curso realizado a partir da aplicação do produto (roteiro com as fichas tarefas) e uma autoavaliação.

Embora, não tenha sido estabelecido um tempo limite para as respostas, os questionários foram devolvidos no máximo, em 30 minutos. E apenas um, dos três questionários enviados por e-mail para os que faltaram ao último encontro foi respondido. Com isso, obtivemos nove questionários para análise.

Para cada resposta reproduzida adiante, utilizaremos a seguinte referência: “Li”, em que L representa o licenciando e i variando de 1 a 9, que corresponde ao número dado ao respectivo estudante. As respostas foram transcritas, para o presente trabalho, sem alterações de qualquer ordem.

As questões da primeira parte objetivaram identificar se os estudantes sem a presença ou solicitação de professor ou mediador, ou seja, sozinhos, frequentariam o laboratório para conhecer os materiais manipuláveis; verificar a necessidade de fichas de orientação para a exploração dos materiais e se as tarefas vivenciadas no curso estavam adequadas para uso de cada material. Nessa parte todas as questões foram abertas e solicitavam uma justificativa.

Mais da metade dos estudantes inscritos, 67%, disseram que iriam ao laboratório mesmo sabendo que não teria um mediador para orientá-los. Entre eles, destacamos o (L6), que respondeu ‘talvez’, e outros dois (L3 e L4), que responderam negativamente, porém em suas justificativas não encontramos elementos que confirmassem a não ida e sim o fato de não saberem da existência de materiais pedagógicos para o ensino da matemática, ou mesmo a inexistência de um laboratório no polo.

L6: *“Talvez, se o material fosse divulgado. Pois, só tive conhecimento devido ao curso.”*

L3: *“Não, porque não sabia que o polo tinha laboratório de matemática e mesmo que soubesse não era do meu conhecimento que existia materiais para ser explorado.”*

L4: *“Não: por desconhecer a existência dos mesmos no pólo.”*

Entre os que afirmaram frequentar o laboratório mesmo sozinhos, as justificativas apontaram sobre a importância do material como uma forma de ajudar na compreensão do conteúdo das disciplinas de Matemática do curso de Licenciatura e para o futuro professor em sua prática pedagógica.

L1: *“Sim, possui uma variedade de jogos acessíveis a todos e de grande ajuda nas disciplinas da licenciatura de matemática.”*

L7: *“Sim, o laboratório é muito importante para o aprendizado da matemática ou outras disciplinas, triste é só agora no 3º período, descobrir esse laboratório, pelo menos não o descobri mais tarde.”*

L8: *“Sim. Acredito que um laboratório com módulo prático é essencial para o **aprendizado** e para o **ensino**.”* (Grifos nosso)

Entre os que disseram que não iriam sozinhos para o laboratório, o estudante L5 considerou ser importante a troca de experiência para o processo de ensino e aprendizagem.

L5: *“Não. Pois o objetivo no meu ponto de vista é o aprendizado através da troca de experiência. Claro que como futuro professor, penso que este contato com os materiais será de grande valia para meu trabalho e ganho para meus futuros alunos.”*

Apesar do licenciando perceber a importância de adquirir conhecimento para a sua prática docente, ele questiona o cenário pouco ou nada colaborativo que lhe é apresentado e revela a sua própria necessidade de uma aprendizagem compartilhada. Ou seja, “a autoaprendizagem é também um processo de *interaprendizagem*, porque se aprende com o outro, com o grupo, com os colegas” (PRETI, 2005, p. 17, grifo do autor).

Além do mais, assinalaram a conveniência da orientação ou acompanhamento de um profissional para mexer no que não se conhece e também apresentaram a falta de compreensão quanto ao uso dos materiais manipuláveis como auxílio para a aprendizagem, conforme as seguintes respostas:

L2: *“Não. Apesar de achar muito interessante eu não iria explorar os materiais sem algum tipo de indicação ou acompanhamento, mas pelo receio de mexer com coisas que não conheço.”*

L9: *“Não até [fazer/frequentar] o curso por não enxergar como eles podem agregar conhecimento.”*

As respostas expressas por L2 e L9, mostram o que Lorenzato (2012) defende, que mais importante que ter acesso aos materiais é saber utilizá-los corretamente, isto é, reconhecer o potencial didático de cada um. Afinal, “por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, de homem e de mundo, ou seja, existe subjacente ao material uma proposta pedagógica que o justifica” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 2).

Diante desse contexto, em um curso a distância semipresencial, é tão importante se pensar no acesso aos manipuláveis físicos quanto de que forma esse contato com os materiais pode gerar conhecimento. Embora, a ideia de que se possa ter apenas o controle de entrada e saída da sala e que pode ser feita por um funcionário do polo sem que seja, necessariamente, um professor ou mediador não resolve o problema manifestado por alguns licenciandos. De acordo com Kindel e Oliveira (2017), ficou confirmado que:

Não basta disponibilizá-los, é imprescindível a mediação do professor através de roteiros de exploração, questões e desafios sobre cada um dos materiais e, em alguns casos, questionamentos sobre as semelhanças e diferenças entre eles, ou seja, é preciso estabelecer relações entre os diferentes materiais, suas potencialidades e estabelecer um isomorfismo de ideias extraídas do seu uso. (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 69).

Pensando em toda essa situação, sobre o uso/exploração de materiais sem a presença de um professor/mediador, admitimos que um roteiro com fichas-tarefas para a exploração e reflexão acerca dos materiais, poderia colaborar. E por isso, perguntamos aos participantes: *"Você acha necessário ter fichas de orientação para a exploração dos materiais? Por quê?"*

Obtivemos “sim” em todas as respostas. Portanto, percebemos na justificativa de 3 (três), uma outra interpretação da pergunta realizada no questionário de avaliação. Ficou entendido que as “fichas de orientação” citadas seriam a descrição do material dada pelo fabricante (que vem na caixa do material), que indica quantidade de peças que compõem o material, faixa etária que pode ser manuseado sem riscos e outros detalhes afins.

Porém, nas demais respostas positivas sobre a necessidade de ter fichas, ressaltamos como justificativa apresentada: incentivo e auxílio para a manipulação de materiais desconhecidos e principalmente poder seguir uma sequência (roteiro) que oriente a exploração e desperte novas ideias de uso dos materiais.

L3: *“Sim. A elaboração sequencial das fichas de orientação nos deram uma visão melhor sobre como explorar o material.”*

L5: *“Sim. De acordo com a resposta anterior, para o caso de exploração sozinho do material, é necessário que uma ficha seja utilizada para nortear a exploração e a própria atividade em si.”*

Sobre as tarefas: *"As fichas de tarefas/atividades que você trabalhou durante o curso poderiam ser usadas para este tipo de orientação? Explique sua opinião"*. Os estudantes afirmaram que sim e justificaram de diferentes formas: o roteiro incentiva a exploração do material; as atividades propostas estimulam a criação de novas ideias; organizam e direcionam uma reflexão sobre o uso do material. Dentre as nove opiniões emitidas, destacamos duas, como exemplo:

L5: *“Sim. As fichas são extremamente importante para uma descrição previa do material, o que facilita sua utilização e até mesmo algumas reflexões sobre o que pode ser mudado. O registro é muito importante, até mesmo para o desempenho e objetivo a ser alcançado.”*

L9: *“Sim, pois ajuda no desenvolvimento com o material uma vez que também direcionam o que pode ser refletido sobre o material.”*

Na ficha de avaliação também foi solicitado que os licenciandos apontassem e comentassem, pelo menos, dois pontos positivos e dois negativos sobre as tarefas propostas e vivenciadas no curso e que são parte do produto.

Os pontos negativos levantados não se referiram, propriamente, às tarefas e sim, ao pouco tempo de realização das mesmas, que ocorriam dentro de um tempo previsto para o curso, que foi considerado de curtíssima duração, conforme verificamos no comentário de L8: *"Caso o curso ofertasse mais horas haveria possibilidade de um estudo mais detalhado."*

Entendemos que se referiram ao interesse em explorar todos os materiais e que não foi possível. Visto que cada grupo conseguiu explorar entre 20% a 25%, aproximadamente, do total de 15 tipos dos materiais disponíveis, conforme Quadro 12 (p. 57).

Salientamos que esse também foi o ponto mais citado na parte do questionário acerca da avaliação do curso. Na questão *"O que menos gostou do curso?"*, as recorrentes respostas foram: *a impossibilidade de trabalhar com todos os materiais [porque] o tempo de curso foi insuficiente.*

Com relação aos pontos positivos sobre as tarefas, assinalamos três aspectos considerados pelos licenciandos: a reflexão e estímulo à mudança no método de ensino; a reflexão sobre a sua futura prática profissional e uma nova abordagem sobre conteúdos matemáticos específicos.

Levando em consideração as reflexões sobre a futura prática pedagógica e uma metodologia de ensino, utilizando-se de diferentes recursos didáticos, foi afirmado por L9, que a orientação com as tarefas tornou possível *"trabalhar a criatividade de modo que um material que de início não signifique nada possa representar diversos conteúdos e facilitar a explicação deles"*. Nesse mesmo sentido, L2 afirmou que *"as tarefas incentivam a colaboração do material e procuram criar novas visões em cima do ensino utilizando o laboratório de matemática"*.

Conforme relato do estudante L7, verificamos que as respectivas tarefas com a exploração dos materiais, podem auxiliar na apreensão de conteúdos matemáticos já estudados, e isso pode ocorrer em diferentes níveis ou segmentos da educação.

L7: *"As tarefas propostas ampliaram minha compreensão em Geometria e ter conhecimento que os materiais do laboratório podem ser usados para qualquer nível escolar."*

Finalizando essa parte do questionário, procuramos verificar se os licenciandos, após conhecerem os materiais disponíveis no laboratório do polo se interessaram em buscar mais

informações sobre os materiais, tendo em vista que não foi possível manipular e conhecer, detalhadamente, todos os 15 tipos disponíveis no laboratório. Com a seguinte pergunta: *Você já fez alguma busca na internet sobre esses materiais? O que encontrou?*

Obtivemos 4 respostas "sim" e 5 "não". Duas respostas negativas foram justificadas por não conhecerem os materiais antes, por isso não haviam realizado qualquer pesquisa sobre eles. Contudo, nas respostas positivas, percebemos que a busca ocorreu depois do contato físico com os materiais, mesmo para aqueles que não foram explorados durante o curso, porém geraram curiosidade e interesse de conhecimento para uso como recurso didático em seus estudos acadêmicos e nas futuras práticas pedagógicas, conforme declara L5: *"Sim. Através da pesquisa pude encontrar vários recursos didáticos, que posso citar nos trabalhos enquanto licenciando e futuramente aplicá-los como professor para meus alunos."*

No item g do questionário, aberto para outras observações, os licenciandos reforçaram alguns aspectos já apontados anteriormente, como por exemplo: o pouco tempo para explorar todos os materiais do laboratório e a falta de divulgação da existência dos materiais no polo, assim como, a possibilidade e incentivo de estar, presencialmente, no polo.

L8: *"Caso o curso ofertasse mais horas haveria possibilidade de um estudo mais detalhado."*

L4: *"Na minha opinião está faltando mais divulgação do nosso laboratório do polo. Passar a promover alguns seminários, pois muitos alunos passariam a ter acesso."*

L5: *"Devido a correria do dia - dia, e o esforço que um curso de EAD exige, poderemos ter este momento para encontro no polo, o que para mim foi muito importante, acho que o polo poderia promover mais encontros como este para o enriquecimento do curso de Licenciatura em matemática."*

Ainda nas observações, um dos licenciandos comenta que as disciplinas de Instrumentação poderiam estreitar o contato com o acervo de materiais pela mediação presencial, bem como ampliar o uso do laboratório.

L2: *"O laboratório é muito interessante e atrativo, porém não há grande uso do mesmo, várias disciplinas poderiam ser melhor exploradas utilizando esses materiais, um bom exemplo é a própria Instrumentação do Ensino da Geometria que no momento encontra-se sem tutor presencial."*

Em conformidade com Rêgo e Rêgo (2012), o laboratório de matemática é importante para a formação de professores, pois permite que eles possam trabalhar e avaliar um recurso didático, reestruturando-o e buscando a compreensão de que a aprendizagem não reside em

sua estrutura física ou simplesmente na ação sobre ele, mas resulta do aprofundamento de reflexões sobre essa ação.

Segundo Souza (2014), o mediador (tutor) presencial é um agente de interação da EaD, em que o estudante procura para se aproximar das atividades propostas pela disciplina e, conseqüentemente, do polo. Isto é, “uma espécie de ligação entre a coordenação da disciplina e o aluno, onde o principal objetivo é a aprendizagem do aluno, tornando o que seria uma relação fria, inerente à modalidade, uma dinâmica mais próxima e pessoal” (SOUZA, 2014, p. 82).

A necessidade por outras formas de interação é mencionada por alguns estudantes na parte do questionário específica sobre o curso. Abaixo, transcrevemos todas as respostas a uma pergunta que, objetivamente, certificaram tópicos levantados no e para o presente trabalho.

O que você mais gostou no curso?

L1: A interação entre os jogos com os colegas, mostrando a significação do jogo na sala de aula.

L2: As formas que os materiais são apresentados.

L3: A metodologia, a forma de exploração foi muito construtiva.

L4: A interação com os companheiros e a nova experiência que absorvi em conhecimento.

L5: Gostei de maneira geral. Mas o que me chamou a atenção foi como mudou a minha visão à cerca de alguns materiais que eu achava que conhecia.

L6: A parte que podemos explorar os materiais, sem saber o objetivo inicial, isso nos permitiu ir além.

L7: Poder conhecer novos materiais e suas aplicações.

L8: A livre exploração dos materiais.

L9: A interação com as pessoas e o uso da criatividade para usar um material além do proposto.

Pelas respostas de L1, L4 e L9, identificamos que “num curso a distância, ou semipresencial como no CEDERJ a interação é, sem dúvidas, um ingrediente indispensável” (SOUZA, 2014, p. 53). Apesar dos aspectos positivos que a EaD proporciona como: a flexibilidade de tempo e ritmo para os estudos e a diminuição da presença física nas atividades que implica em não perder tempo com os deslocamentos contínuos, precisamos admitir que o contato face a face com professores e colegas ainda surge como um ponto a ser

melhor trabalhado tanto pelas instituições como pelos próprios sujeitos dessa modalidade de ensino.

No entanto, verificamos que mais da metade das respostas expressou positividade acerca da metodologia utilizada no roteiro de explorações, pois viabilizou novas reflexões e aprendizado, principalmente em relação à primeira e à segunda tarefa, conforme enfatizam Dienes (1975), Kindel e Oliveira (2017) e Lorenzato (2012), acerca do momento da exploração livre ser fundamental na adaptação e no vindouro uso de materiais manipuláveis, assim como para a construção do conhecimento matemático.

Para Turrioni (2004), a formação inicial do professor deve ser pautada por competências não só de ordem cultural, científica e pedagógica, mas também de ordem pessoal e social e constituída por novos domínios de ação e investigação.

Reportando-se à modalidade EaD, concordamos com Preti (2011), que a “distância” (física, geográfica) não deve ser o centro do processo, o foco deve ser a “formação”, principalmente na formação docente, visar a abordagem de uma educação interativa e com maior proximidade entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Vislumbramos que esse futuro professor de matemática, oriundo de um curso a distância ou presencial, seja um educador matemático, como nos orienta Kaleff (2016);

O educador matemático, ainda que deva ter uma boa fundamentação matemática, ele educa pela Matemática e não para a Matemática. Tem por objetivo a formação do aluno como ser humano criativo e não só como ser matemático, por isso, questiona qual matemática e que ensino são mais adequados e relevantes para uma profícua formação individual mais criativa, integrada às individualidades do sujeito, e voltada para a cidadania. (KALEFF, 2016, p. 49).

Para tanto, apontamos que um Laboratório de Educação Matemática (LEM) pode colaborar como agente de transposição para esse futuro educador matemático, que Turrioni (2004) o pressupõe como não apenas um transmissor de conteúdos, mas que admita uma nova postura de transformar os objetivos no ensino da Matemática em conteúdos a serem ensinados.

Diante de todo o contexto do trabalho realizado e analisado e das respectivas avaliações dos licenciandos participantes do curso, verificamos que a proposta do roteiro para estimular o uso dos materiais e exploração dos mesmos, foi proficiente, gerando curiosidade e interesse para prosseguir nos estudos em direção a uma reflexiva e criativa prática pedagógica de um futuro educador matemático.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O crescimento pela procura de cursos de graduação a distância, especialmente, os de licenciatura, vem consolidando cada vez mais essa modalidade de ensino no país. A Fundação CECIERJ, que atua no estado do Rio de Janeiro e administra o Consórcio CEDERJ praticante do ensino semipresencial, possui na maioria dos seus polos a oferta dos cursos de Licenciatura em Pedagogia e em Matemática, com objetivo de atender a demanda ocasionada pela falta de profissionais, principalmente, da educação, em regiões do estado que ficam distantes da região metropolitana ou de difícil acesso às grandes universidades públicas.

Embora, o avanço de estudos sobre a utilização de recursos tecnológicos ou virtuais, que ampliam as possibilidades e abordagens para o ensino da Matemática, não devemos e nem conseguiremos descartar totalmente o uso de recursos físicos, sejam manipuláveis ou não, até por que são esses materiais fisicamente palpáveis que auxiliam na visualização, e conseqüentemente, na elaboração dos elementos a serem investigados virtualmente.

Contudo, encontramos muitos estudos recentes acerca dos materiais manipuláveis em que os pesquisadores discutem sobre seus diferentes tipos: físicos ou virtuais, estruturados ou não, estáticos ou dinâmicos, e apresentam argumentos sobre o uso desses materiais não somente como atividade lúdica, mas especialmente pedagógica, como um válido recurso para o ensino da matemática em sala de aula.

Porém, acreditamos que para realizar uma conscienciosa escolha e uso de cada material, torna-se necessário passar pelo crivo do professor quanto às suas reais potencialidades e limitações e de como propiciar significativa aprendizagem matemática. Isso segue ao encontro das pesquisas que nos apontaram sobre a importância de discutir o assunto desde a formação inicial de professores de matemática e não deixar para a formação continuada. Sendo assim, defendemos a presença de um Laboratório de Ensino ou de Educação Matemática nas instituições formadoras dos futuros docentes, seja de curso presencial ou a distância.

Pois, percebemos que a grande maioria ou todos os casos estudados ocorreram em cursos presenciais e pouca ou nenhuma discussão sobre essa situação dos manipuláveis físicos e/ou laboratório nos cursos a distância ou semipresencial.

O levantamento de dados realizado na primeira etapa da pesquisa, que ocorreu em dois polos, Angra dos Reis e Paracambi, revelou-nos a existência de um acervo de materiais manipuláveis, de natureza física, sob a tutela desses polos. Alguns materiais encontrados nos laboratórios como: os Blocos lógicos, o Material dourado, o Tangram e os Sólidos geométricos são mais conhecidos, largamente produzidos com diferentes matérias-primas por vários fabricantes e possuem diversas abordagens virtuais com propostas de atividades pedagógicas, jogos, inclusive com modernas versões em aplicativos para *tablets* ou *smartphones*.

Entretanto, outros materiais desse acervo, apesar de possuir fins educacionais, não apresentam essa mesma diversidade de acesso, alguns são especificamente criados e produzidos por um único fabricante, como os conjuntos: do equilíbrio, de equivalência de frações, de áreas e potências.

Mesmo que as escolas não tenham materiais similares aos do CEDERJ, que estão disponíveis para uso, é interessante que os licenciandos manipulem, vivenciem os diferentes materiais como parte de sua formação inicial.

Portanto, neste trabalho de busca por respostas à questão que norteou nossa pesquisa: *que estratégias pedagógicas podem ser implementadas de modo que os licenciandos de um curso a distância, sem a presença de professores/mediadores nos laboratórios, podem conhecer e usar os materiais manipuláveis de natureza física como auxílio no progresso dos seus estudos e nas suas futuras práticas pedagógicas?*, objetivamos desenvolver um recurso didático para auxiliar na interação, especificamente, com esses manipuláveis disponíveis nos polos, e que esse recurso pudesse ser utilizado de forma autônoma pelos licenciandos do curso a distância semipresencial, de Licenciatura em Matemática da UFF, ou seja, utilizá-lo sem a necessidade da presença de professores ou mediadores pedagógicos e ainda que despertasse interesse e motivação para refletir sobre o uso responsável e crítico desses manipuláveis e demais recursos didáticos nas futuras práticas pedagógicas.

Atendendo a essa questão elaboramos um roteiro com fichas de tarefas que pudessem ser executadas de maneira independente, propiciasse descobertas e desenvolvesse conhecimentos didáticos sobre o uso dos materiais e sobre o ensino da matemática. Esse conjunto de fichas constitui o produto educacional e será disponível, inicialmente, nos polos envolvidos na pesquisa, Angra dos Reis e Paracambi.

As tarefas foram elaboradas levando em consideração os tipos de materiais encontrados nos laboratórios articulando-os, o quanto possível, com os conteúdos abordados nos cadernos didáticos das disciplinas de Instrumentação do Ensino da Geometria e do Ensino da Aritmética e da Álgebra. A partir de estudos, iniciamos com uma proposta de tarefa para adaptação aos materiais por exploração livre, seguida por duas tarefas que orientam ações reflexivas sobre a atividade manipulativa.

E para poder cumprir o objetivo geral desse trabalho, além de desenvolver o roteiro com as respectivas tarefas, implementamos a sua aplicação para um grupo de licenciandos dos dois polos supracitados para sentir a sua receptividade e avaliar a sua funcionalidade.

Pela análise dos dados coletados por gravações de áudio, questionários e diário de campo da pesquisadora, destacamos alguns aspectos relevantes na realização das tarefas. Na Tarefa 1, por não estarem acostumados com o trabalho de exploração e o hábito por aula expositiva, ficaram sem compreender de imediato a ideia de exploração livre. Mas, depois da primeira vivência, compreenderam a proposta, inclusive da importância de levá-la para as futuras práticas pedagógicas com o uso de materiais manipuláveis físicos, assim como qualquer outro recurso didático. A proposta da livre interação com o material foi bastante satisfatória quanto às expectativas de fazer descobertas e despertar a procura pelas suas possibilidades pedagógicas.

Na Tarefa 2, ficaram preocupados com o registro, com a linguagem, com possíveis erros que pensavam ter cometido durante a exploração livre, provavelmente da falta de hábito de fazer descrição e análise; a necessidade de saber o que colocar no registro, perguntavam muito o “que queria” que escrevessem, como deveria ficar o texto. Na Tarefa 3, não houve dificuldades em compreender as questões propostas, porém apresentaram muita preocupação, novamente com a linguagem para registrar as respostas e se essas estariam corretas e alguns licenciandos apresentaram dificuldades de conteúdo na realização dessa tarefa.

Todavia, as tarefas se mostraram exitosas e não vimos necessidade de reelaboração ou alterações no roteiro nem nas tarefas. Porém, ressaltamos que não foi possível aplicar as fichas para todos os 15 tipos de materiais, por motivo da curta duração do curso de extensão proposto para tal fim e também pelo exíguo tempo de pesquisa. De uma forma geral, os participantes avaliaram positivamente tanto a existência dos materiais disponíveis quanto à realização do curso.

Do nosso ponto de vista, sabendo que no momento não se dispõe de profissionais para acompanhar o laboratório ou oferecer cursos para que os estudantes aprendam a manipulá-los, pensamos que a disponibilização deste produto (Apêndice A) pode contribuir para estreitar o contato com os materiais. Para tanto, basta que os materiais estejam acessíveis e organizados propiciando uma sala ambiente, como um laboratório didático que instrumentalize os futuros docentes na utilização e na confecção de materiais didáticos para suas práticas pedagógicas.

Portanto, seria interessante que uma vez que o CEDERJ já possui um acervo variado, embora limitado, e que oferece cursos de formação de professores de Matemática e ainda de Pedagogia que se pensasse de fato ter um Laboratório de Educação Matemática (LEM) como na acepção de Turrioni (2004), constituído como um ambiente de discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos e contribua para a profissionalização e para a iniciação em atividades de pesquisa. Ou seja, fomentar um espaço, que além de guardar material, apresente sugestões de atividades e roteiros pedagógicos que possam atrair visitantes da comunidade acadêmica e/ou da educação básica.

A existência de um LEM favorece a formação de um professor criativo, curioso, visto que para trabalhar com materiais manipuláveis sempre se conhece o ponto de partida, o material, mas jamais os caminhos percorridos por quem explora, muito menos o ponto de chegada.

A pesquisa desvelou ainda a carência de cursos fora da matriz curricular obrigatória que possa contribuir para a sua formação, o que justificaria a indicação de oferecer mais eventos (cursos, oficinas, seminários, palestras) visto que os polos em questão se encontram distante da capital, que geralmente é o lugar em que há maior concentração de instituições de ensino e museus ou outros espaços de formação acadêmica e cultural.

Outra questão levantada pelos licenciandos foi a respeito da não divulgação da existência dos materiais e/ou laboratório nos respectivos polos pesquisados. Vislumbramos que as disciplinas de Instrumentação do Ensino possam divulgar, explorar, usar e até mesmo ampliar esse acervo de materiais, porém seria necessário que essas disciplinas tivessem mediadores presenciais para acompanhar e potencializar a interação com os materiais e com o laboratório.

Considerando que a aplicação do produto, roteiro e tarefas, ocorreu por um curso de extensão presencial, cuja justificativa apresentamos no capítulo 3 (item 3.3.2), sugerimos que novas pesquisas se realizem dando continuação a essa iniciativa para saber se foi efetiva. Ou

seja, se o produto foi satisfatório e a forma organizada estimula uma situação para os alunos usarem o laboratório sozinhos e sem a constante presença de professor ou mediador.

Finalizamos, com a certeza de que a experiência vivenciada e todo estudo apreendido para esse trabalho, acrescentou-nos muitíssimo, profissionalmente e pessoalmente, por isso compartilhamos da alusão de um grande educador matemático.

“A função do professor é a de um associado aos alunos na consecução da tarefa, e conseqüentemente na busca de novos conhecimentos. Alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo.”
(D’AMBROSIO, 1996, p. 90)

7 REFERÊNCIAS

BAIRRAL, Marcelo Almeida; SILVA, Miguel Angelo da. **Instrumentação do Ensino da Geometria**. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 2 v.

BERTONI, Nilza Eigenheer; GASPAR, Maria Terezinha Jesus. Laboratório de ensino de matemática da Universidade de Brasília: uma trajetória de pesquisa em educação matemática, apoio à formação do professor e interação com a comunidade. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 135-151.

BIELSCHOWSKY, Carlos *et al.* **Fundação Cecierj: ontem, hoje e amanhã**. Rio de Janeiro: Carlos Bielschowsky, 2018. Disponível em: <https://canalcederj.cecierj.edu.br/recurso/17142>. Acesso em: 24 jan. 2019.

BRASIL. Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 20 nov. 2018.

_____. Decreto nº 5.800, de 08 de junho de 2006. Dispõe sobre o Sistema Universidade Aberta do Brasil – UAB. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2006. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Decreto/D5800.htm. Acesso em: 20 nov. 2018.

_____. Decreto nº 9.057, de 25 de maio de 2017. Regulamenta o art. 80 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/_Ato2015-2018/2017/Decreto/D9057.htm. Acesso em: 20 nov. 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DIENES, Zoltan Paul. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. Tradução: Maria Pia Brito de Macedo Charlier, René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU, 1975.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. SP: Boletim SBEM, n. 7, jul./ago. 1990.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 36. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói, RJ: CEAD / UFF, 2016.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland; ROSA, Fernanda Malinosky Coelho. A habilidade da visualização frente à sala de aula de Matemática. *In:* KALEFF, Ana Maria M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói, RJ: CEAD / UFF, 2016, p. 27-40.

KINDEL, Dora Soraia; OLIVEIRA, Rosana de. O uso de materiais manipuláveis na alfabetização Matemática. *In:* MAIA, Madeline G. B.; BRIÃO, Gabriela F. (Org.). **Alfabetização matemática:** perspectivas atuais. Curitiba, PR: CRV, 2017, p. 61-81.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In:* LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 3-37.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas 2003.

OLIVEIRA, Rosana de; KINDEL, Dora Soraia. **A formação de professores que ensinam matemática na educação básica:** outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis. *In:* ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2015, São João del-Rei.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglione. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In:* LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 77-92.

POWELL, Arthur; BAIARRAL, Marcelo Almeida. **A escrita e o pensamento matemático:** interações e potencialidades. Campinas, SP: Papirus, 2006.

PRETI, Oreste. **Educação a distância e globalização:** desafios e tendências. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Brasília, v. 79, n.191, p. 19-30, jan./abr. 1998.

_____. Autonomia do aprendiz na educação a distância: significados e dimensões. *In:* PRETI, O. (Org.). **Educação a Distância:** construindo significados. Cuiabá: NEAD/UFMT, 2005. Disponível em: <http://lcc-ead.nutes.ufrj.br/constructore/objetos/obj14674.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2018.

_____. (Org.). **Educação a distância:** fundamentos e políticas. 2. ed. Cuiabá: EdUFMT, 2011.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In:* LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 39-56.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. **Laboratório de Educação Matemática na Formação de Professores**. Curitiba, PR: Appris, 2015.

SILVA, Ana Lúcia Vaz da *et al.* **Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2005-2010. 3 v.

SOUZA, Robson Marques de. **Formação inicial de professores a distância no polo CEDERJ/UAB Paracambi**: uma análise na licenciatura em matemática. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

SOUZA, Robson Marques de; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Acessar ou Interagir? Uma Análise em Disciplinas da Licenciatura em Matemática no CEDERJ. **EaD em Foco: Revista Científica em Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, v. 6, n. 3, 2016, p. 39-49. Disponível em: <http://eademfoco.cecierj.edu.br/index.php/Revista/article/view/356>. Acesso em: 22 jan. 2018.

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 57-76.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O Laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VALE, Isabel. **Materiais manipuláveis na sala de aula**: o que se diz, o que se faz. *In*: APM (Eds.), Actas do ProfMat 99, Lisboa: APM, 1999, p.111-120.

_____. **Materiais Manipuláveis**. Lisboa, 2002. Disponível em: https://www.academia.edu/6307061/Materiais_Manipulaveis. Acesso em: 16 fev. 2019.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. **Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria**. Boletim GEPEM, n. 65, p. 3–16, jul./dez. 2014.

APÊNDICES

A - O Produto Educacional

B - Imagem de cada material manipulável disponível no laboratório em ARE

C - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

D - Cartaz de divulgação do curso de extensão no polo ARE

E - Ficha de inscrição para o curso de extensão no polo ARE

F - Questionário de sondagem individual

G - Ficha de Avaliação (individual)

APÊNDICE A – O PRODUTO EDUCACIONAL

Apresentamos a seguir as Tarefas que compõem as fichas para o produto:

TAREFA 1: EXPLORAÇÃO LIVRE

Escolha um dos materiais disponíveis.

Agora, explore-o. Você pode fazer montagens, classificações, enfim, a ideia é brincar e criar o que quiser, enquanto manipula o material.

Refleta e divirta-se com o material escolhido.

TAREFA 2: EXPLORAÇÃO ORIENTADA

Passado SEU tempo de exploração e reconhecimento sobre o material selecionado, sigamos para uma nova etapa, a *reflexão com uma descrição* das impressões sobre o material.

Faça um registro do que fez e das suas descobertas sobre o material. Este registro pode ser uma redação, um relatório e procure incluir imagens por desenho(s) ou foto(s). No seu texto, procure contemplar os seguintes itens ou questões:

- a) uma identificação do material escolhido, pelo seu nome e/ou imagem;
- b) descrever o que fez e como: qual a montagem, criação ou classificação;
- c) Identificou algum conteúdo matemático que pode ser abordado com o material?

Qual(is)?

d) Você saberia dizer em que ano de escolaridade ou segmento da educação você o usaria?

e) Como você avalia sobre a potencialidade do material? Comente sobre algumas características (físicas e outras que considere), ou seja, pontos positivos e negativos do material.

O texto não precisa ser descrito item por item, pode ser um texto corrido, contemplando os pontos destacados e pode incluir ou complementar com outros itens a seu critério, enriquecendo o registro das suas reflexões.

TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

Nesta tarefa apresentamos poucas e simples questões que não esgotam o potencial de cada material, pensadas para que possam ser realizadas individualmente ou em grupo, estimulando a realização de forma autônoma com base na autoaprendizagem.

Caracteriza-se por ser complementar às tarefas anteriores, contribuindo para novas descobertas e reflexões para as futuras práticas pedagógicas.

BLOCOS LÓGICOS

UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

Associam o surgimento dos Blocos Lógicos ao matemático húngaro Zoltan Paul Dienes por ter elaborado um método para exercitar a lógica e desenvolver o raciocínio abstrato. Dienes na década de 1950, demonstrou que as crianças de 5 anos poderiam chegar a um pensamento lógico mais elevado através do uso de material concreto, bem adaptado à sua idade.

Os Blocos Lógicos apesar de extremamente utilizados nas classes de Educação Infantil, ainda não têm todas as suas formas de exploração conhecidas, visto que, bem articulada permite um desenvolvimento aprimorado do raciocínio lógico, edificando uma estrutura sólida para as demais aprendizagens.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Blocos_logicos

1. Agrupando e Classificando.

O material pode ser agrupado de diferentes formas.

- Se as peças forem separadas por cor, quantas e quais são as cores de cada grupo?
- E se forem separadas por forma?
- E quantos tamanhos diferentes existem?
- Quais espessuras possuem as peças de cada grupo?
- Considere todas as peças e separe-as por tamanho ou espessura. Quantas peças possui cada grupo encontrado após a separação?
- Com as respostas dos itens anteriores, complete a tabela a seguir:

Atributos	Cor	Forma	Tamanho	Espessura
Valores (nomes)				

2. Refletindo sobre o material

- Pegue dois blocos que apresentem duas diferenças entre eles;
- Pegue dois que apresentem três diferenças entre eles;
- Pegue outros dois blocos com quatro diferenças
- Pegue outros dois que possuam cinco diferenças.
- Foi possível fazer todos os pares solicitados? Justifique.

3. Pensando em sequências

Vamos jogar? Dominó de uma diferença com blocos lógicos.

Material necessário: uma caixa de blocos lógicos.

Regras do jogo ou da sequência:

- escolha uma peça para começar;
- a próxima peça a ser colocada ao lado da peça anterior deverá ter apenas uma única diferença, ou seja, como os blocos têm quatro atributos, a próxima peça para formar a sequência precisa ter três atributos iguais e apenas um diferente;
- o jogo ou a sequência termina quando todas as peças tiverem sido colocadas na mesa, ou quando não for mais possível continuar.
- Caso esteja em grupo, vence o jogo quem ficar sem peças, ou seja, colocar todas que possui na sequência. Ou vence quem ficar com menos peças.

Pense em mudar alguma(s) regra(s) no jogo ou sequência: o que você mudaria ou incluiria? Por quê?

CAIXA TÁTIL

1. Tateando e desvendando os sólidos

Essa caixa é composta por pequenos e vermelhos sólidos geométricos de madeira e cada sólido apresenta três tamanhos (volumes) diferentes.

- a) Colocar alguns desses sólidos na caixa, ou solicitar que outra pessoa coloque-os sem que você veja; ponha uma das mãos no interior da caixa e escolha um dos sólidos para tatear.
 - Descreva algumas características do sólido escolhido, considerando sua(s) base(s), faces laterais, formato, volume e outras;
 - Usando papel e lápis, desenhe uma ou mais faces do sólido que você tateou;
 - Qual o nome do sólido tateado? Você consegue desenhá-lo sem retirá-lo da caixa? Tente um esboço.

2. Misturando os materiais

Você pode usar outros materiais para colocar na caixa e realizar a Atividade 1: algumas peças dos blocos lógicos, do Tangram, do Mosaico, ou ainda os sólidos verdes, que compõem a Caixa Visual.

- a) Usando os blocos lógicos, por exemplo, quais características poderiam ser identificadas pelo tato? Existe alguma(s) característica(s) desse material que não seria possível identificar pelo tato?

- b) Pense em outro material que poderia ser colocado na caixa para tatear e ser desvendado a partir de suas características táteis. Qual seria o material? E como seriam suas características, possíveis ou não, de serem exploradas pelo tato?

CAIXA VISUAL DE REPRESENTAÇÕES GEOMÉTRICAS

ENTENDENDO A CAIXA

Pegue a caixa desse material:

- 1- Retire, na parte superior da caixa, suas tampas de madeira e de vidro;
- 2- Observe que nas laterais da sua região interna, existem duas saliências de madeira (uma em cada lateral), que serve de suporte para apoiar uma das tampas, a de madeira ou a de vidro (a escolher) e formar um 'andar' no seu interior. Apoie a tampa escolhida nesse local;
- 3- Feche a parte superior da caixa com a outra tampa.



1. Entendendo os sólidos (usando o conjunto de sólidos verdes de madeira)

- a) Separe os sólidos, em dois grupos. Explique qual foi o critério que usou na separação.
- b) Existem outras formas de separação dos sólidos, em 2 grupos? Qual(is)?

2. Vendo os sólidos

Agora, coloque um sólido dentro da caixa, no andar criado pela tampa de madeira ou de vidro, escolhendo uma posição para apoiá-lo e vamos estudar as "vistas" desse sólido.

Perceba que existem furos nas laterais e na parte superior da caixa. Para a visualização em cada um dos furos, sugerimos que feche os demais furos para escurecer a parte interna da caixa.

- a) Escolha um furo pra visualizar o sólido e desenhe o que vê;
- b) Essa vista é frontal, lateral ou superior?
- c) A partir dessa parte que visualiza, consegue desenhar (ou descrever) o sólido que está no interior da caixa? Por quê?
- d) Escolha outro sólido e repita a atividade ou explore as demais vistas do mesmo sólido e suas características.

CONJUNTO DAS ÁREAS E POTÊNCIAS

1. Agrupando e Classificando.

As peças podem ser agrupadas de diferentes formas.

- a) Se as peças forem separadas por cor, quantas e quais são as cores de cada grupo?
- b) E se forem separadas por forma, quais são?
- c) Separe as figuras verdes do conjunto. Quais e quantas são as figuras com a mesma forma?

2. Explorando potências e áreas com os quadrados

- a) Utilizando o quadradinho amarelo como unidade de medida de área (u.a.), verifique e responda:
 - Qual a área do menor quadrado verde? Ou seja, quantos quadradinhos amarelos "cobrem" o menor quadrado verde?
 - Qual a área do segundo menor quadrado verde? E do terceiro menor?

- b) Utilizando o triângulo amarelo como unidade de medida (u.a.), verifique e responda:

- Quantos triângulos amarelos cabem num quadradinho amarelo?

Qual a área do menor quadrado verde? Ou seja, quantos triângulos amarelos "cobrem" o menor quadrado verde?

- Qual a área do segundo menor quadrado verde? E do terceiro?

3. Comparando as unidades de área

- a) Sem conferir com o material, podemos determinar a área do maior quadrado verde usando as duas unidades consideradas (triângulo e quadrado amarelo)?
- b) Existe alguma relação entre essas duas unidades de medidas de área? Qual (is)?
- c) Considere os quadrados verdes numerados de 1 a 10, do menor para o maior, e complete a tabela abaixo:

Unidade de área	Número (nome dos quadrados verdes)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrado amarelo										
Triângulo amarelo										

4. Explorando potências e áreas com outras figuras

Escolha uma ou mais peças do conjunto, diferentes dos quadrados explorados nas questões 2 e 3.

- Utilizando o quadrado e/ou triângulo amarelo como unidade de medida de área (u.a.), cubra a superfície de cada peça e identifique, pelo menos, duas relações com essas unidades de medida (u.a.).
- Descreva as relações observadas, informando quais foram a(s) peça(s) escolhida(s). Use desenho ou esquema.

CONJUNTO DE EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES

O conjunto trata-se de um mini armário composto por 6 gavetas, contendo em cada gaveta um conjunto de 6 figuras planas fracionadas e/ou unitária para equivalências entre si.

1. Identificando as figuras e suas partes

a) Faça uma tabela, identificando todas as figuras que aparecem nas gavetas com suas respectivas partes.

2. Explorando e operando com equivalências

➤ Usando os círculos:

a) Pegue a metade do círculo e verifique quantas e quais são as partes do círculo (frações equivalentes) que preencheriam essa metade.

b) E com dois terços do círculo, quantas e quais são as partes do círculo (frações equivalentes) que preencheriam essa fração?

c) Considerando o círculo inteiro (figura branca), ilustre dois exemplos de preenchê-lo usando partes diferentes, ou seja, que as partes não sejam todas iguais, mas pode repetir algumas partes.

➤ Usando os quadrados:

a) Pegue duas peças de $\frac{1}{10}$, ou seja, $\frac{2}{10}$ para sobrepor uma única peça. Qual seria essa peça?

b) Escolha outras duas partes iguais e faça a mesma composição. Escreva como ficou a sua comparação.

c) Seria possível sobrepor uma única peça com três ou mais partes iguais? Exemplifique.

d) Usando duas ou mais partes diferentes entre si, é possível sobrepor uma única peça? Justifique com exemplo(s).

CONJUNTO DO EQUILÍBRIO

O Conjunto do equilíbrio é um kit que contém potes, pesos e balanças de dois pratos.

1. Calculando pesos, usando a balança de dois pratos

O kit é composto por 5 pesos em MDF na cor verde, em formato de blocos retangulares, com referências do 1 ao 5, variando do mais leve ao mais pesado, respectivamente.

a) Descubra a relação entre os pesos, comparando-os com o peso de referência 1 (P_1):

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5

O conjunto possui 14 potes pequenos com legenda alfabética (incógnita) de A até N e 6 potes grandes com legenda de O até T, totalizando 20 potes que têm pesos diferentes.

b) Escolha 3 potes e encontre o peso de cada um. Quais foram os pesos encontrados? Explique como fez.

2. Equilibrando em função de P_1

Quanto deve pesar cada pote, em função de P_1 , para que a balança permaneça em equilíbrio?

$$2P_2 + M = 6P_3$$

$$A + B = P_1 + P_4$$

3. Desequilibrando

a) Qual o peso de Q?

$$Q < 3P_5 + 5P_3$$

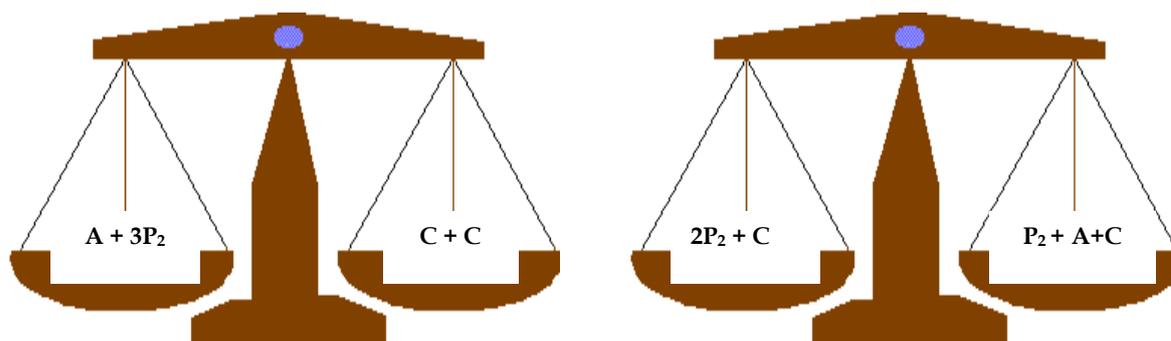
b) Qual o peso de D + E?

$$D + E > 2P_2 + P_1$$



4. Desafio (Adaptado da atividade 3 da Aula 23*)

Sabendo que a balança está em equilíbrio nas duas maneiras, representadas a seguir, descubra a relação que existe entre os pesos dos potes C e A.



*SILVA, Ana Lúcia V. da, et al. *Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra*. V. 3. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 58-61.

FRACSOMA

1. Equivalência de frações

- Monte com as peças, três exemplos de equivalência a $1/2$.
- É possível montar, com as peças disponíveis do material, três exemplos de equivalência a $1/3$? Por quê?
- É equivalente a $1/5$? Quantos exemplos podem-se obter com as peças?

2. Somando e subtraindo

- Represente com as peças do fracsoma as seguintes operações com frações e use o desenho para registrar a solução e explicar como resolveu cada operação usando o material.

$$1/2 + 1/3$$

$$1/2 - 1/3$$

$$1/4 + 2/3$$

$$1/2 - 2/5$$

- Existe somente uma possibilidade de resolver essas operações com o material? Justifique.
- Crie uma conta que possa ser desenvolvida com as peças do fracsoma.

MATERIAL DOURADO

UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

O Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com matemática.

Montessori foi a primeira mulher a graduar-se em medicina na Itália, em 1896, pela Universidade de Roma.

O nome "Material Dourado" vem do original "Material de Contas Douradas". Em analogia às contas, o material apresenta sulcos em forma de quadrados.

Fonte: <http://labemfeuff.blogspot.com/2012/08/maria-montessori-e-o-material-dourado.html>

1. Potências douradas

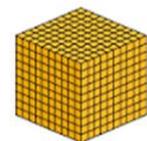
- a) Veja, organizamos 4 cubinhos em forma de um "quadrado"
Organize outros "quadrados" com os cubinhos.



Quais os números que podem ser organizados na forma de um "quadrado"? Explique que números são esses.

- b) Com 1000 cubinhos é possível montar um cubo maior, que chamamos de 'cubo grande' no material dourado.

Quantos e quais são os números que podem ser organizados na forma de um cubo, até o cubo grande (1000)? Experimente usando o material e responda se conseguiu montar todos.



1000

2. Pense, crie uma atividade.

Descreva sua proposta de atividade, o conteúdo previsto de ser explorado e o ano de escolaridade que pode ser usada.

Outras atividades com material dourado, ver Aulas 3 e 4.*

*SILVA, Ana Lúcia V. da, et al. *Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra*. V. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 92-95.

MOSAICO

UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

Mosaico é possivelmente uma palavra de origem grega, *mousaikón*, "obra das musas". É uma modalidade de arte decorativa milenar, que nos remete à Antiguidade greco-romana, quando teve seu apogeu.

É um encaixe de pequenas peças de pedra, plástico, madeira, vidro, papel ou outros materiais, formando determinado desenho. O objetivo do desenho é preencher algum tipo de plano.

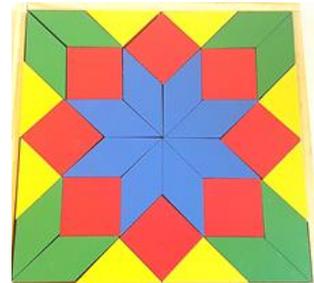
Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Mosaico>

1. Criando mosaicos

- a) Crie um mosaico, uma pequena faixa, com a quantidade de peças a sua escolha. Registre por desenho ou foto o seu modelo.
 - Seria possível ou não, repetir infinitamente, o seu modelo criado?

- b) Observe, na figura ao lado, que os losangos azuis estão em torno de um ponto.

- Dado o ponto A (abaixo), cubra toda a região em volta desse ponto, usando somente peças de mesma cor.
- Verifique a possibilidade de encontrar mais de uma solução com peças de mesma cor. Justifique a sua investigação.



A ●

2. Polígonos e ângulos

- a) Encontre o valor dos ângulos internos de cada polígono que aparece no material Mosaico.
- b) Existe algum polígono regular? Qual(is)?
- c) Monte, pelo menos, um retângulo usando peças de mesma cor. Desenhe-os, identificando as peças no desenho.
- d) É possível montar outro polígono convexo com duas ou mais peças? Qual(is)?

3. Conceituando os mosaicos

Com as peças desse material seria possível construir um mosaico regular ou semirregular? Por quê?

Pesquise mais sobre mosaicos e aproveite a Aula 27.*

*BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V.2. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 206-207.

QUADRO TRIGONOMÉTRICO

1. Descobrimos simetrias no ciclo trigonométrico

a) A partir dos arcos do primeiro quadrante, usando o quadro trigonométrico, identifique os arcos simétricos nos demais quadrantes.

Sistema							
Sexagesimal (grau)				Circular (radiano)			
IQ	IIQ	IIIQ	IVQ	IQ	IIQ	IIIQ	IVQ
30°							
45°							
60°							

2. Congruência nos arcos

a) Utilizando o recurso do quadro trigonométrico, identifique o valor de:

$\text{sen } 840^\circ$

$\cos (13\pi/6)$

$\text{tg } (-405^\circ)$

3. Estudando a paridade nos arcos

a) Exemplifique, com o ciclo trigonométrico que:

$$\text{sen } (-\alpha) = -\text{sen } \alpha \quad \text{e} \quad \cos \alpha = \cos (-\alpha)$$

❖ Construa seu próprio quadro trigonométrico no tamanho de uma folha de papel ofício. Veja orientações na Aula 21*, p. 87 e 88.

* BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V.2. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 69-89.

RÉGUAS FRACIONAIS

1. Identificando as frações nas régua

- a) Usando as observações realizadas na sua exploração livre, identifique quantas e quais são as partes fracionadas representadas no material.

2. Comparando frações com as régua

- a) Considerando o lado menor, como a largura de cada retângulo, que representa uma parte nas régua, escolha cinco peças diferentes e ponha-as em ordem crescente, da menor largura para a maior;
- b) Escreva como frações, as peças escolhidas, na ordem crescente. O que você observa?

3. Vamos multiplicar?

- a) Separe as peças azuis, ou melhor, todas as partes que estão representadas pela cor azul e preencha a seguinte tabela, na ordem decrescente de tamanho.

Cor (Identifique a tonalidade)	Fração	Desenho da peça (Faça o contorno da peça na horizontal)

- b) O que cada parte é de $1/2$? Como fez para descobrir?
- c) O que $1/2$ é de $1/8$?
- d) O que $1/12$ é de $1/7$? Usando as régua, descreva como fez para descobrir.

SEQUÊNCIA DE NUMERAIS

1. Quantificando os discos

- a) Inicialmente, vamos preencher a tabela, considerando que cada número está representado por seu valor absoluto numa quantidade de discos que determina o tamanho (altura) do pino e são diferentes por cor.

Cor dos discos	branca	preta	roxa	laranja	verde	amarela	azul marinho	azul claro	vermelha
Número (quantidade de discos)									

- b) Existe algum pino que se pode preencher com um disco de cada cor, usando todas as cores? Qual(is)?

2. Trabalhando com possibilidades: usando a mesma cor

- a) De quantas formas diferentes podemos preencher o pino do número 3, usando discos de uma mesma cor?
- b) De quantas formas diferentes podemos preencher o pino do número 7, usando discos de uma mesma cor?

3. Trabalhando com possibilidades: misturando as cores

- a) Escolha duas cores. De quantas maneiras diferentes pode-se preencher o pino do número 3? Registre o que fez.
- b) Represente cinco possibilidades de preencher o pino do número 2 com discos de cores diferentes, sem repetir as cores.
- c) Considerando o pino de altura 4, encontre quantas são as possibilidades de preenchê-lo com discos de cores diferentes. Explique como chegou ao resultado.
- d) No pino de altura 5, quantas são as possibilidades de preenchê-lo com discos de cores diferentes, sendo um dos discos de cor vermelha?

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (EM ACRÍLICO)

Escolha, aleatoriamente, alguns sólidos. Pelo menos, dez (10).

1. Classificando os sólidos

- a) Separe os sólidos em grupos. Descreva como ficou a sua separação, identificando o critério que escolheu.
- b) Faça um esquema ou uma tabela com o nome de cada sólido pertencente a cada grupo.
- c) Algum sólido pertenceria a mais de um grupo, ao mesmo tempo, na sua separação? Qual(is)? Por quê?

2. Medindo os sólidos

- a) Usando uma régua, meça em cada sólido: as arestas, a altura, o raio ou outros elementos que considerar necessário. Faça um esboço de cada sólido escolhido, anotando suas medidas.
- b) Quais foram os sólidos medidos? Com essas medidas, conseguiria estabelecer alguma(s) relação(ões) entre eles? Descreva(as).

3. Explorando outras regiões

- a) Observe que alguns sólidos apresentam em seu interior uma placa vermelha. Separe esses sólidos e identifique o que a placa em cada sólido quer mostrar sobre o sólido. Registre as suas conclusões.

4. Agora é com você. *Crie!*

Pense em alguns conceitos geométricos que podem ser explorados e analisados com esses sólidos. Faça uma lista deles e escolha, pelo menos um, e elabore uma atividade que envolva a manipulação do sólido com o conceito a ser investigado.

Aventure-se!!

Você encontra outras atividades nos cadernos didáticos* de Instrumentação do Ensino da Geometria:

- Aula 8 – Poliedros regulares e convexos;
- Aula 9 – Estudo do hexaedro regular (cubo);
- Aula 10 - Explora o tetraedro e o octaedro;
- Aula 11 - Estuda as relações no icosaedro e dodecaedro e
- Aula 13 – Relação de Euler.

* BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

TANGRAM

Uma lenda:

"Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar ao Imperador uma placa de jade, mas, no meio do caminho, o sábio tropeçou e deixou cair a placa que se partiu em sete pedaços geometricamente perfeitos. Eis que o sábio tentou remendar e, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar ele, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e levou ao seu imperador. Os sete pedaços representariam as sete virtudes chinesas onde uma delas com certeza seria a paciência. O sábio mostrou a seus amigos as figuras que havia conseguido montar e cada um construiu o seu tangram."

Fonte: <http://porteiras.s.unipampa.edu.br/pibid/files/2014/07/A-LENDA-DO-TANGRAM-2.pdf>

Existem muitas teorias sobre o nome Tangram e muitas lendas sobre a sua origem. Pesquise e compartilhe. *Viva a magia e a matemática do quebra-cabeça!*

1. Descobrindo os ângulos

- a) Identifique os ângulos internos dos triângulos usando as próprias peças do tangram. Quais são as medidas? Explique como fez para verificar cada ângulo.
(Pode ilustrar a explicação com desenhos)

- b) Quais são as medidas dos ângulos internos do paralelogramo? Justifique como verificou as medidas. Use desenhos, se possível.

2. Explorando polígonos convexos no Tangram

- Usando as sete peças do tangram quadrado, monte os 13 polígonos (Figura 1).
- Explique porque não existem outros polígonos convexos (da figura 1) usando as sete peças do tangram.

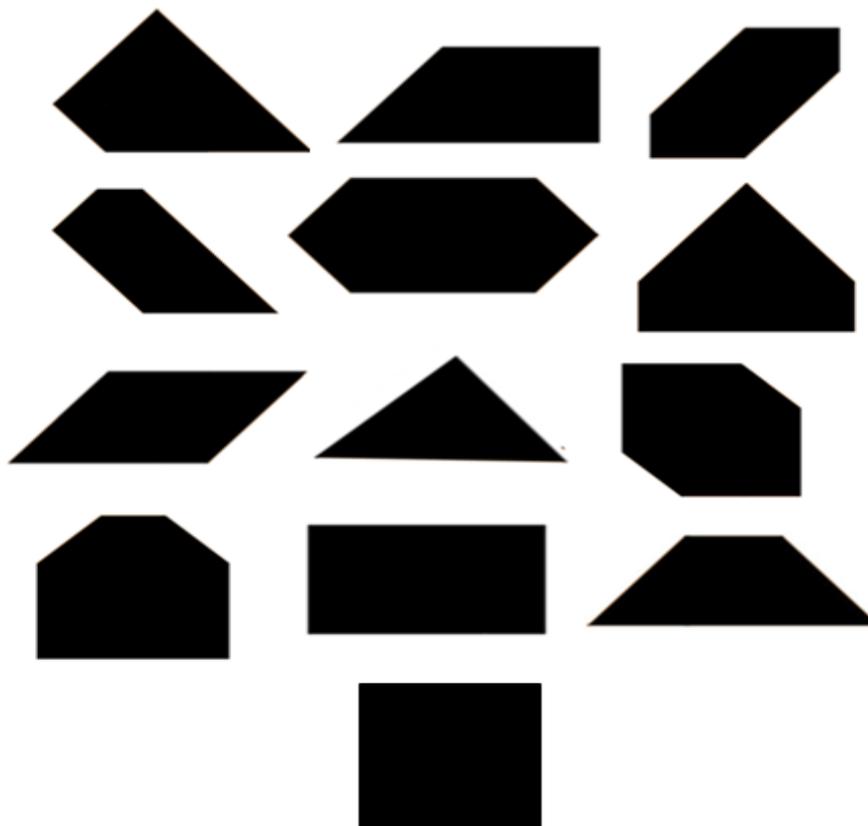


Figura 1: Polígonos convexos construídos com as 7 peças do Tangram

*Outras atividades com o Tangram quadrado e outros quebra-cabeças,
ver Aulas 4, 20 e 23*.*

*BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 2 v.

TRIÂNGULOS CONSTRUTORES

É um conjunto composto por três caixas.

Esse material foi idealizado por Maria Montessori (1870-1952), uma pedagoga, pesquisadora e médica italiana, a criadora do “Método Montessori”.



1. Montando figuras geométricas com os triângulos

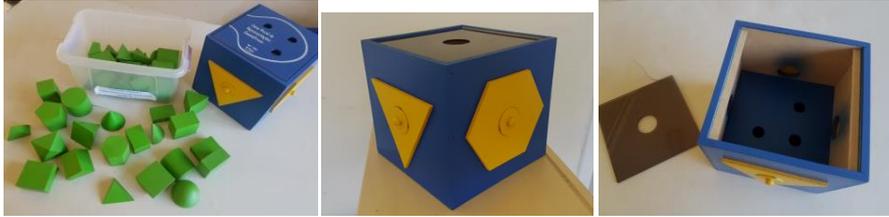
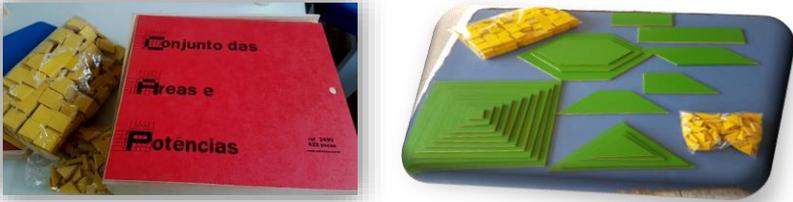
Obs.: Usando as três caixas diferentes.

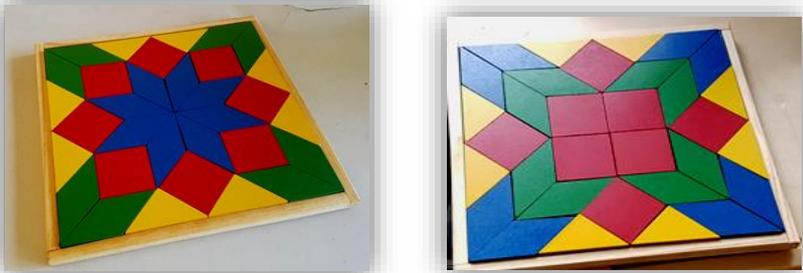
- Que figuras geométricas diferentes você consegue montar usando dois ou mais desses triângulos? Registre por desenhos.
- Descreva as figuras encontradas informando algumas características observadas e quantidade de triângulos usados.

2. Explorando cada caixa do conjunto

- Utilizando os 3 triângulos isósceles (vermelhos) da caixa hexagonal, monte um triângulo equilátero de mesma área que o amarelo.
- A partir da montagem do item anterior, consegue identificar qual a medida de cada ângulo interno do triângulo isósceles? Caso seja possível, explique como.
- Utilizando-se dos triângulos retângulos (vermelhos), monte um triângulo equilátero.
- Quantos triângulos você usou para a montagem do item c? Explique como comprovar que o triângulo montado é equilátero.
- Utilizando-se os triângulos equiláteros (azuis), verifique que tipos de triângulos podem ser formados e qual a quantidade usada para cada um deles. Registre por desenhos.

APÊNDICE B – IMAGEM DE CADA MATERIAL MANIPULÁVEL DISPONÍVEL NO LABORATÓRIO EM ARE

Nome	Imagem
Blocos lógicos	
Caixa tátil	
Caixa Visual de representações geométricas	
Conjunto das Áreas e Potências	
Conjunto de equivalência de frações	

<p>Conjunto do Equilíbrio</p>	
<p>Fracsoma</p>	
<p>Material dourado individual</p>	
<p>Mosaico</p>	
<p>Quadro trigonométrico</p>	

<p>Régua fracionais</p>	
<p>Sequência de numerais</p>	
<p>Sólidos geométricos (em acrílico)</p>	
<p>Tangram</p>	
<p>Triângulos Construtores</p>	

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, portador(a) do CPF _____, matrícula _____ estou sendo convidado(a) a participar de um estudo denominado: *o laboratório de educação matemática na formação inicial de professores de matemática na educação a distância*, cujos objetivos e justificativas são: compreender como a utilização de alguns materiais concretos e manipuláveis que compõem o acervo do laboratório de Matemática podem contribuir na formação de um grupo de licenciandos em Matemática na modalidade de Educação a Distância, num regime semipresencial e identificar como o laboratório pode auxiliar na interação e na reflexão dos conceitos apreendidos com as suas futuras práticas pedagógicas. Com a finalidade de elaborar um produto a partir desta pesquisa e torná-lo acessível aos demais interessados.

A minha participação no referido estudo será no sentido de colaborar com a *execução das atividades em grupo; elaboração de registro escrito e relatório sucinto dos progressos e particularidades das atividades; autorização de gravação, em áudio, dos diálogos provenientes das considerações em grupo e da turma; além da gravação de vídeos ou fotos em determinados momentos.*

Fui esclarecido de que não há possibilidade de desconfortos físicos durante o processo por se tratar de uma pesquisa com **foco educacional** e será realizada em sala de aula no respectivo polo matriculado, sem deslocamentos para áreas insalubres ou qualquer evento que utilize o próprio corpo e que possa causar danos físicos ou até mesmo mentais. E também fui alertado de que, da pesquisa a se realizar, posso esperar alguns benefícios, tais como: *evolução de conhecimentos, experimentação de atividade científica e oportunidade de aprendizagem coletiva.*

Estou ciente de que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome, imagem ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de alguma forma, me identificar, será mantido em sigilo. Também fui informado de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar e sem qualquer penalização.

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto e que estão a disposição para quaisquer dúvidas e maiores esclarecimentos são Dora Soraia Kindel (docente/orientadora) e Neiva Ferreira Alves (mestranda) e com eles poderei manter contato pelos respectivos telefones e e-mails: (21) 98688-1558, soraiakindel@yahoo.com.br e (21) 99756-1586, neivalves@yahoo.com.br. Poderei também buscar mais informações com o Comitê de Ética da UFRRJ nos seguintes telefones: (21) 2681-4707 ou 2682-1220.

Enfim, tendo sido orientado(a) quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo e que receberei uma via desse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente assinado pelos responsáveis da pesquisa, manifesto minha autorização e meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, pela participação.

Local e data _____, _____ de _____ de 201__.

Nome e assinatura (participante voluntário)

Dora Soraia Kindel (pesquisadora responsável/orientadora)

Neiva Ferreira Alves (colaboradora/mestranda)

APÊNDICE D - CARTAZ DE DIVULGAÇÃO DO CURSO DE EXTENSÃO NO
POLO ARE

Explorando materiais manipuláveis no Laboratório de Matemática do CEDERJ

Curso de extensão
Com certificado



Dias:

11, 18 e 25 de agosto de 2018.

Horário: das 9h às 13h

Carga horária: 10 h

Público-alvo: Estudantes do curso
de Licenciatura em Matemática

Local: Polo Angra

Período de inscrição:
de 21/07 até 06/08

**Vagas
limitadas**

Mais informações e inscrições:

Prof^a: Neiva Alves

E-mail: neivalves@yahoo.com.br

Realização:

LOVE_EMIM

Laboratório de
Observações, Vivências e
Experiências em Educação
Matemática do IM

Apoio:



PPGEduCIMAT
Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Matemática - Mestrado Profissional



APÊNDICE E - FICHA DE INSCRIÇÃO PARA O CURSO DE EXTENSÃO NO POLO ARE

FICHA DE INSCRIÇÃO	
CURSO DE EXTENSÃO: EXPLORANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA DO CEDERJ	
PERÍODO DO CURSO: 11/08 DE 9H ÀS 13H; 18/08 DE 9H ÀS 12H E 25/08 DE 9H ÀS 12H.	
CARGA HORÁRIA TOTAL: 10 H	

Dados Pessoais		
Nome:		
Matrícula:	Data de Nascimento:	
Telefone(s) para contato: ()		
Tem WhatsApp? () Sim () Não		
RG:	CPF:	
E-mail:		
Endereço residencial:		
Cidade:	Estado:	CEP:
Outros dados		
Qual o período que você está cursando a maior parte das disciplinas?		
Esta é sua primeira graduação?		
() Sim		
() Não Qual(is) outra(s)?		
Você já conhece os materiais que compõem o Laboratório de Ensino de Matemática do seu polo?		
() Sim, todos. () Sim, alguns. () Não.		
Instruções		
1- Fazer sua inscrição no período de 21/07/2018 a 06/08/2018; 2- Enviar esta ficha para o e-mail: neivalves@yahoo.com.br ; 3- O preenchimento das vagas obedecerá a ordem de inscrição; 4- A sua inscrição será confirmada por e-mail ou telefone/WhatsApp. Atenção! O curso é destinado somente para estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do polo Angra dos Reis.		

APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO DE SONDAAGEM INDIVIDUAL

Este questionário faz parte de um levantamento de dados para a pesquisa. Sua contribuição é muito importante, mas não há necessidade de identificação. Caso queira se identificar inclua, no final do questionário, o seu nome ou escolha um codinome para usar.

Agradecemos pela sua participação.

Ano de início do curso de Licenciatura: -----

Período em que está cursando: -----

1- Assinale as disciplinas já cursadas:

- () Geometria Plana (1º período)
- () Geometria Espacial (2º período)
- () Matemática Discreta (2º período)
- () Construções Geométricas (3º período)
- () Cálculo I (3º período)
- () Prática de Ensino I - Didática (3º período)
- () Instrumentação do Ensino da Geometria (4º período)
- () Álgebra I (5º período)
- () Estágio Supervisionado I (5º período)
- () Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra (7º período)

2- Você já ficou reprovado em alguma das disciplinas cursadas (da questão 1)? Qual(is)?

3- Já precisou "trancar" alguma disciplina (qualquer uma do curso)? Em caso afirmativo, informe qual(is) disciplina(s) e qual(is) motivo(s).

4- Por que faz um curso de licenciatura a distância?

5- Cite, um ou mais, pontos *positivos* que você considera acerca de um curso a distância.

6- Cite, um ou mais, pontos *negativos* que você considera acerca de um curso a distância.

7- Você já fez outro(s) curso(s) de extensão ou minicurso(s)? Em caso afirmativo, responda qual(is) e onde.

8- Já participou de algum tipo de Congresso na área de Matemática ou Educação Matemática? Pode ser Seminário, Encontro, Fórum. Em caso afirmativo, responda qual(is) e em que local?

9- Você pretende atuar como professor(a) de Matemática? Em caso negativo, cite o(s) motivo(s).

10- Já leciona? Em qual nível escolar?

APÊNDICE G - FICHA DE AVALIAÇÃO (INDIVIDUAL)

AVALIAÇÃO (INDIVIDUAL)

CURSO DE EXTENSÃO: **EXPLORANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA DO CEDERJ**

PROFESSORA: NEIVA ALVES

LOCAL: POLO ANGRA DOS REIS

Este questionário visa avaliar o curso e a sua participação. Pretende-se a partir deste, mapear os pontos em que alcançamos os objetivos e os pontos que precisamos melhorar na elaboração do caderno de atividades (produto educacional) que será disponibilizado no laboratório do polo para exploração autônoma dos materiais.

Não é necessário que você se identifique. Seja crítico e reflexivo.
Agradecemos sua valiosa participação!

Imagine que você está no polo e pretende conhecer o laboratório, explorar e estudar os materiais. Lembre-se que não tem tutor ou professor para orientar. Pergunta-se:

a) Você iria, mesmo sozinho, para o laboratório conhecer e/ou explorar os materiais? Justifique.

b) Você acha necessário ter fichas de orientação para a exploração dos materiais? Por quê?

c) As fichas de tarefas/atividades que você trabalhou durante o curso poderiam ser usadas para este tipo de orientação? Explique sua opinião.

d) Comente, pelo menos, *dois pontos positivos* sobre as tarefas propostas.

e) Comente, pelo menos, *dois pontos negativos* sobre as tarefas propostas.

f) Você já fez alguma busca na internet sobre esses materiais? O que encontrou?

g) Outras observações. Fique a vontade pra comentar o que mais achar necessário.

Como você avalia o curso

1- O curso atingiu suas expectativas? Por quê?

		Muito bom	Bom	Regular	Ruim
2	Organização do curso				
3	Distribuição da carga horária				
4	Condições gerais do local				
5	Coerência entre os objetivos do curso e a metodologia usada				
Comentários: críticas e/ou sugestões dos itens 2 ao 5.					

6- O que você mais gostou no curso?

7- que você menos gostou no curso ou não gostou?

Como você avalia a sua participação no curso

8- Quanto ao seu aproveitamento neste curso, que nota você se daria? Por quê?

9- Você sentiu dificuldade na realização de alguma(s) atividade(s)? Qual(is)?

10- Caso você tivesse à sua disposição algum desses materiais, você o utilizaria nas suas aulas? Justifique.

		Muito bom	Bom	Regular	Ruim
11	Interesse e participação no decorrer do curso				
12	Integração com os participantes do grupo				
13	Assimilação dos conteúdos apresentados nas atividades				
14	Capacidade de compartilhar com outras pessoas as experiências vivenciadas				

ANEXO - Parecer do Comitê de ética da UFRRJ



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COMISSÃO DE ÉTICA NA PESQUISA DA UFRRJ / CEP

Protocolo Nº 1.313/19

PARECER

O Projeto de Pesquisa intitulado "O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores de matemática na educação a distância" sob a coordenação da Professora Dr^a. Dora Soraia Kindel, do Instituto Multidisciplinar/Departamento de Educação e Sociedade, processo 23267.000161/2019-96, atende os princípios éticos e está de acordo com a Resolução 466/12 que regulamenta os procedimentos de pesquisa envolvendo seres humanos.

UFRRJ, 16/07/19.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Lúcia Helena Cunha dos Anjos', written in a cursive style.

Prof.^a Dra. Lúcia Helena Cunha dos Anjos
Pró-Reitora Adjunta de Pesquisa e Pós-Graduação