

UFRRJ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

DISSERTAÇÃO

**O estudo da função afim através de experimentos na cinemática:
uma experiência interdisciplinar**

Rafael Corrêa Castilho

2015



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

**O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM ATRAVÉS DE EXPERIMENTOS NA
CINEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA INTERDISCIPLINAR**

RAFAEL CORRÊA CASTILHO

Sob a Orientação da Professora
Aline Mauricio Barbosa

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

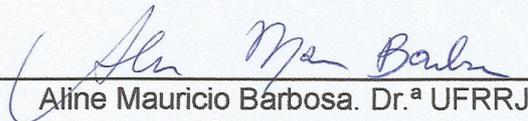
Seropédica, RJ
Agosto de 2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

RAFAEL CORRÊA CASTILHO

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 31/08/2015


Aline Mauricio Barbosa. Dr.^a UFRRJ
(Orientadora)


Montauban Moreira de Oliveira Júnior. Dr. UFRRJ


Agaldo da Conceição Esquinalha. Dr. UERJ

Dedico ao homem que nunca pisou o seu pé em uma sala de aula, mas aprendeu a ler e escrever, e se tornou um grande mestre em minha vida. Meu avô: Juvenal Castilho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, Pai de nosso Senhor Jesus Cristo por ter me sustentado com sua graça durante todos os momentos neste percurso.

Agradeço a minha esposa, Priscila Cristina Lobato Castilho, por ter estado ao meu lado me apoiando e ajudando em situações que somente uma professora de português é capaz de ajudar.

Agradeço ao meu maravilhoso filho Raphael Lobato Castilho, por me alegrar o coração apenas com sua presença e sua doce voz.

Agradeço aos meus pais Abel Lopes Castilho e Edith Corrêa Castilho por todos os anos que se dispuseram a amar e criar seus filhos.

Agradeço aos meus irmãos que faço questão de citá-los: Eduardo, Márcio, Israel, Elizabeth e Elaine. São meus amigos, meus incentivadores, meus ajudadores, de onde eu me inspiro.

Agradeço a minha orientadora, Doutora Aline Mauricio Barbosa, um anjo que Deus constituiu em meu caminho. Sem ti eu não conseguiria, obrigado.

Agradeço aos meus professores que foram magníficos em sua vocação profissional.

Agradeço aos meus amigos de mestrado que formaram uma turma maravilhosa.

Agradeço em particular ao meu nobre amigo de curso Célio, que forneceu suprimento para que fosse possível a execução dos experimentos.

Agradeço aos meus alunos que se dispuseram em participar deste projeto.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

Agradeço a todos que desejaram esta bênção em minha vida. Obrigado.

RESUMO

CASTILHO, Rafael Corrêa. **O estudo da função afim através de experimentos na cinemática: uma experiência interdisciplinar**. 2015. 92 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

Atualmente tem-se discutido a relevância de projetos interdisciplinares no contexto escolar e no meio acadêmico, objetivando o desenvolvimento global do educando, e o ensino através de práticas que estimulem os alunos a refletirem sobre os temas estudados de forma crítica e transformadora. Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) incentivem a prática interdisciplinar, além do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que promove, entre outras coisas, a aproximação de disciplinas do Ensino Médio, as aulas ministradas de matemática e, em particular sobre funções afins, costumam ser apresentadas de uma maneira tradicional, sem que o aluno se sinta estimulado a aprender. Nesse contexto, elaborou-se uma pesquisa sobre uma abordagem interdisciplinar com a utilização de um instrumento lúdico no ensino de funções afins com alunos do primeiro ano do ensino médio do curso de formação de professores de uma escola da Rede Estadual de Ensino, situada no município de Queimados, RJ. Tal pesquisa consistiu num estudo de caso, cujo objetivo foi avaliar, no grupo pesquisado, o progresso da aprendizagem de funções afins e a motivação para estudar matemática, mediante uma abordagem interdisciplinar do tema por meio de experimentos físicos no ramo da cinemática. A atividade de pesquisa consistiu em várias etapas. Na primeira delas, foram aplicados um questionário sobre motivação em matemática e um pré-teste, com a finalidade de avaliar o nível de motivação dos alunos em aprender matemática e o conhecimento prévio sobre funções afins e movimento retilíneo uniforme. Após isso, foram realizados experimentos com o uso de um trenzinho de brinquedo movido a pilha, o qual realizava movimento retilíneo uniforme numa ferrovia, também de brinquedo. Foram estabelecidos alguns marcos na estrada e, com o auxílio de celulares dos próprios alunos, foi filmado o movimento do móvel pelo trajeto. Então os alunos obtiveram, através da leitura do vídeo, o instante em que o móvel passou em cada marco inicialmente estabelecido. Os experimentos ocorreram com o móvel em duas velocidades distintas e também com movimento a favor e contra a orientação da trajetória, propiciando ao professor trabalhar com os conteúdos de função afim e movimento uniforme. Finalmente foram aplicados um pós-teste sobre funções afins e movimento retilíneo uniforme e um novo questionário sobre motivação em matemática, o qual avaliou as impressões dos alunos sobre a experiência realizada. Após isso, foram confrontados os resultados obtidos nos testes realizados para avaliar a evolução da aprendizagem sobre funções afins e a motivação para aprender matemática antes e depois da experiência. Essas avaliações foram feitas de forma quali-quantitativa, analisando os índices obtidos nos testes e a maneira como os alunos registraram suas respostas discursivas nos mesmos.

Palavras-chave: Função afim, Interdisciplinaridade, Cinemática, Experimento.

ABSTRACT

CASTILHO, Rafael Corrêa. **The study of affine functions using experiments in kinematics: an interdisciplinary experience.** 2015. 92 pages. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

Currently, the relevance of interdisciplinary projects in school and academic contexts has been discussed aiming at the global development of the students and the teaching through practices that encourage students to reflect on the themes studied in a critical and transforming way. Although the PCN (National Curriculum Parameters, used in Brazil) encourage interdisciplinary practices, and the ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio, a test used for admission in universities in Brazil), which promotes, among other things, further integration between subjects in high school, mathematics classes and, in particular, that about affine functions, are often presented in a traditional way, in which the students are not motivated to learn. In this context, a survey was conducted about an interdisciplinary approach with the use of a ludic tool in teaching affine functions to the first year of high school of a teachers training course of a public school, located in the city of Queimados, RJ. Such research consisted of a case study whose objective was to evaluate in the study group, the progress of learning affine functions and the motivation to study mathematics with an interdisciplinary approach of the theme through physical experiments in the kinematics area. The research activity consisted of several stages. In the first, there were applied a motivational questionnaire and a pre-test in order to assess the level of student motivation in learning mathematics and the prior knowledge of affine functions and uniform rectilinear motion. After this, experiments were carried out using a toy train, which accomplished a railway uniform rectilinear motion. Some milestones on the road have been established and, with the aid of the cell phones from the students, the movement was filmed. Quickly the students obtained, through the reading of the video, the instant that the mobile passed at each milestone. The experiments took place with the train in two distinct speeds, and also in the direction of the path and against the direction of the path, allowing the teacher to work with content related to affine functions and uniform movement. Finally there were applied a post-test about affine functions and uniform rectilinear motion and a new motivational questionnaire in mathematics, which evaluated the impressions of students about the experiment conducted. After that, the results obtained in the tests to assess the evolution of learning about affine functions and motivation to learn mathematics were confronted before and after the experiment. These assessments were made qualitatively and quantitatively by analyzing the scores obtained in the test and the way the students recorded their discursive answers in them.

Keywords: Affine function, Interdisciplinarity, Kinematics, Experiment.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 REFERENCIAL TEÓRICO	13
1.1 Motivação no Ensino da Matemática	13
1.2 Interdisciplinaridade	16
2 METODOLOGIA	20
2.1 Sujeitos da Pesquisa	20
2.2 Metodologia da Pesquisa	20
2.3 Aplicações das Avaliações Antes das Atividades	21
2.3.1 Escala de Motivação em Matemática	21
2.3.2 Pré-teste	25
2.4 Aplicações das Atividades	30
2.5 Aplicações das Avaliações Após as Atividades	42
2.5.1 Escala de Motivação Pós-Atividades	42
2.5.2 Comentários sobre as Atividades	45
2.5.3 Pós-teste	45
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
3.1 Resultados da Escala de Motivação em Matemática (Pré-Atividades)	49
3.2 Resultados da Escala de Motivação Pós-Atividades	54
3.3 Análises dos Comentários sobre as Atividades	59
3.4 Resultados do Pré-teste	62
3.5 Resultados do Pós-teste	65
3.6 Comparação entre os Resultados do Pré e do Pós-teste	70
CONSIDERAÇÕES FINAIS	74

REFERÊNCIAS	76
ANEXOS	77
Anexo A - Escala de Motivação em Matemática	77
APÊNDICES	79
Apêndice A - Escala de Motivação Pós-Atividades	79
Apêndice B - Comentários sobre as Atividades	81
Apêndice C - Pré-teste	82
Apêndice D - Pós-teste	85
Apêndice E - Exercícios Realizados Durante as Atividades	87
Apêndice F - Quantidade e Porcentagens das Respostas do Questionário Escala de Motivação em Matemática (pré-atividades)	88
Apêndice G - Quantidade e Porcentagens das Respostas ao questionário Escala de Motivação Pós-Atividades	90
Apêndice H - Modelo de Declaração	91
Apêndice I - Modelo de Carta de Autorização	92

INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios do professor de matemática é o ensino da referida disciplina. A melhor forma de se partilhar o conhecimento, e onde e como pode ser aplicado o que se aprende têm sido uma busca constante de estudo.

Durante a lecionação das aulas de matemática no ensino público em escolas da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro e também de física numa instituição particular de ensino em Nova Iguaçu, RJ, o autor desse trabalho constatou a existência de uma limitação de abordagem no conteúdo de função afim quando se trabalha com matemática, assim como no conteúdo de cinemática quando se trabalha com física em relação à interdisciplinaridade. Talvez esse muro existente na abordagem desses conteúdos se deva ao fato de que há um curto espaço de tempo para que se possa trabalhar com os tais, bem como a utilização de apostilas que regem a maneira com que tais conteúdos devem ser abordados.

O ensino de matemática tem se distanciado gradativamente do que é concreto para o aluno. A matemática é uma ciência que trabalha com o abstrato, entretanto ela é uma ferramenta maravilhosa para quem trabalha com o que é concreto.

A física é um ramo do conhecimento que explica as leis da natureza. É íntima do cotidiano do aluno e a mesma se expressa em linguagem matemática. Existe uma íntima ligação entre as duas ciências: física e matemática. Entretanto, o que se vê nas aulas do ensino médio é um distanciamento destas duas matérias por parte de alguns professores, que por motivos diversos trabalham com conhecimentos cada vez mais limitados e não descrevem a ligação íntima entre essas áreas do conhecimento.

A importância que a função afim, particularmente a função linear, tem ao expressar variações proporcionais de grandezas físicas no movimento retilíneo uniforme levou este autor a buscar um ensino de função afim numa abordagem interdisciplinar.

A pergunta que norteou o autor deste trabalho a realizar a presente pesquisa foi a seguinte: a utilização de experimentos físicos em sala de aula pode contribuir positivamente para o estudo de funções afins?

Considerando que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) visa, entre outras coisas, aproximar as disciplinas do ensino médio, além de que os PCN incentivam a prática interdisciplinar como forma de se trabalhar o conhecimento através de um eixo integrador, esta dissertação se propõe a incentivar os professores, principalmente os da área de matemática, a trabalhar com práticas interdisciplinares.

Neste trabalho, será avaliada a utilização de um determinado experimento físico para o ensino de funções afins numa turma de ensino médio. Além disso, tal experimento será explorado de várias formas e sua contribuição será analisada para o ensino e aprendizagem das funções afins.

Sendo assim, o objetivo geral deste trabalho foi avaliar, num grupo de alunos do Ensino Médio de uma escola estadual no Município de Queimados, RJ, o progresso da aprendizagem de funções afins e a motivação para estudar matemática, mediante uma abordagem interdisciplinar do tema por meio experimentos físicos no ramo da cinemática.

Os objetivos específicos deste trabalho foram: avaliar, no grupo pesquisado, conhecimentos prévios sobre funções afins e movimento retilíneo uniforme, além da motivação inicial para estudar matemática; realizar experimentos com um trem de brinquedo em movimento, realizando conexões entre funções afins e movimentos uniformes; avaliar, no grupo pesquisado, conhecimentos sobre os temas abordados e a motivação para estudar matemática após a experiência realizada.

Esse trabalho se divide em 3 capítulos, conforme segue: o Capítulo 1 aborda a motivação no ensino da matemática, e estuda de que forma alunos e professores tem se comportado em relação ao ensino de matemática nos dias atuais. Além da interdisciplinaridade, em particular entre as ciências, física e matemática. O Capítulo 2 aborda a metodologia utilizada para a realização dessa pesquisa, desde os sujeitos da pesquisa, permeando o tipo de metodologia utilizado, a aplicação das atividades e de avaliações antes e após essas atividades, bem como a maneira

como as atividades foram desenvolvidas. Já o Capítulo 3 aborda os resultados e discussões das atividades desenvolvidas, dos testes e questionários realizados. Além de comparar os resultados do pré e pós-teste.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 Motivação no Ensino da Matemática

A Matemática está presente em todas as áreas científicas, colaborando para o avanço do conhecimento. Sua importância é indiscutivelmente vital para o sucesso da vida moderna. Ela está presente nas engenharias, na área biomédica, no setor financeiro e até mesmo dentro de um lar com inúmeros cálculos a se fazer. A matemática pode aparecer como ciência, como arte, como ferramenta, e até mesmo como linguagem em que outras ciências, assim como a Física, se expressam e se fazem entender.

Mesmo com toda a riqueza e beleza em que a matemática está imersa, é contraditória a situação em que se encontra o ensino de matemática nos dias atuais. É comum os mestres em matemática terem que conviver com alunos apáticos ao conhecimento matemático, sem interesse em aprender e descrentes de sua aplicação em sua vida particular.

O que se vê e se ouve em sala de aula por parte dos discentes são frases como: “A matemática é horrível”; “Odeio matemática”; “Nunca vou usar isto”; “A matemática é chata”. Isto faz refletir que existe uma falha na apresentação da matemática aos alunos.

Segundo Oliveira (2014, p.31)

[...] a matemática da escola não parece tão próxima da “vida real”. Apesar de ser reconhecida a sua utilidade, a forma fragmentada, repetitiva e descontextualizada com que se vem ensinando a matemática, causa nos alunos sentimentos negativos de fracasso e incompetência.

Existe uma inadequação na maneira em que a matemática é apresentada por parte de alguns professores, e isto tem causado certo fracasso vivido em sala de aula.

Segundo Sadovsky (2010, p.7)

[...] no modelo pedagógico atual, os professores mostram as utilidades das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento de aplicação: definição, exercício-modelo, exercício de aplicação. Neste

contexto, perguntas clássicas como “pra que serve isso, professor? De onde veio? Por que é assim?” revelam a inadequação do método de ensino.

O ensino de matemática hoje tem sido frequentemente objeto de discussão por parte de educadores e pesquisadores em todo o mundo, buscando novos rumos da educação matemática, a fim de favorecer a motivação nos alunos para a aprendizagem em matemática.

O problema da falta de motivação vem se tornando um dos maiores inimigos da aprendizagem nas escolas. Segundo Sadovsky (2010, p. 13),

[...] o trabalho da maioria dos docentes - e não exclusivamente dos que se dedicam a matemática - é, hoje, marcado pelo signo da frustração: os professores têm a sensação de estar forçando os alunos a ir para um lugar que aparentemente não os atraem.

A motivação é um elemento essencial para o desenvolvimento do ser humano; é certo que ela envolve fenômenos emocionais, biológicos e sociais, e pode ser considerada como um impulso que faz com que as pessoas ajam, e dêem o melhor de si para alcançar seus objetivos.¹ Num ambiente escolar, a motivação se faz perceber como interesse e satisfação pela realização das tarefas, pela atenção demonstrada durante as aulas.

A motivação pode acontecer através de uma força interior, motivação que provém do íntimo do indivíduo, neste caso ela é conceituada como motivação intrínseca e se faz perceber quando o indivíduo deseja ser instruído pelo prazer de aprender e não por qualquer recompensa externa. A motivação também pode ser gerada pelo ambiente externo, motivação proveniente de uma recompensa externa e não pela causa, neste caso, conceitua-se como motivação extrínseca.²

No ambiente escolar, na maioria dos casos, os alunos são extrinsecamente motivados por notas, pontos e aprovação. Quanto a isso, Oliveira (2014, p.35) expõe:

¹ Disponível em: <<http://www.significados.com.br/motivacao/>>. Acesso em 05 jun. de 2015, com adaptações.

² Disponível em: <<http://www.significados.com.br/motivacao/>>. Acesso em 05 jun. de 2015, com adaptações.

[...] não se trata de classificar em motivação “boa” ou “má”, “certa” ou “errada”. A questão é relacionar e utilizar os dois tipos de motivação em prol do aprendizado. Na motivação intrínseca a recompensa está na realização da própria tarefa, ela tem um fim em si mesma. Porém, a recompensa em tirar boas notas, obter aprovação, ser valorizado pelos pais e professores por seus desempenhos são fatos existentes na escola e não podem ser ignorados. Por isso considera-se importante estimular ao máximo a motivação intrínseca do aluno e utilizar estrategicamente a motivação extrínseca para o sucesso do processo de aprendizagem.

O grande problema em sala de aula não é se a motivação é extrínseca ou intrínseca, mas sim a falta dela. Um aluno desmotivado, mesmo tendo potencial, não renderá o seu melhor.

É certo que a escola é um lugar de aprendizagem, o conhecimento é aquilo que responde o porquê da existência da escola. Além disto, o discente deve comprovar sua aprendizagem, o que coloca o professor numa posição de suma importância como facilitador da aprendizagem. Com isso, existe no papel do professor uma responsabilidade na intenção de fazer com que o aluno produza conhecimento.

Cabe ao professor procurar novas formas de mobilizar o conhecimento a fim de não somente compartilhá-lo, mas incentivar o aluno a buscá-lo/construí-lo.

Sobre isto, Sadovsky (2010, p. 103) escreve:

Uma idéia aceita é a de que a didática da matemática se ocupa de “como” (ensinar) uma vez definido “o que” (ensinar). O pressuposto subjacente é que os conteúdos de matemática são únicos, havendo, porém, diferentes formas de abordá-los.

O problema da falta de motivação é que ela é contagiosa: uma turma desmotivada influencia na motivação do professor, e um professor desmotivado influencia ainda mais uma turma. Acreditando na vocação do professor, é que se deve buscar inovações, estratégias para tentar modificar esse movimento cíclico de desmotivação. Quanto a isto, Oliveira (2014, p.37) diz:

Há que se conscientizar que o professor pode sim, fazer muito para estimular a motivação dos alunos, mesmo considerando que as condições de trabalho em nosso país estão longe de serem consideradas ideais para o processo de aprendizagem. Um professor desmotivado não terá alunos motivados, mas será, ele mesmo, a causa da desmotivação dos seus alunos.

Oliveira (2014, p.38) ainda diz:

O papel do professor de facilitar a construção do conhecimento influencia no desenvolvimento da motivação para aprender. O professor tem domínio sobre os fatores que agem sobre a motivação dos alunos. A escolha da estratégia certa para a apresentação do conteúdo, escolha das tarefas, avaliação, até mesmo a forma de lidar com os alunos são determinantes no retorno que eles apresentarão.

Cabe ao professor a busca do seu aperfeiçoamento no ensino, pesquisar maneiras de instigar em seus alunos a motivação no estudo. Mesmo esta falta de motivação tendo diversas origens, naquela que cabe ao docente é seu papel fazer o seu melhor para suscitar em seus alunos o prazer pelo conhecimento.

1.2 Interdisciplinaridade

Nos dias atuais, um dos grandes desafios do professor de matemática é fazer com que a aprendizagem da matemática seja naturalmente percebida pelo aluno, que ela aconteça de uma maneira não traumática e que se possa perceber a sua utilização em situações do cotidiano. Entretanto, as aulas ministradas em sala de aula apenas com o auxílio de quadro e giz ou canetas de tinta não necessariamente conseguem transpor os limites fixados pela divisão do conhecimento em áreas de atuação, dificultando ao aluno enxergar o conteúdo sob uma perspectiva mais ampla. A proposta da interdisciplinaridade vem transpondo os limites estabelecidos entre as disciplinas do conhecimento.

Segundo Assis (2013, p.13), "A ideia de interdisciplinaridade surgiu na Europa em meados dos anos 60, onde o filósofo e epistemólogo francês George Gusdorf apresentou à UNESCO um projeto interdisciplinar para as ciências humanas".

Ainda segundo Assis (2013, p. 13),

O movimento interdisciplinar no Brasil foi proposto em 1976, pelo epistemólogo Hilton Japiassu que por meio de seu livro *Interdisciplinaridade e patologia do Saber* discerne todo o seu conhecimento sobre a interdisciplinaridade, e por consequência desses estudos sobre a interdisciplinaridade no ano de 1979 a pesquisadora Ivani Catarina Arantes

Fazenda lança seu livro *Integração e Interdisciplinaridade no ensino brasileiro*, o que posteriormente despertaria diversas pesquisas sobre este tema.

O conceito de interdisciplinaridade pode ser entendido como uma forma de se trabalhar com um tema abordando diferentes disciplinas, propiciando ao aluno uma visão mais ampla do conteúdo investigado.

Segundo Fortes (2009, p. 7),

Essa temática é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com abordagens em diferentes disciplinas. É compreender, entender as partes de ligação entre as diferentes áreas de conhecimento, unindo-se para transpor algo inovador, abrir sabedorias, resgatar possibilidades e ultrapassar o pensar fragmentado.

Neste contexto de interdisciplinaridade é que este trabalho de dissertação propõe um estudo sobre funções afins através de experimentos da cinemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) incentivam a interdisciplinaridade como forma de abordar conteúdos curriculares. Nos PCN, encontram-se orientações para o desenvolvimento de trabalhos interdisciplinares.

Segundo Garcia (2008, p. 368),

... é importante mencionar que nem todos os textos dos PCNs mencionam o termo interdisciplinaridade, o que pode ser verificado através de varredura digital dos arquivos dos documentos disponíveis na Internet. O termo interdisciplinaridade, entretanto, está articulado em boa parte daqueles documentos, e está proposto de modo a sugerir uma prática a ser exercida em todas as áreas do currículo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

O estudo das funções afins ministradas em sala de aula tem sido realizado da forma tradicional, onde o professor apresenta a fórmula característica $y = a.x + b$ com a e b números reais, e o próximo passo já é tratar de resolver os exercícios de livros e apostilas, lançando mão de construir os conceitos como variáveis e dependência de variáveis através de situações concretas.

Segundo os PCN,

A vitalidade da matemática deve-se também ao fato de que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária. (BRASIL, 1997, p. 23)

Os PCN ainda propõem que o ponto de partida da atividade matemática não deve ser a definição, mas sim o problema (BRASIL, 1997). Assim, é possível construir os conceitos matemáticos como os de funções afins através de experimentos da cinemática envolvendo movimento uniforme, proporcionando ao aluno enxergar as variáveis e sua dependência numa atitude interdisciplinar.

Segundo Sadovsky (2010, p. 105), “as idéias matemáticas – os conceitos, as estratégias, as ferramentas, os modos de representar, as normas – não existem independentemente das práticas associadas a elas. Um conceito não pode ser caracterizado por sua definição”.

Sadovsky (2010, p.106) exemplifica o pensamento acima:

Chegar à construção de um modelo linear, com base na descoberta de relações numa situação em que reconhece uma variação uniforme, não mostra, a respeito da função linear, a mesma coisa evidenciada pela “aplicação” da fórmula “apresentada” por alguém.

A cinemática é a parte da mecânica, um ramo da física, que trata dos movimentos sem levar em consideração as suas causas. No Ensino Médio, ela estuda os movimentos que se apresentam com velocidades constantes e os movimentos com variações de velocidades constantes. O movimento uniforme, aquele cuja velocidade é constante, se caracteriza pelo fato de o corpo sofrer deslocamentos proporcionais ao tempo gasto, sendo esta proporcionalidade a mesma característica contida nas funções lineares, que são casos particulares de função afim.

Segundo Lima (2013, p. 95),

A função linear, dada pela fórmula $f(x) = a.x$, é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade. A proporcionalidade é, provavelmente, a noção matemática mais difundida na cultura de todos os povos e seu uso universal data de milênios.

A interdisciplinaridade é antes de tudo uma atitude, uma forma de se trabalhar um conhecimento sem limites disciplinares.

2 METODOLOGIA

Neste capítulo, expõe-se a metodologia para a realização da pesquisa, a começar pelos sujeitos da pesquisa, o tipo de metodologia utilizado, aplicação das atividades e de avaliações antes e após essas atividades. Ademais, expõe a forma como as atividades foram desenvolvidas, bem como os critérios adotados na avaliação da pesquisa.

2.1 Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa realizada neste trabalho envolveu alunos do 1º ano do ensino médio, do curso de formação de professores de uma escola da rede estadual de ensino, situada no município de Queimados no estado do Rio de Janeiro. Participaram neste trabalho 17 alunos, entre meninos e meninas, que se dispuseram a atuar no projeto em um horário de contraturno na parte da tarde. Estes alunos estão na faixa etária entre 14 e 17 anos, e seus responsáveis assinaram um termo de autorização para a pesquisa, bem como a diretora da escola. Veja nos apêndices H e I os modelos dos termos de autorização mencionados.

Este grupo de alunos foi escolhido devido à série escolar em que se encontram, 1º ano do Ensino Médio, onde comumente se trabalham os assuntos **função e movimento uniforme**, os quais seriam abordados no trabalho. Além disso, o autor da pesquisa faz parte do quadro de professores da referida escola, lecionando física para as classes dos alunos envolvidos na pesquisa. As atividades de pesquisa foram realizadas em 6 encontros num período de 4 semanas, durante o mês de maio de 2015.

2.2 Metodologia da Pesquisa

A metodologia de pesquisa usada neste trabalho foi uma pesquisa bibliográfica e um estudo de caso, sendo realizado um procedimento de pesquisa

experimental num único grupo. Foram feitas comparações de resultados obtidos antes e depois do experimento realizado.

O método experimental é caracterizado por uma atividade experimental dividida em etapas: hipótese prévia, experimentação e generalização de resultados. É uma forma de investigação, na qual, orientado por uma hipótese, o investigador manipula, em condições controladas, uma determinada variável e observa os resultados obtidos. Sobre isto, Gil (2008) escreve:

Consiste essencialmente em submeter os objetos de estudo à influência de certas variáveis, em condições controladas e conhecidas pelo investigador, para observar os resultados que a variável produz no objeto (p. 16).

A hipótese que orientou o autor desta dissertação foi a seguinte: se ocorrer a realização de atividades motivadoras que abordam funções afins e movimento uniforme sob uma ótica interdisciplinar, então os participantes apresentarão uma melhora no aprendizado dos temas abordados. A experiência e os procedimentos metodológicos adotados serão apresentados nas seções 2.3, 2.4 e 2.5 deste Capítulo. Os resultados obtidos serão discutidos no Capítulo 3.

2.3 Aplicações das Avaliações Antes das Atividades

No primeiro encontro com os participantes da pesquisa, foram aplicadas aos mesmos duas avaliações, um pré-teste e um questionário denominado Escala de Motivação em Matemática. O pré-teste consistiu numa avaliação diagnóstica, formado por quatro questões, envolvendo conhecimentos de funções afins e movimento uniforme (Apêndice C), e o questionário foi formulado por Gontijo (2007), o qual possui 28 itens (Anexo A). Primeiro foi aplicado o questionário, que os alunos responderam em cerca de 20 minutos. Logo após, foi aplicado o pré-teste, disponibilizando um tempo para sua resolução de 1 hora e 30 minutos.

2.3.1 Escala de Motivação em Matemática

A Escala de Motivação em Matemática é um questionário elaborado por Gontijo (2007). Em seus estudos em motivação sobre matemática, ele relata o

interesse, o prazer e a satisfação pela realização de uma tarefa como fatores que são características de quem está motivado pela matemática. Sobre isto, Gontijo relata:

[...] estudar frequentemente matemática; dedicar tempo para os estudos; resolver problemas; criar grupos de estudos para resolver exercícios de matemática; pesquisar informações sobre matemática e sobre a vida de matemáticos; persistência na resolução de problemas; elaborar problemas para aplicar conhecimentos adquiridos; explicar fenômenos físicos a partir de conhecimentos matemáticos; realizar tarefas de casas; relacionar bem com o professor de matemática; participar das aulas com perguntas e formulação de exemplos e cooperar com os colegas no aprendizado da matemática. (GONTIJO, 2007, p.138)

Esse questionário é composto por 28 afirmativas (veja anexo A), divididas em 6 fatores que observam os hábitos já citados. A escala possui as seguintes possibilidades de resposta: (1) nunca; (2) raramente; (3) às vezes; (4) frequentemente; (5) sempre. Sobre a escala, Gontijo escreve:

A Escala de Motivação em Matemática é um instrumento composto por 28 itens, agrupados em 6 fatores, que visa investigar o nível de motivação dos alunos em Matemática. O Fator 1 foi denominado de 'Satisfação pela Matemática' (8 itens) e representa os sentimentos que os estudantes têm em relação a esta área do conhecimento; o Fator 2, denominado Jogos e desafios (4 itens) representa as percepções dos alunos quanto ao seu apreço em particular de atividades lúdicas e desafiadoras relacionadas à Matemática; Fator 3 – Resolução de Problemas (5 itens), expressa os sentimentos dos alunos face à atividade de resolução de problemas; Fator 4 – Aplicações no Cotidiano (5 Itens) representa as percepções dos alunos quanto à aplicabilidade e a presença da matemática em algumas situações do cotidiano; Fator 5 – Hábitos de Estudo (4 itens) refere-se à dedicação aos estudos e ao tempo despendido com as atividades escolares; Fator 6 : Interações na Aula de Matemática (2 itens), refere-se à participação nas aulas de Matemática e à forma como o aluno se relaciona com o professor desta disciplina. (GONTIJO, 2007, p.92-93)

O intuito da aplicação do questionário de motivação em matemática foi analisar quantitativamente a motivação dos alunos em relação à matemática. Essa análise quantitativa foi feita por meio da observação dos percentuais de repostas ao longo da graduação da escala, para cada item da mesma.

A seguir serão apresentados os itens do questionário separados por fatores:

1º) Satisfação pela Matemática:

Tabela 1 – Satisfação pela matemática

Fator 1 – Satisfação pela Matemática		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
19	As aulas de matemática estão entre as minhas aulas preferidas.					
20	Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a).					
23	Tenho muita dificuldade para entender matemática.					
24	Matemática é "chata"					
25	Aprender matemática é um prazer					
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas					
27	Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas					
28	Consigo bons resultados em matemática					

2º) Jogos e desafios

Tabela 2 – Jogos e desafios

Fator 2 – Jogos e Desafios		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
1	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio.					
7	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico.					
12	Procuo relacionar a matemática aos conteúdos das outras disciplinas					
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares.					

3º) Resolução de problemas

Tabela 3 – Resolução de problemas

	Fator 3 – Resolução de problemas	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
9	Gosto de resolver os exercícios rapidamente.					
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes.					
11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de matemática.					
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.					
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.					

4º) Aplicações no Cotidiano

Tabela 4 – Aplicações no cotidiano

	Fator 4 – Aplicações no Cotidiano	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
2	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos.					
3	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.					
4	Faço desenhos usando formas geométricas					
5	Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola					
6	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.					

5º) Hábitos nos estudos

Tabela 5 – Hábitos de estudo

Fator 5 – Hábitos de Estudo		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
13	Estudo matemática todos os dias durante a semana.					
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa.					
17	Estudo as matérias de matemática antes que o professor as ensine na sala de aula.					
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes.					

6º) Interação na sala de aula

Tabela 6 – Interação na sala de aula

Fator 6 – Interação na sala de aula		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
8	Faço perguntas nas aulas de matemática quando eu tenho dúvidas.					
16	Relaciono-me bem com meu professor de matemática.					

2.3.2 Pré-teste

Anteriormente ao início das experiências da cinemática, foi realizado um pré-teste com a finalidade de avaliar a existência de algum conhecimento prévio de funções afins e movimento uniforme. O pré-teste foi composto por quatro questões, avaliando conhecimentos de análise de gráficos de função afim, movimento uniforme e obtenção da lei de formação da função afim. A seguir, serão apresentadas as

questões do pré-teste realizado pelos alunos pesquisados, bem como os respectivos gabaritos.

QUESTÃO 1) (UFSC, 2004) Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade A com destino à cidade B, e o trem Prata da cidade B com destino à cidade A. O gráfico representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade A ($d = 0$).

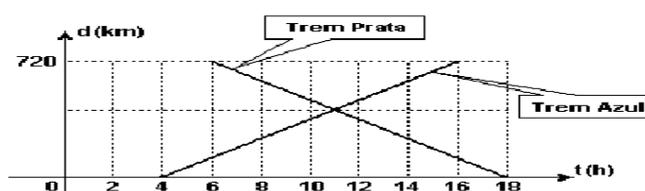


Figura 1 – Gráfico do movimento uniforme de dois trens

Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S):

- (a) O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
- (b) Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
- (c) A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
- (d) O trem Azul partiu às 4 horas da cidade A.
- (e) A distância entre as duas cidades é de 720 km.
- (f) Os dois trens se encontram às 11 horas.

Essa questão foi aplicada no Vestibular de 2004 da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). A mesma encontra-se no relatório sobre a prova, obtido no site <http://www.vestibular2004.ufsc.br/relatorio2004/FSC.pdf>. Segundo este relatório, essa questão tem por objetivo compreender os princípios básicos da cinemática numa análise de gráficos de dois movimentos uniformes distintos, colocados num mesmo gráfico representando as posições dos móveis em função do tempo.

Nessa questão, as proposições corretas são as alternativas (b), (c), (d), (e) e (f). A avaliação dessa questão foi feita, observando os percentuais de acertos e erros em cada item, além do percentual médio de acertos na questão.

QUESTÃO 2) O gráfico abaixo indica a posição em função do tempo de um móvel em trajetória retilínea.

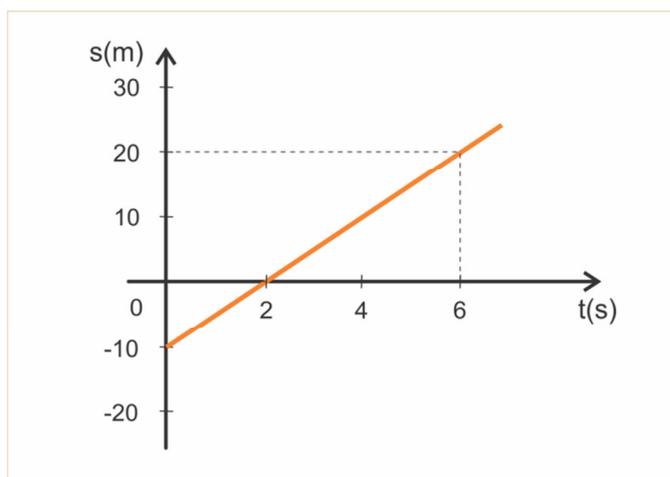


Figura 2 – Gráfico do movimento uniforme de um móvel

- Qual a posição inicial do móvel?
- Qual a velocidade do móvel?
- Determine a equação horária da posição em função do tempo.

Essa questão se refere à análise do gráfico que representa o movimento de um móvel, onde são necessários conhecimentos de conceitos básicos da cinemática, em particular do movimento uniforme. A mesma foi considerada pelo professor como uma questão de nível fácil.

Nessa questão, as soluções aceitáveis são semelhantes às respostas a seguir:

- $S_0 = -10\text{m}$
- $v = \frac{20 - (-10)}{6} = \frac{30}{6} = 5\text{m/s}$
- $S = S_0 + v.t \rightarrow S = -10 + 5.t$

Cada resposta obtida poderia ser avaliada como: certa, parcialmente certa ou errada. As respostas consideradas parcialmente certas foram as que o aluno indicou o caminho certo para a obtenção da resposta, mas fracassou devido a pequenos deslizes de cálculos.

QUESTÃO 3) Sabendo que os pontos **(1, 2)** e **(0, -1)** pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a \cdot x + b$, pode-se afirmar que $a^2 \cdot b^{1/3}$ é:

- a) - 4 b) 4 c) - 9 d) 9 e) 5

A terceira questão trata da obtenção da lei que determina o gráfico de uma função afim, a partir de dois pontos do \mathbb{R}^2 .

Nessa questão, as soluções aceitáveis são semelhantes à resposta a seguir:

$$(1, 2) \in \text{graf } f \rightarrow 2 = a \cdot 1 + b$$

$$(0, -1) \in \text{graf } f \rightarrow -1 = a \cdot 0 + b \rightarrow b = -1$$

$$\text{Como: } a \cdot 1 + b = 2 \rightarrow a + (-1) = 2 \rightarrow a = 3$$

$$\text{Logo: } a^2 \cdot b^{1/3} = 3^2 \cdot (-1)^{1/3} = 9 \cdot (-1) = -9$$

Cada resposta obtida poderia ser avaliada em: certa, parcialmente certa ou erradas, sendo o objetivo principal da questão a obtenção da lei que determina a função. O aluno que conseguiu obter a lei, mas não fez o cálculo das potências teve sua resposta avaliada como parcialmente certa.

QUESTÃO 4) (UERJ, 2009 - Adaptada) Os gráficos 1 e 2 representam a posição S de dois corpos em função do tempo t .

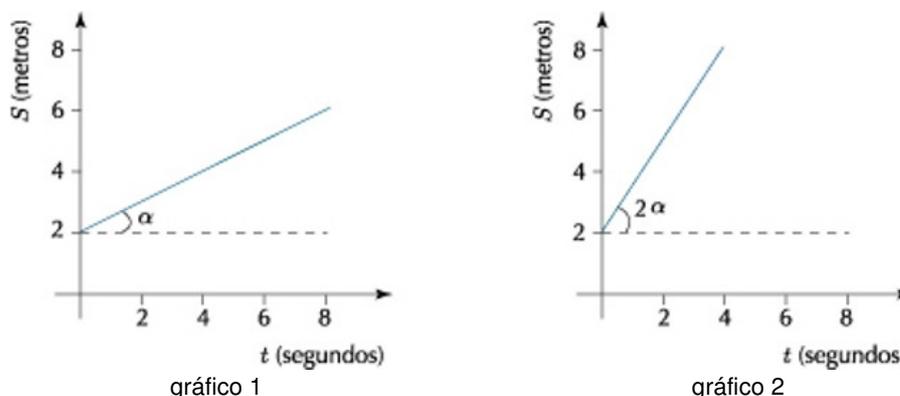


Figura 3 – Gráficos da posição S de dois corpos em função do tempo t

No gráfico 1, a função horária é definida pela equação $S = 2 + \frac{1}{2} \cdot t$.

Assim, a equação que define o movimento representado pelo gráfico 2 corresponde a:

$$\text{Dado: } \operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2(\alpha)}$$

(A) $S = 2 + t$

(B) $S = 2 + 2 \cdot t$

(C) $S = 2 + \frac{4}{3} \cdot t$

(D) $S = 2 + \frac{6}{5} \cdot t$

A quarta questão foi adaptada de um item da prova de matemática do vestibular da Universidade do Estado do Rio de Janeiro do ano de 2009.³ Visto que os discentes que participaram da pesquisa, não estudaram o item *arcos duplos* em trigonometria, houve uma adaptação da questão, para que a falta deste conhecimento não pudesse afetar a obtenção da resposta. A questão foi considerada de nível alto, observando que no Vestibular da UERJ, apenas 27,3% de candidatos acertaram a mesma.⁴

O objetivo da questão foi verificar o conhecimento de conexões ente função afim e função horária do movimento uniforme, onde o aluno deveria perceber a função horária do movimento uniforme como uma função afim. Além disso, o aluno deveria identificar o significado geométrico dos coeficientes da expressão de uma função afim.

Cada resposta obtida poderia ser avaliada em: certa, parcialmente certa ou errada. A seguir, será apresentada a solução da questão:

O gráfico da figura 1 representa a função horária do movimento uniforme $S = 2 + \frac{1}{2} \cdot t$, onde a velocidade v do corpo é dado por $v = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{2}$.

³ Disponível em:
<http://www.vestibular.uerj.br/portal_vestibular_uerj/arquivos/arquivos2009/2009_1eq_2de3.pdf>.

⁴ Fonte: <http://www.revista.vestibular.uerj.br/questao/questao-objetiva.php?seq_questao=74>.

O gráfico da figura 2 representa a função horária do movimento uniforme $S = 2 + v'.t$, onde v' é a velocidade do corpo 2 dado por $v' = \text{tg}(2.\alpha)$

$$\text{Como: } v' = \text{tg}(2.\alpha) = \frac{2.\text{tg}(\alpha)}{1-\text{tg}^2(\alpha)} = \frac{2.\frac{1}{2}}{1-(\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Temos: } S = 2 + v'.t \rightarrow S = 2 + \frac{4}{3}.t$$

2.4 Aplicações das Atividades

A aplicação das atividades se deu em 4 etapas, cada uma em um dia diferente. Em cada encontro, foram gastas cerca de 2 horas para a realização das tarefas. Os materiais usados nas atividades realizadas foram:

- Um trenzinho de brinquedo, movido a pilhas, acompanhado de seus trilhos;
- Celular com câmera digital;
- Folhas de papel sulfite;
- Folhas de papel milimetrado;
- Lápis, borracha e régua;
- Quadro e marcador para quadro branco;
- Computador e televisão (apenas para auxiliar na transmissão à turma dos vídeos produzidos durante o experimento).

1ª etapa

No segundo encontro com os alunos, deu-se início à experiência. Foi montado, com o auxílio dos alunos, o trajeto retilíneo de trilhos por onde o trenzinho passaria. Em seguida foram estabelecidos alguns marcos: a origem (marco zero) e marcos com 90 centímetros, 150 centímetros e 180 centímetros de distância do marco inicial. Um aluno foi convidado a filmar, com o auxílio de seu próprio celular, o movimento do trem a partir de um ponto anterior em relação ao marco zero, até completar o seu trajeto passando por todos os marcos. Após a experiência, o seu vídeo foi reproduzido algumas vezes num computador acoplado a uma televisão numa sala interativa do CIEP. Com o auxílio do professor, foram extraídos do vídeo

os instantes de tempo em segundos nos quais o trenzinho passava por algum marco. Em seguida os discentes escreveram os dados coletados na experiência numa folha anteriormente oferecida a eles e começaram a responder as perguntas propostas na mesma folha. Foi pedido que os alunos calculassem o deslocamento sofrido e o tempo gasto nesse deslocamento em cada um dos trechos: de 0 a 90 cm (1° trecho), de 90 cm a 150 cm (2° trecho) e de 150 cm a 180 cm (3° trecho), e logo após, que calculassem a razão entre os deslocamentos e os intervalos de tempo obtido em cada trecho.



Figura 4 - Trenzinho

O auxílio do professor na extração dos instantes de tempo em que o trenzinho passa em cada marco é essencial para que não haja erros de leitura maiores que o aceitável, visto que o próprio professor pode, por cálculos matemáticos, descobrir previamente os instantes e os erros aceitáveis num movimento uniforme do móvel.

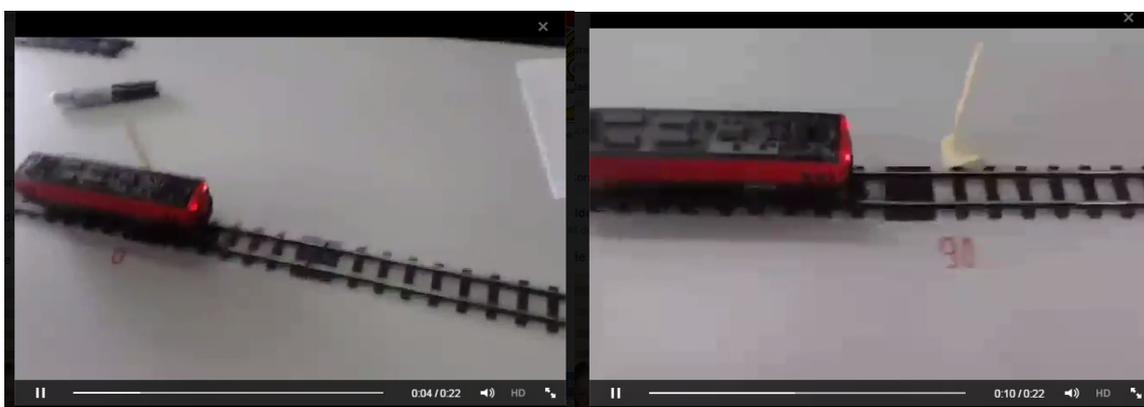


Figura 5 – Posições do trenzinho nos marcos 0 e 90 cm

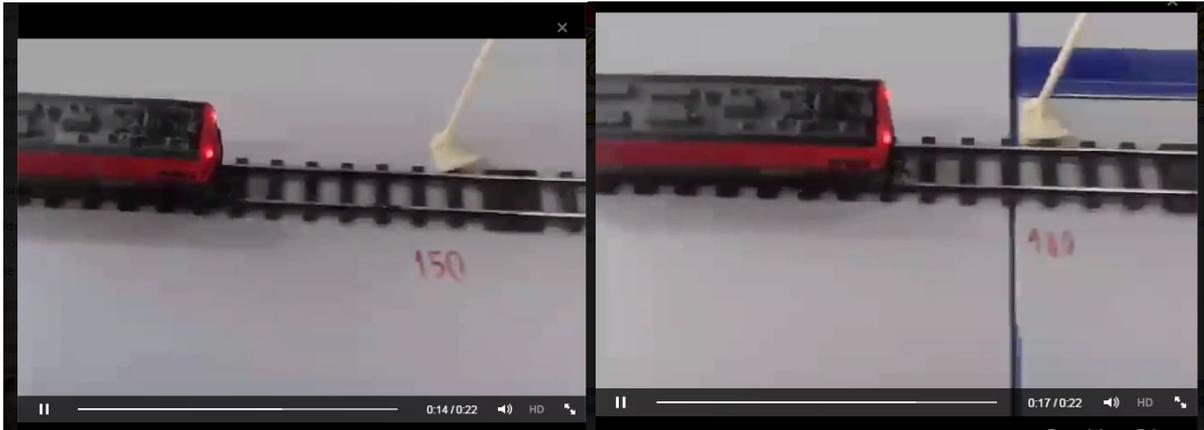


Figura 6 – Posições do trenzinho nos marcos 150 cm e 180 cm.

Para esse movimento, os alunos extraíram os seguintes instantes de tempo para cada marco:

Tabela 7 – Posição x tempo na primeira experiência

Posição: S (cm)	0	90	150	180
Tempo: t (s)	1	8	12,6	15

A seguir será apresentada a foto de uma folha contendo os dados e respostas de um dos alunos:

Obtenção de dados espaço X tempo

Posicao : S (cm)	0	90	150	180		
Tempo : t (s)	1	8	12,6	15		

Com base no experimento realizado em sala de aula, faça o que se pede abaixo:

- 1) Para cada trecho de deslocamento do móvel apresentado, responda:
i) Qual foi o intervalo de tempo gasto pelo móvel para percorrê-lo?

ii) De quantos centímetros foi o seu deslocamento?

- (a) 1º trecho: de s = 0 a s = cm

Intervalo de tempo? $t_f - t_i = 8 - 1 = 7$

Deslocamento? $s_f - s_i = 90 - 0 = 90$

- (b) 2º trecho: de s = cm a s = cm

Intervalo de tempo? $12,6 - 8 = 4,6$

Deslocamento? $150 - 90 = 60$

- (c) 3º trecho: de s = cm a s = cm

Intervalo de tempo? $15 - 12,6 = 2,4$

Deslocamento? $180 - 150 = 30$

- 2) Para cada trecho apresentado na questão 1, qual é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto pelo móvel para percorrê-lo?

- (a) 1º trecho:

$$\frac{90}{7} = 12,85$$

(b) 2º trecho $\frac{60}{4,6} = 13,04$

(c) 3º trecho: $\frac{30}{2,4} = 12,5$

- 3) Compare as razões obtidas na questão 2. O que você pode constatar?

Os valores são próximos mas diferentes.

- 4) Como você justifica o resultado obtido na questão 3? Melhor dizendo, que característica do movimento do móvel explica o que foi constatado na questão 3?

A velocidade do móvel é próxima, mas diferente.

Figura 7 – Folha de obtenção de dados espaço x tempo

A intenção era que os alunos pudessem verificar a igualdade ou proximidade das razões obtidas e relacioná-las com o movimento em velocidade constante do trenzinho.

Nesta mesma etapa, o professor apresentou aos alunos uma introdução ao estudo do erro e incerteza, para que os mesmos pudessem perceber que as razões

poderiam ter pequenas diferenças aceitáveis, devido a imprecisões nas medições dos instantes de tempo.

Foi apresentada aos discentes a definição de velocidade média como sendo a razão entre o deslocamento sofrido e o tempo gasto no deslocamento: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, bem como o que é o movimento uniforme, com suas propriedades.

Foi proposto aos alunos que determinassem novos instantes de tempo para o mesmo movimento, considerando o instante inicial $t = 0$ segundo, o instante em que o trenzinho passou pela origem (marco zero). Todos entenderam que seria suficiente acrescentar, a partir do instante inicial, o intervalo de tempo gasto em cada trecho já calculado.

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = 0 + \Delta t_1 = 0 + 7 = 7$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 7 + 4,6 = 11,6$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t_3 = 11,6 + 2,4 = 14$$

Com isso, construíram uma nova tabela com os novos instantes de tempo, respondendo às perguntas da folha anterior.

Tabela 8 – Posição x tempo na primeira experiência, com modificações

Posição: S (cm)	0	90	150	180
Tempo: t (s)	0	7	11,6	14

Com isso, o professor fez indagações sobre o porquê de as razões obtidas agora serem iguais às das obtidas anteriormente, a fim de reafirmar a ideia de que as razões são a velocidade média do móvel e, como se tratou de um mesmo movimento, a velocidade era a mesma.

2ª etapa

No terceiro encontro, foi realizado o mesmo experimento dos dias anteriores, porém com o trenzinho se movimentando com uma velocidade maior que no primeiro caso. Para isto, bastou modificar a posição do botão de velocidade contido no trem, o trenzinho usado no experimento possibilitava regulagem para duas velocidades diferentes. Também foram marcados novos pontos na trajetória: Origem (marco zero), marco 120 cm, marco 200 cm e marco 260 cm. Optou-se por aumentar o trajeto que seria percorrido devido ao aumento da velocidade, o que poderia dificultar a leitura dos instantes de tempo procurados. Um dos alunos filmou o movimento do móvel por toda trajetória e logo em seguida foi reproduzido o vídeo algumas vezes com o auxílio de um computador acoplado a uma televisão. Com o auxílio do professor, os alunos obtiveram a seguinte leitura dos instantes de tempo nos marcos considerados:

Tabela 9 – Posição x tempo na segunda experiência

Posição: S (cm)	0	120	200	240
Tempo: t (s)	3	5,4	7	8,2

Após a obtenção dos dados posição x tempo, os alunos foram incentivados a responder à questão de número 2, que pedia para calcular o deslocamento sofrido e o tempo gasto nesse deslocamento em cada um dos trechos: de 0 a 120 cm (1º trecho), de 120 cm a 200 cm (2º trecho) e de 200 cm a 240 cm (3º trecho), e logo após, que calculassem a razão entre os deslocamentos e os intervalos de tempo obtido em cada trecho.

A seguir, os alunos responderam a duas questões na mesma folha:

- 3) Compare as razões obtidas na questão 2. O que você pode constatar?
- 4) Como você justifica o resultado obtido na questão 3? Melhor dizendo, que característica do movimento do móvel explica o que foi constatado na questão 3?

A intenção era que novamente os alunos pudessem verificar a igualdade ou proximidade das razões obtidas e relacioná-las com o movimento constante do trenzinho, para que houvesse a intensificação do conhecimento obtido na experiência anterior.

Foi novamente proposto aos alunos que determinassem novos instantes de tempo para o mesmo movimento, considerando o instante inicial $t = 0$ segundo, como aquele em que o trenzinho passaria pela origem (marco 0). Todos entenderam que seria suficiente acrescentar, a partir do instante inicial, o intervalo de tempo gasto em cada trecho já calculado.

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = 0 + \Delta t_1 = 0 + 2,4 = 2,4$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 2,4 + 1,6 = 4$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t_3 = 4 + 1,2 = 5,2$$

Com isso, construíram uma nova tabela com os novos instantes de tempo:

Tabela 10 – Posição x tempo na segunda experiência, com modificações

Posição: S (cm)	0	120	200	240
Tempo: t (s)	0	2,4	4	5,2

Após a obtenção dos dados posição x tempo, os alunos foram incentivados a responder à questão de número 2, que pedia para calcular o deslocamento sofrido e o tempo gasto nesse deslocamento em cada um dos trechos: de 0 a 120 cm (1° trecho), de 120 cm a 200 cm (2° trecho) e de 200 cm a 240 cm (3° trecho), e logo após, que calculassem a razão entre os deslocamentos e os intervalos de tempo obtido em cada trecho.

Com isso, eles responderam às seguintes questões:

- 3) Compare as razões obtidas na questão 2. O que você pode constatar?

- 4) Como você justifica o resultado obtido na questão 3? Melhor dizendo, que característica do movimento do móvel explica o que foi constatado na questão 3?

A intenção era que novamente os alunos pudessem verificar a igualdade ou proximidade das razões obtidas e relacioná-las com o movimento constante do trenzinho a fim de que para que houvesse a intensificação do conhecimento obtido na experiência anterior.

3ª etapa:

No quarto dia, o professor iniciou a aula desenhando no quadro três pontos no plano cartesiano, aparentemente colineares, e indagou aos alunos de que maneira poderia ser constatado se os pontos destacados estavam ou não alinhados. Em seguida o professor orientou que os alunos pesquisassem, com o auxílio da internet, o significado da palavra alinhado. Ao fim da pesquisa, com o auxílio da ferramenta de busca Google, indicaram o seguinte: “adj. Que se conseguiu alinhar; colocado ou localizado em linha reta; posto em fila”.⁵ Com esta definição, foi possível então introduzir o assunto sobre alinhamento entre três pontos.

Ao ser justificada a condição de alinhamento de três pontos, o professor indicou que a tangente do ângulo de inclinação de uma reta indica a razão entre o deslocamento sofrido e o tempo gasto no deslocamento, para o caso do gráfico tempo X espaço, isto é, a velocidade média do móvel. Logo, como as velocidades calculadas em cada trecho são iguais ou bem próximas, então o gráfico que representa o movimento do trenzinho caracteriza uma reta ou uma curva bem próxima de uma reta. Para fins de esboço gráfico, tal curva será aproximada por uma reta.

Após isso, foi distribuído aos alunos papel milimetrado. Os mesmos foram instruídos a marcar os pontos obtidos nas tabelas 7 e 8 em um mesmo plano e unissem cada conjunto de pontos por meio de uma reta. Depois disso, foi distribuída nova folha milimetrada, para que os alunos marcassem os pontos das tabelas 9 e 10

⁵ Fonte: <<http://www.dicio.com.br/alinhado/>>.

num mesmo plano e unissem cada conjunto de pontos por meio de uma reta . Com isso, os alunos foram incentivados a compararem a velocidade do móvel e a inclinação das retas, com o intuito que observassem que movimentos uniformes com a mesma velocidade geram como gráficos, retas com inclinações iguais. Além disso, quanto maior for a inclinação da reta, maior será a velocidade do móvel.

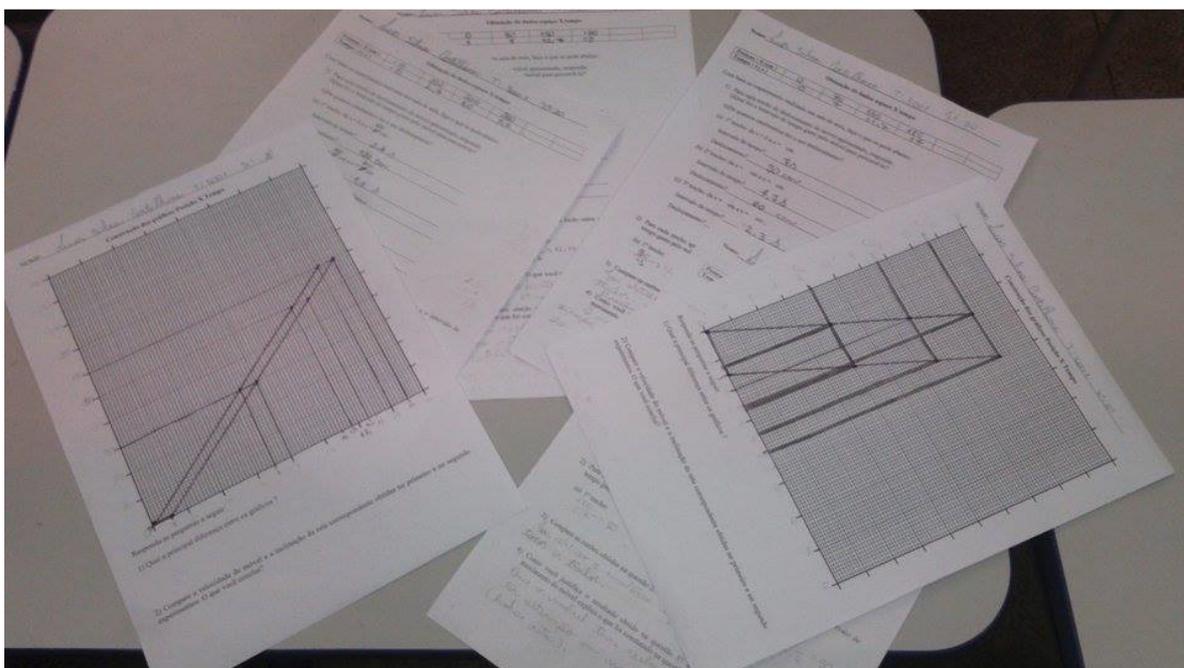


Figura 8 - Fotos das atividades

4ª etapa

Na quarta etapa, ocorrida durante o quinto encontro, o professor instruiu os discentes a como determinar a lei de formação do gráfico espaço x tempo no movimento uniforme. Com isso, eles puderam obter a lei de formação dos gráficos relativos ao movimento do trenzinho. Em seguida, o docente abordou o assunto de função linear, um caso particular de função afim. Neste momento, pôde-se relacionar a fórmula matemática da função afim $y = a.x + b$ com a fórmula da função horária do espaço do movimento uniforme $S = S_0 + v.t$.

A seguir, são apresentadas duas construções gráficas, apresentadas por alunos diferentes das duas situações de movimentos. Na primeira situação, o móvel se encontrava com uma velocidade menor que a do segundo caso.

Construção dos gráficos Posição X Tempo

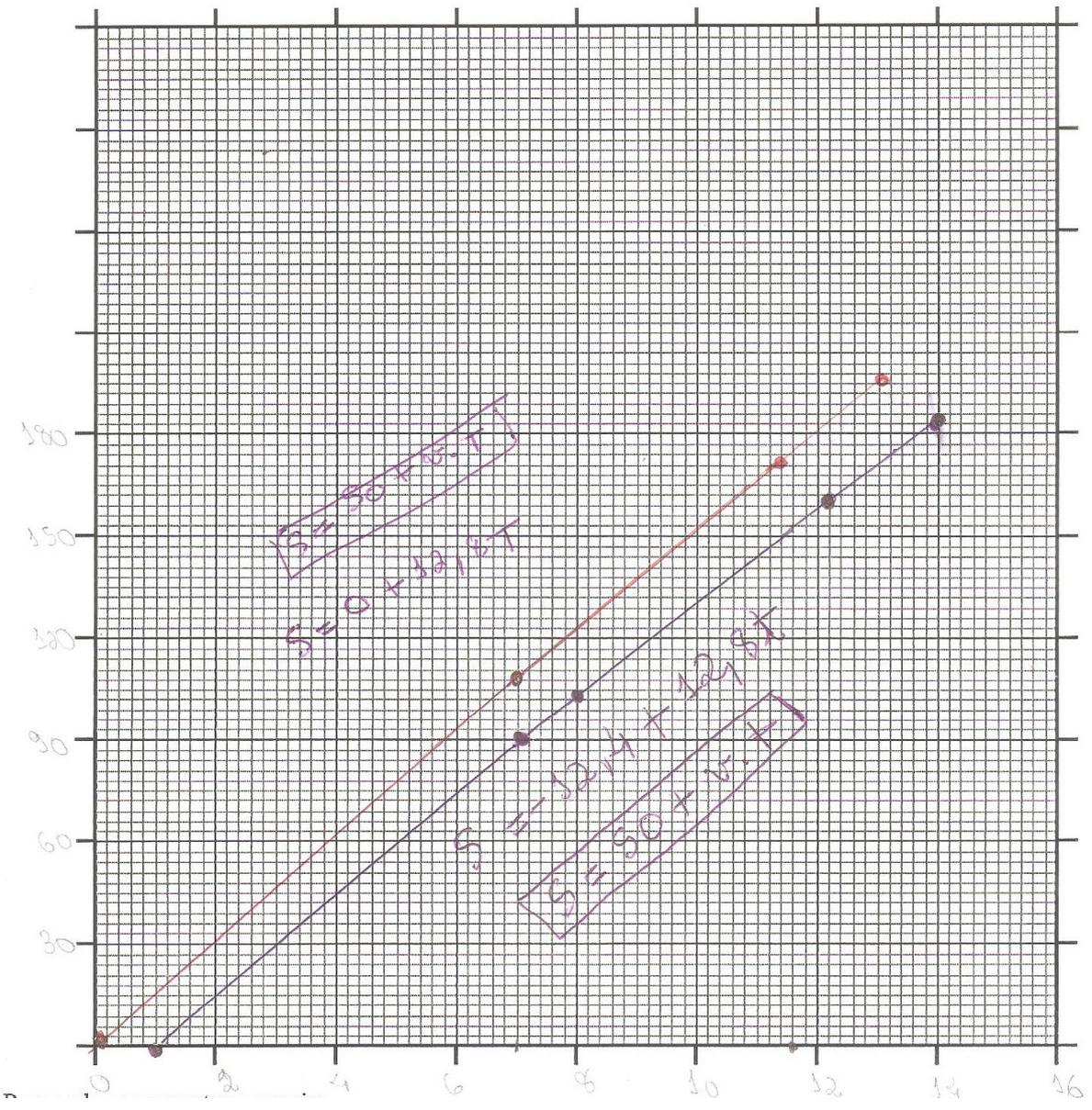


Figura 9 – Gráficos do movimento na primeira experiência

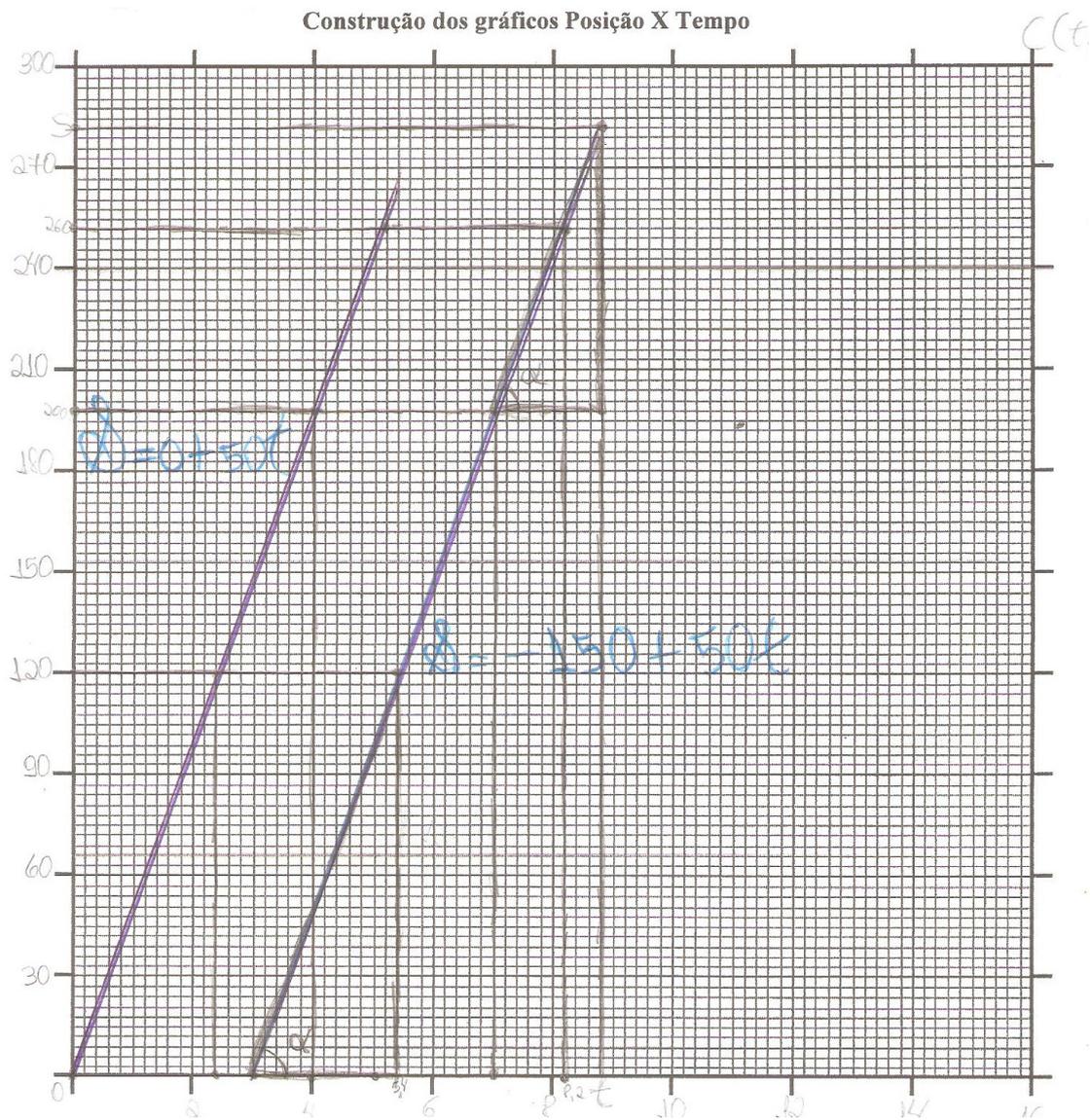


Figura 10 – Gráficos do movimento na segunda experiência

Depois foi realizada uma nova experiência, onde o móvel se movimentou no sentido contrário à orientação da trajetória. Foram marcados novos pontos na trajetória: marco zero (origem), 90 cm, 150 cm e 180 cm. Um dos alunos filmou todo o movimento do trenzinho pela trajetória. Após os alunos analisarem por algumas vezes o vídeo do movimento com a ajuda do professor, encontraram os seguintes instantes de tempo:

Tabela 11 – Posição x tempo na terceira experiência

Posição: S (cm)	0	90	150	180
Tempo: t (s)	13	7	3	1

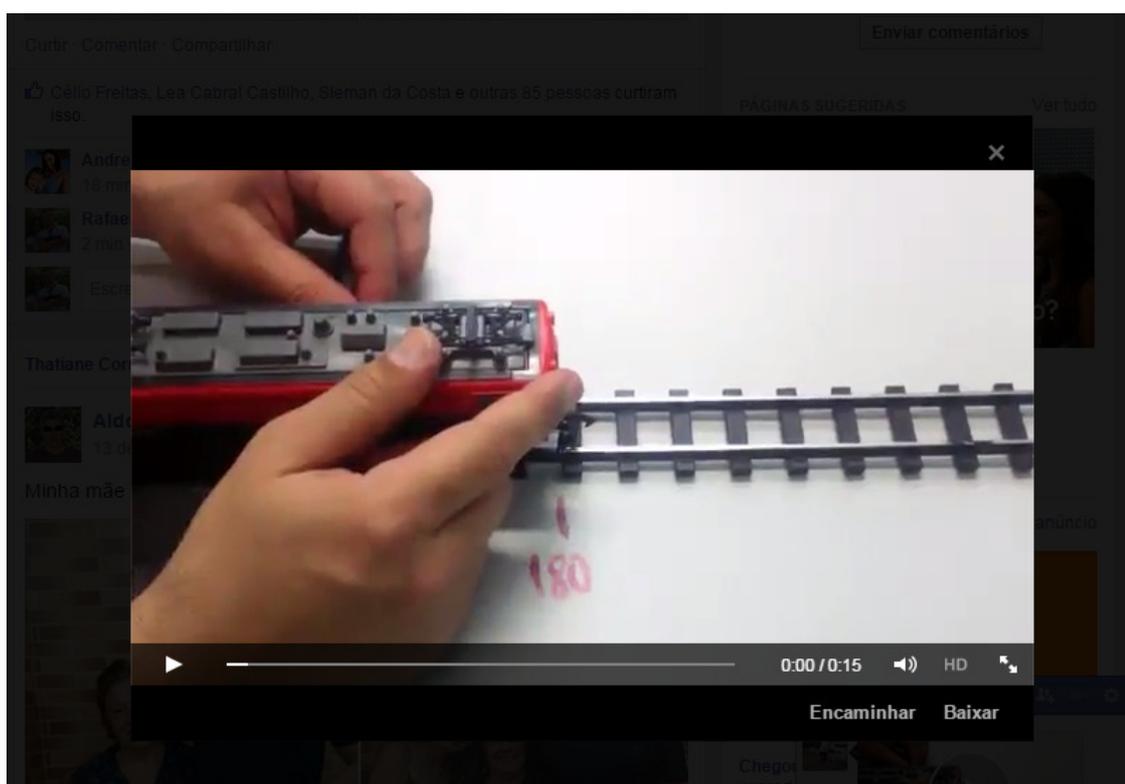


Figura 11- Movimento do trenzinho em sentido contrário à orientação da trajetória

Os alunos foram estimulados a calcular a velocidade média, bem como a construir o gráfico para este movimento. Com a construção do gráfico o professor os indagou sobre o porquê de o gráfico ser decrescente e a velocidade ser negativa. Com isso, o professor conseguiu que os discentes percebessem a relação do movimento contrário à orientação da trajetória com a negatividade da velocidade e com o decrescimento do gráfico.

2.5 Aplicações das Avaliações Após as Atividades

2.5.1 Escala de Motivação Pós-Atividades

No sexto encontro, os alunos foram convidados a responder um questionário sobre motivação pós-atividades, composto por 19 perguntas relacionadas às atividades em que participaram. O questionário (Apêndice A) foi elaborado com base no questionário Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007) aplicado no primeiro dia, seguindo os mesmos seis fatores apresentados no questionário Escala Motivacional em Matemática pré-atividades.

Assim como o questionário sobre Motivação pré-atividades, o questionário sobre Motivação Pós-Atividades foi dividido em fatores: Fator1 - Denominado de Satisfação pela Matemática ; Fator 2 - Jogos e desafios; Fator 3 – Resolução de Problemas ; Fator 4 - Aplicações no cotidiano; Fator 5 – Hábitos de Estudo; Fator 6 – Interações na Aula. A escala possui as seguintes possibilidades de resposta: (1) nunca; (2) raramente; (3) às vezes; (4) frequentemente; (5) sempre.

O intuito da aplicação do questionário Escala de Motivação foi verificar se a proposta do ensino de funções através de experimentos da cinemática representou ou não um motivador no ensino da matemática para aquele grupo pesquisado.

Esse questionário foi avaliado de maneira similar a que foi feita para a Escala de Motivação em Matemática, aplicada antes das atividades.

A seguir serão apresentados os itens do questionário separados por fatores:

1º) Satisfação pela matemática

Tabela 12 – Satisfação pela matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
01	Tive dificuldades em entender as atividades propostas.					
02	As atividades propostas foram interessantes.					
03	Quando me pediram para resolver exercícios durante e					

	após o experimento, fiquei nervoso(a).					
04	Aprender matemática foi um prazer durante as atividades propostas.					
05	Consegui bons resultados nas atividades propostas.					

2º) Jogos e Desafios

Tabela 13 – Jogos e desafios

	Fator 2 – Jogos e Desafios	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
06	Consegui relacionar conhecimentos da física com conhecimentos da matemática.					
07	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas.					
08	Eu gostaria de propor atividades semelhantes, envolvendo movimento e matemática para futuros alunos.					

3º) Resolução de problemas

Tabela 14 – Resolução de problemas

	Fator 3 – Resolução de problemas	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
09	Tentei resolver as atividades propostas rapidamente.					
10	Fiquei curioso em saber a resolução das atividades propostas.					
11	Fiquei frustrado (a) ao não conseguir resolver determinado problema proposto.					
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei de novo.					

4º) Hábitos de Estudo

Tabela 15 – Hábitos de estudos

	Fator 4 – Hábitos de Estudo	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
16	Relembrei as tarefas propostas quando estava em casa.					
17	Passei a realizar pesquisas na internet ou em livros para conhecer mais sobre os assuntos abordados nas atividades.					

5º) Aplicações no Cotidiano

Tabela 16 – Aplicações no cotidiano

	Fator 5 – Aplicações no Cotidiano	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
13	Consegui perceber a presença da matemática no movimento do trem.					
14	Consigo explicar o movimento do trem utilizando conhecimentos da matemática.					
15	Passei a estimar o tempo que gasto para chegar num destino, de acordo com a rapidez do(s) meio(s) de transporte que uso.					

6º) Interação na sala de aula

Tabela 17 – Interação na sala de aula

	Fator 6 – Interação na sala de aula	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5

18	Fiz perguntas sobre as atividades ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvidas.					
19	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades.					

2.5.2 Comentário sobre as atividades

Após os alunos responderem o questionário Escala de Motivação Pós-Atividades, eles foram convidados a dissertar sobre as impressões que tiveram em relação às atividades (Apêndice B). Veja o que foi proposto aos alunos:

Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se elas foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado... Enfim, fique à vontade para tecer esses e outros comentários referentes às atividades.

2.5.3 Pós-Teste

Após o encerramento das experiências da cinemática, bem como das atividades de aprendizagem, os discentes foram convidados a realizar um novo teste. O pós-teste foi composto por quatro questões similares às questões do pré-teste, que avaliaram conhecimentos sobre função afim e movimento uniforme. Além disso, após a análise das respostas, foi avaliado se houve ou não aprendizagem dos conteúdos durante as atividades, comparando com as respostas obtidas no pré-teste.

O professor procurou questões que tivessem a mesma exigência de conteúdo e nível de dificuldade semelhante, com a finalidade de ser possível uma comparação no aproveitamento pelos alunos pesquisados no pré e pós-teste. A seguir, serão apresentadas as questões do pós-teste realizado pelos alunos e as respostas de cada questão.

QUESTÃO 1) Considere o gráfico posição x tempo para um carro que se desloca ao longo de uma estrada retilínea (eixo Ox) onde a velocidade máxima permitida é de 80km/h.

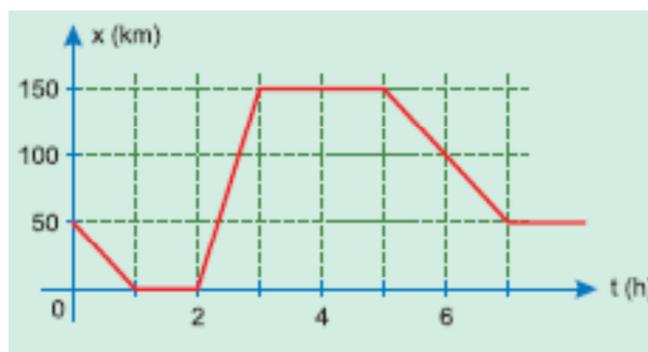


Figura 12 – Gráfico da posição de um carro em função do tempo t

Tendo como base o gráfico acima, considere as afirmações:

- I. O carro partiu da origem.
- II. O carro nunca se afastou mais do que 100 km do seu ponto de partida.
- III. O carro excedeu o limite de velocidade entre a 2.^a e a 3.^a hora.
- IV. O carro deslocou-se sempre afastando-se da origem.
- V. O carro esteve sempre em movimento entre $t = 0$ e $t = 7h$.
- VI. A distância entre o ponto de partida e a posição em $t = 7h$ é de 30 km.

Somente está correto o que se afirma em:

- a) II e III
- b) II e IV
- c) I e III
- d) V e VI
- e) IV, V e VI

A primeira questão propôs a análise de um gráfico do movimento de um móvel. Os alunos foram orientados a avaliarem como verdadeiro (V) ou falso (F), cada uma das seis afirmações relacionadas ao gráfico. A questão foi considerada de nível de dificuldade média pelo professor e foi retirada do site www.educacional.com.br/.../unidades%203%20e%2041032011183058. (Acesso em: 20 abr.2015)

Essa questão teve por objetivo uma análise gráfica dos princípios básicos da cinemática. As respostas dos itens são: I (F), II (V), III (V), IV (F) e V (F), e a opção correta foi a alternativa (a).

QUESTÃO 2) O gráfico abaixo indica a posição em função do tempo de um móvel em trajetória retilínea.

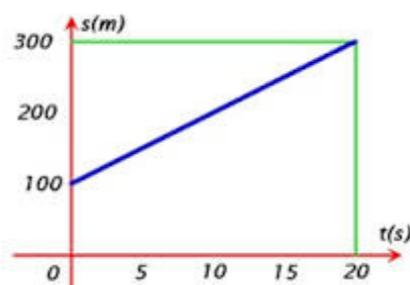


Figura 13 – Gráfico da posição de um móvel em função do tempo t

- Qual a posição inicial do móvel?
- Qual a velocidade do móvel?
- Determine a função horária da posição em função do tempo.

A segunda questão do pós-teste possui objetivos e nível de dificuldade similares à questão 2 do pré-teste. Portanto, os critérios de avaliação adotados nesta questão foram similares àqueles adotados na questão 2 do pré-teste.

Nessa questão, as soluções aceitáveis são semelhantes às respostas a seguir:

- $S_0 = 100\text{m}$
- $v = \frac{300-100}{20} = \frac{200}{20} = 10\text{m/s}$
- $S = S_0 + v.t \rightarrow S = 100 + 10.t$

QUESTÃO 3) Sabendo que os pontos **(0,- 3)** e **(3, 3)** pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, determine o valor de **(b – a)**.

A terceira questão do pós-teste possui objetivos e nível de dificuldade similar à questão 3 do pré-teste. Portanto, os critérios de avaliação adotados nesta questão foram similares àqueles adotados na questão 3 do pré-teste.

Nessa questão, as soluções aceitáveis são semelhantes à resposta a seguir:

$$(0, -3) \in f \rightarrow -3 = a.0 + b \rightarrow b = -3$$

$$(3, 3) \in f \rightarrow 3 = a.3 + b$$

Como: $a \cdot 3 + b = 3 \rightarrow 3 \cdot a + (-3) = 3 \leftrightarrow a = 3 + 3 \leftrightarrow a = 6$

Logo: $b - a = 6 - (-3) = 9$

QUESTÃO 4) (UERJ,2009 - Adaptada) Os gráficos 1 e 2 representam a posição S de dois corpos em função do tempo t .

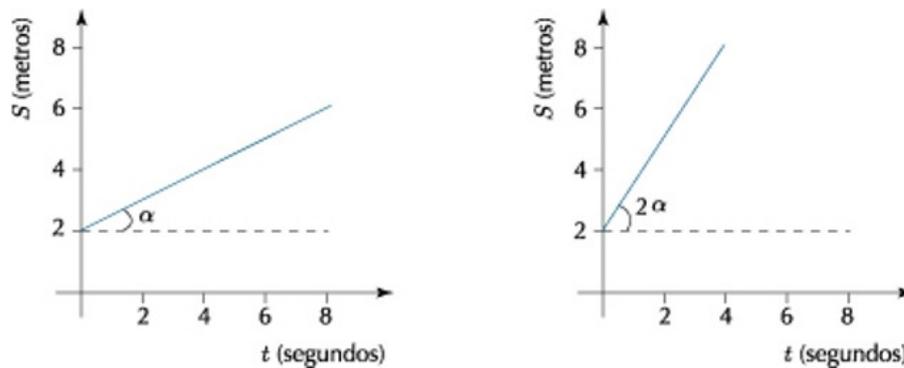


Figura 14 – Gráficos 1 e 2 da posição S de dois corpos em função do tempo t

No gráfico 1, a função horária é definida pela equação $S = 2 + \frac{1}{2} \cdot t$

Assim, a equação que define o movimento representado pelo gráfico 2 corresponde a:

$$\text{Dado: } \mathbf{tg(2 \cdot \alpha)} = \frac{2 \cdot \mathbf{tg(\alpha)}}{1 - \mathbf{tg^2(\alpha)}}$$

- (A) $S = 2 + t$
- (B) $S = 2 + 2 \cdot t$
- (C) $S = 2 + \frac{4}{3} \cdot t$
- (D) $S = 2 + \frac{6}{5} \cdot t$

Essa questão nada mais é do que uma repetição da questão 4 contida no pré-teste. O objetivo dessa repetição é avaliar se haveria progresso na resolução dessa questão após o trabalho com a turma.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Resultados da Escala de Motivação em Matemática (Pré-Atividades)

A seguir serão apresentados os resultados dessa escala, separada por fatores.

- Satisfação pela Matemática:

Tabela 18 – Satisfação pela matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
19	As aulas de matemática estão entre as minhas aulas preferidas.	4	1	3	3	6
20	Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a).	0	0	5	2	10
23	Tenho muita dificuldade para entender matemática.	2	1	4	3	7
24	Matemática é “chata”	3	1	7	2	4
25	Aprender matemática é um prazer	0	2	4	5	6
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas	0	6	6	4	1
27	Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas	7	1	2	3	4
28	Consigo bons resultados em matemática	1	3	7	3	3

Quanto à satisfação pela matemática, constatou-se que, para mais da metade dos alunos, a matemática está entre as aulas preferidas, respondendo os itens frequentemente ou sempre. Contudo verificou-se que 58,82% relatam ter sempre ou frequentemente muita dificuldade em aprender matemática, além de 70,59% apresentaram nervosismo sempre ou frequentemente quando pedem para resolver problemas matemáticos. Esses resultados levam a conjecturar que o fator emocional pode ser um dos motivos para a dificuldade em aprender matemática e para o percentual baixo de 35,29% de alunos que disseram conseguir bons resultados em matemática sempre ou frequentemente.

- Jogos e desafios

Tabela 19 – Jogos e desafios

Fator 2 – Jogos e Desafios		Quantidade de respostas				
Itens:		1	2	3	4	5
1	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio.	4	3	9	0	1
7	Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico.	0	5	3	7	2
12	Procuro relacionar a matemática aos conteúdos das outras disciplinas	3	8	2	3	1
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares.	7	7	3	0	0

Constatou-se nesse fator, jogos e desafios, que os alunos pesquisados não estavam enredados na matemática no que se referia a competições envolvendo matemática ou raciocínio lógico, tampouco no que se referia à matemática em outras disciplinas, além de desafios matemáticos. Verificou-se que apenas 05,88% relataram participar de competições matemáticas ou de raciocínio lógico sempre ou frequentemente e além disso, apenas 23,53% relacionaram matemática aos conteúdos das outras disciplinas decorrente da forma fragmentada com que são trabalhadas as disciplinas, em geral. Contudo, percebeu-se que 52,94% gostam de brincadeiras e jogos que envolvam raciocínio lógico.

- Resolução de problemas

Tabela 20 – Resolução de problemas

Fator 3 – Resolução de problemas		Quantidade de respostas				
Itens:		1	2	3	4	5
9	Gosto de resolver os exercícios rapidamente.	0	0	5	8	4
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes.	2	1	9	5	0

11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de matemática.	0	0	3	2	12
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.	0	0	3	4	10
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.	0	0	8	5	4

Constatou-se que a maioria dos alunos pesquisados possui curiosidade na resolução dos problemas e quando fracassam tentam novamente. Entretanto, se eles não conseguem resolver um problema após algumas atividades, se desanimam. Infere-se que o gosto de resolver problemas rapidamente, isto é, pressa ou impaciência, associados à dificuldade na aprendizagem em matemática podem levar a um insucesso na resolução das questões, o que acarretaria a frustração e o desânimo típico numa aula de matemática.

- Aplicações no Cotidiano

Tabela 21 – Aplicações no cotidiano

	Fator 4 – Aplicações no Cotidiano	Quantidade de respostas				
	Itens:	1	2	3	4	5
2	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos.	12	3	2	0	0
3	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.	0	0	5	5	7
4	Faço desenhos usando formas geométricas	1	3	11	1	1
5	Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola	1	0	4	4	8
6	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.	0	1	2	4	10

Verificou-se que apesar de 82,36% dos alunos pesquisados utilizarem a matemática no cotidiano quando estão fazendo compras ou participando de jogos,

além de 70,59% perceberem a presença de matemática fora da escola, eles não conseguem utilizar o conhecimento matemático para explicar fenômenos da natureza. Esses resultados sugerem que, no pensamento da maioria dos alunos pesquisados, ocorre uma acentuada fragmentação entre a matemática e as outras ciências como, por exemplo, a física.

- Hábitos nos estudos

Tabela 22 – Hábitos de estudo

	Fator 5 – Hábitos de Estudo	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
13	Estudo matemática todos os dias durante a semana.	2	8	7	0	0
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa.	0	0	2	5	10
17	Estudo as matérias de matemática antes que o professor as ensine na sala de aula.	9	1	4	1	2
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes.	0	3	6	3	5

Verificou-se, que os alunos pesquisados não tinham o costume de estudar matemática todos os dias, o que sugere que não buscam o conhecimento matemático pelo prazer de estudar. Constatou-se que a maioria dos alunos pesquisados estuda por motivação extrínseca, uma vez que 88,26% responderam que realizam sempre ou frequentemente as tarefas que o professor passa e até mesmo 47,06% consultam outras fontes de estudo além do próprio caderno, somente a fim de realizar provas e testes.

- Interação na sala de aula

Tabela 23 – Interação na sala de aula

Fator 6 – Interação na sala de aula		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
8	Faço perguntas nas aulas de matemática quando eu tenho duvidas.	0	2	3	2	10
16	Relaciono-me bem com meu professor de matemática.	0	0	4	3	10

Nesse fator, constatou-se que a interação professor-aluno não pode ser considerada como problema relevante no processo de ensino aprendizagem da matemática, visto que 76,47% dos alunos afirmaram ter frequentemente ou sempre um bom relacionamento com o professor e 70,59% afirmaram fazer perguntas quando possuem dúvidas em matemática, o que sugere que estratégias devem ser usadas a fim de motivar intrinsecamente os alunos envolvidos, aproveitando o bom relacionamento entre discente e docente.

Entre todos os Itens da Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007), aqueles que receberam mais da metade das respostas “frequentemente” ou “sempre” (consideradas juntas) foram os seguintes:

3 - Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.

5 - Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola.

6 - Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.

7 - Gosto de brincar de montar quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio.

8 - Faço perguntas nas aulas de matemática quando eu tenho duvidas.

9 - Gosto de resolver os exercícios rapidamente.

11- Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática.

15 - Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa.

16 - Relaciono-me bem com meu professor de matemática.

19 - As aulas de matemática estão entre as minhas aulas preferidas.

20 - Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a).

21- Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.

22- Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.

23 - Tenho muita dificuldade para entender matemática.

25 - Aprender matemática é um prazer.

3.2 Resultados da Escala de Motivacional Pós-Atividades

A seguir apresentaremos os resultados dessa escala, separadas por fatores.

- Satisfação pela matemática

Tabela 24 – Satisfação pela matemática

	Fator 1 – Satisfação pela Matemática	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
01	Tive dificuldades em entender as atividades propostas.	2	5	10	0	0
02	As atividades propostas foram interessantes.	0	0	0	2	15
03	Quando me pediram para resolver exercícios durante e após o experimento, fiquei nervoso(a).	2	4	8	2	1

04	Aprender matemática foi um prazer durante as atividades propostas.	0	0	3	4	10
05	Conseguir bons resultados nas atividades propostas.	0	1	2	4	10

Percebe-se quanto ao fator 1, satisfação pela matemática, que houve um alcance dos objetivos, não houve quem experimentou muitas dificuldades para entender as atividades propostas. Observou-se também, que as atividades propostas foram avaliadas em 100% dos casos como frequentemente interessantes ou sempre interessantes. Além disso, apenas em 17,65% dos casos dos alunos ficaram nervosos significativamente. Constatou-se que em 82,36% dos casos os alunos, relataram que tiveram prazer pelas atividades propostas, sempre ou frequentemente. Assim como também relataram ter alcançado bons resultados na atividade proposta. Além disso, o mesmo percentual de alunos afirmou ter alcançado bons resultados na atividade proposta. Mediante esses dados, percebeu-se que os resultados obtidos foram bastante satisfatórios em relação ao fator 1, satisfação pela matemática.

- Jogos e Desafios

Tabela 25 – Jogos e desafios

	Fator 2 – Jogos e Desafios	Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
06	Conseguir relacionar conhecimentos da física com conhecimentos da matemática.	0	0	2	2	13
07	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas.	0	0	0	7	10
08	Eu gostaria de propor atividades semelhantes, envolvendo movimento e matemática para futuros alunos.	0	1	3	7	6

Quanto ao fator 2, jogos e desafios, percebeu-se que houve êxito nos objetivos. Considerando apenas as respostas dos itens sempre e frequentemente como satisfatórias, observou-se que 88,26% conseguiram relacionar conhecimentos

da física com o da matemática, além de 100% dos alunos se sentirem desafiados em realizar as atividades.

- Resolução de problemas

Tabela 26 – Resolução de problemas

Fator 3 – Resolução de problemas		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
09	Tentei resolver as atividades propostas rapidamente.	0	0	8	4	5
10	Fiquei curioso em saber a resolução das atividades propostas.	0	0	1	5	11
11	Fiquei frustrado (a) ao não conseguir resolver determinado problema proposto.	2	2	3	3	7
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei de novo.	0	0	2	2	13

Quanto ao fator 3, resolução de problemas, percebeu-se que as atividades propostas despertaram em 94,11% dos casos, uma curiosidade frequentemente ou sempre. Além disso, 88,26% dos alunos pesquisados afirmaram que, diante do insucesso na resolução de exercícios propostos, não desistiram e tentaram novamente.

- Hábitos de Estudo
-

Tabela 27 – Hábitos de estudos

Fator 4 – Hábitos de Estudo		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					

16	Relembrei as tarefas propostas quando estava em casa.	0	0	4	3	10
17	Passei a realizar pesquisas na internet ou em livros para conhecer mais sobre os assuntos abordados nas atividades.	3	7	5	1	1

Quanto aos hábitos de estudos, verificou-se que, mesmo que a grande maioria dos alunos pesquisados tenha afirmado que relembra as tarefas propostas quando estava em casa (76,47%), isso não foi o suficiente para incentivá-la a pesquisar sobre o assunto. Uma possível justificativa para esse resultado é o fato que os alunos pesquisados estudam em horário integral e ainda realizam estágios, o que pode ter contribuído pra que os mesmos não dispusessem de tempo suficiente para realizarem pesquisas em livros ou na internet.

- Aplicações no Cotidiano

Tabela 28 – Aplicações no cotidiano

Fator 5 – Aplicações no Cotidiano		Quantidade de respostas				
Itens:		1	2	3	4	5
13	Conseguir perceber a presença da matemática no movimento do trem.	0	0	1	3	13
14	Consigo explicar o movimento do trem utilizando conhecimentos da matemática.	0	1	6	2	8
15	Passei a estimar o tempo que gasto para chegar num destino, de acordo com a rapidez do(s) meio(s) de transporte que uso.	0	2	4	5	6

Quanto ao fator 5, aplicações no cotidiano, observou-se que houve êxito nos resultados obtidos, visto que em 94,12% dos casos, os alunos conseguiram perceber a presença da matemática no movimento sempre ou frequentemente. Além

disso, 58,82% se sentirem capazes de explicar matematicamente o movimento do trem sempre ou frequentemente.

- Interação na sala de aula

Tabela 29 – Interação na sala de aula

Fator 6 – Interação na sala de aula		Quantidade de respostas				
		1	2	3	4	5
	Itens:					
18	Fiz perguntas sobre as atividades ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvidas.	1	1	0	1	14
19	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades.	0	0	0	2	15

Quanto ao fator 6, interações em sala de aula, percebeu-se que houve êxito nos resultados obtidos, visto que 88,26% dos alunos fizeram perguntas frequentemente ou sempre que tiveram algum tipo de dúvida, além de 100% dos alunos responderem ter um bom relacionamento com o professor durante as atividades.

Observe que a grande maioria dos itens da Escala de Motivação Pós-Atividades obteve um percentual maior do que 50% no somatório das respostas “sempre” e “frequentemente”. Os únicos itens que não obtiveram esse resultado foram os seguintes:

1 – Tive dificuldades em entender as atividades propostas.

3 – Quando me pediram para resolver exercícios durante e após o experimento, fiquei nervoso (a).

17 – Passei a realizar pesquisas na internet ou em livros para conhecer mais sobre os assuntos abordados nas atividades.

Mesmo assim, os resultados nos itens 1 e 3 foram considerados satisfatórios, pois, nesses dois casos, o êxito estava em conseguir um percentual baixo nas

respostas “sempre” e “frequentemente”. Sendo assim, o item 17 foi o único em que não houve êxito. Mediante o exposto, os demais itens sugerem que a maioria da turma ficou motivada após as atividades realizadas.

3.3 Análises dos Comentários sobre as Atividades

Analisando os comentários dos alunos, observou-se que o principal ponto positivo destacado por eles foi o clima de descontração apresentado durante a execução das atividades. Também foi relatado o bom andamento das atividades, isto é, a execução do projeto foi bem conduzida, o que facilitou a aprendizagem e o entendimento. Além disso, os alunos destacaram o fato de terem aprendido duas matérias em uma só atividade, conciliando cálculos da matemática com a física. Um dos alunos elogiou o fato de se ter trabalhado com questão do vestibular da UERJ, visto que o mesmo desde já almeja uma vaga na instituição de ensino.

Apenas uma aluna apresentou um comentário sobre o que poderia ser melhorado. Vejamos seu comentário:

“A única coisa que desanima e estraga um pouco o projeto é que não tinha um local certo para realizar as aulas”

O comentário da aluna se deve ao fato que houve algumas mudanças de salas ao longo dos dias em que as atividades foram realizadas, uma vez que, na escola, não havia um espaço separado para sua execução. Este comentário bem acurado relata a importância de se ter um espaço reservado para realização de projetos interdisciplinares, um ambiente onde se possam trabalhar dinamicamente as aprendizagens.

A seguir, serão apresentados alguns comentários feitos pelos alunos:

Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se elas foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado... Enfim, fique à vontade para tecer esses e outros comentários referentes às atividades.

Todas as atividades foram bem sucedidas e bem conduzidas, as atividades foram muito interessantes, pois nunca pensei que um trenzinho pudesse ensinar física e matemática pra mim. Fiquei muito feliz em ter participado desse projeto.

Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se elas foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado... Enfim, fique à vontade para tecer esses e outros comentários referentes às atividades.

Achei as atividades bastante criativas e que facilitou meu entendimento em relação aos diferentes projetos, mas particularmente, preferi a parte em que nós foi proposta encontrar a fórmula que mostra que o movimento no experimento foi uniforme, pois consegui conciliar vários cálculos da Física com a Matemática e aprendi com muito mais rapidez do que pessoalmente teria aprendido na maioria das aulas de Matemática que são dadas normalmente. Achei que tanto o professor quanto os alunos não deixaram um pouco a desejar. O professor sempre esteve presente para tirar nossas dúvidas e nos também precisamos de algumas explicações. Esse projeto me ensinou que o lúdico pode sim ajudar na aprendizagem dos alunos e que a Matemática e a Física não são tão complicadas nem tão difíceis quanto parecem. Foram atividades im-
barrantadas e me senti gratificada por atingir seu objetivo final.

Figura 15 – Comentário sobre as atividades da aluna “A”

No comentário da aluna “A”, observou-se que o projeto foi criativo, facilitador do entendimento, interdisciplinar, lúdico e interessante. A aluna destacou a parte em que foi obtido, à partir da tabela posição x tempo, a função horária do movimento uniforme, que expressa o movimento do trenzinho. A discente relatou que se sentiu “gratificada” por atingir os objetivos.

Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se elas foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado... Enfim, fique à vontade para tecer esses e outros comentários referentes às atividades.

O projeto que o professor Rafael Costello realizou com os alunos, foi excelente. Antes de iniciar o projeto, o professor aplicou um pré-teste para ver como os alunos estavam se saindo. No pré-teste eu tive dificuldade em executá-lo. Após o pré-teste, realizamos vários exercícios a procura do intervalo de tempo e do deslocamento. Eu adorei estes exercícios, porque consegui realizá-los com facilidade. Tive bastante entrosamento com os alunos. Logo, o projeto não trabalhou só física, ele trabalhou também matemática. Foi muito divertido e gratificante participar do projeto e espero ter mais projetos pela frente.

Figura 16 – Comentário sobre as atividades do aluno “B”

No comentário do aluno “B”, o mesmo relatou a dificuldade que teve na realização do pré-teste, mas a execução das atividades foi feita com entrosamento com os demais alunos, sendo um facilitador da aprendizagem, gerando satisfação. Além disso, o aluno destacou a interdisciplinaridade do projeto. O discente relatou ter sido divertido e gratificante ter participado do projeto.

Comente sobre as atividades realizadas, dizendo se elas foram bem conduzidas ou não, qual foi a melhor parte, o que pode ser melhorado... Enfim, fique à vontade para tecer esses e outros comentários referentes às atividades.

As atividades foram bem conduzidas, gostei muito da lógica que os exercícios tiveram e também da montagem do trem, que nos deu uma visão melhor das coisas que estavam sendo pedidas, pudemos ver a velocidade de cada trem de acordo com os pontos em que o trem parava e de duas formas sendo o retângulo que foi o que eu achei de mais legal, poder ver de outra forma, ângulo e também de forma criativa. Me relacionei bem com os alunos e com o professor, que sempre procurava tirar as minhas dúvidas. A única parte que não foi ruim mas que cansou um pouco foi ter que fazer vários mapas a mesma folha de exercícios, mas ao mesmo tempo foi legal para ver outros formatos de resolver os exercícios. Com outros números pudemos ver o contraste e a diferença que números bem pequenos fazem.

Figura 17 – Comentário sobre as atividades do aluno “C”

No comentário do aluno “C”, ele destacou que o manuseio do trenzinho e a maneira como as atividades foram conduzidas facilitaram o entendimento dos conceitos envolvidos. Além disso, também destacou o bom relacionamento com os alunos e com o professor, mas afirmou que a execução dos exercícios foi um pouco cansativa. O fato pode ser justificado por conta que os alunos calcularam, para cada movimento do trem, a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto, em cada trecho. Embora as atividades tenham sido realizadas de maneira dinâmica e lúdica, não se podem desprezar as realizações de exercícios de aprendizagem, o que para alguns pode parecer cansativo.

3.4 Resultados do Pré-Teste

A seguir serão apresentados os resultados obtidos no pré-teste realizado pelos alunos.

QUESTÃO 1)

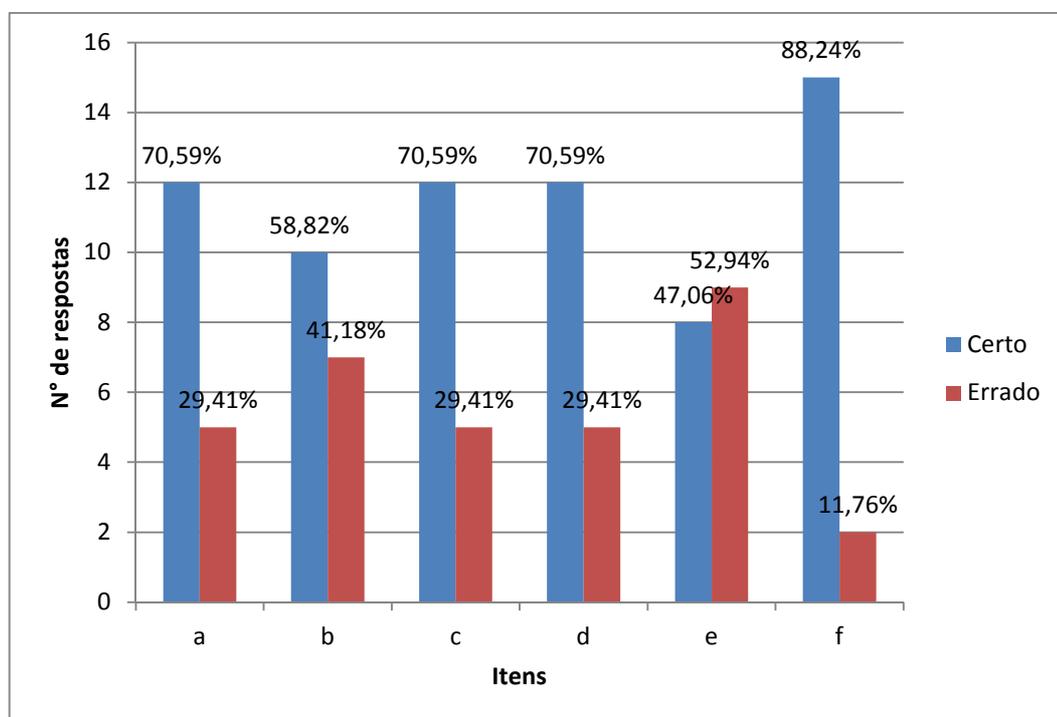


Figura 18 – Gráfico das respostas da questão 1 do pré-teste

Analisando a questão, pode-se constatar por meio de uma média aritmética simples, que houve em média 67,65% de acertos, o que faz inferir que mesmo que a maioria tenha tido êxito nas respostas, existe certa dificuldade de interpretação gráfica por parte de alguns alunos pesquisados, visto que a questão é conceituada como de fácil compreensão e interpretação para alunos do ensino médio. Observando cada item, nota-se que na letra (a), onde se fazia necessária apenas uma leitura simples de dados no gráfico e uma subtração de valores, o percentual de acertos foi de 70,59%. Entretanto, no item (b), onde o raciocínio e o modo operante eram os mesmos que no item (a), como haveria a necessidade de ler e calcular os dados para os dois gráficos, houve uma queda de 16,67 % de acertos em (b) em relação ao item (a). No item (c), onde havia a necessidade de raciocínio de maior complexidade, houve um percentual de acertos significativos. No item (d), que necessitava apenas de uma leitura simples do gráfico, o percentual obtido poderia

ser mais alto, devido ser um item de fácil resolução. O item (e) onde houve o menor percentual de acertos com apenas 47,06%, sugere como há uma dificuldade de interpretação por parte dos alunos, pois o item não necessitava de cálculos algébricos, apenas uma interpretação significativa de um gráfico considerado de fácil compreensão. O item (f) teve o maior percentual de acertos, possivelmente porque ser resolvido apenas com uma leitura intuitiva do gráfico.

QUESTÃO 2)

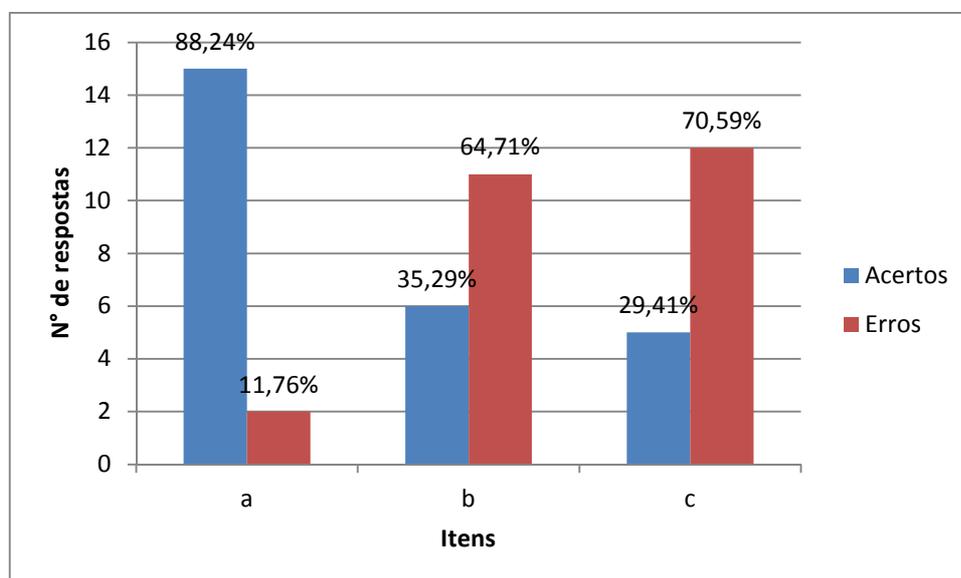


Figura 19- Gráfico das respostas da questão 2 do pré-teste

Analisando a segunda questão, observa-se que no item (a), onde houve um alto percentual de acertos, o mesmo pode ser explicado pela fácil leitura e interpretação gráfica. Entretanto, nos itens (b) e (c), os quais requerem cálculos algébricos e definições físicas, houve um significativo percentual de erros, o que faz inferir que existia um baixo nível de conhecimento de assuntos da cinemática, devido a uma não assimilação do conteúdo ou por ele ainda não ter sido visto pelo aluno.

QUESTÃO 3)

Não houve acertos algum na terceira questão. O assunto que ela abordou foi a obtenção da lei que determina o gráfico de uma função afim. A mesma poderia ser resolvida de formas diferente. Observou-se, então nesta questão, a falta de conhecimento por parte dos alunos em relação à obtenção da lei que determina o gráfico de uma função afim. Mesmo os alunos que obtiveram êxito na segunda questão, que tratava da obtenção da lei física que determinava uma reta dada como gráfico, não conseguiram verificar que eram questões de um mesmo assunto tratado em matérias diferentes.

QUESTÃO 4)

Não houve acertos na quarta questão. A maioria dos alunos pesquisados deixou a questão sem cálculo, marcando aleatoriamente uma resposta. Foi dito aos discentes que a questão sem cálculo não seria aceita. Dois alunos tentaram calcular a tangente do arco duplo, indicando que $\text{tg}(2.\alpha) = 2.\frac{1}{2} = 1$, marcando assim, a alternativa (a). Vale ressaltar que a fórmula correta da tangente do arco duplo foi fornecida no enunciado da questão, o que indica que esses dois alunos não fizeram uma leitura cuidadosa desse enunciado.

3.5 Resultados do Pós-Teste

A seguir serão apresentados os resultados obtidos no pós-teste realizado pelos alunos.

QUESTÃO 1)

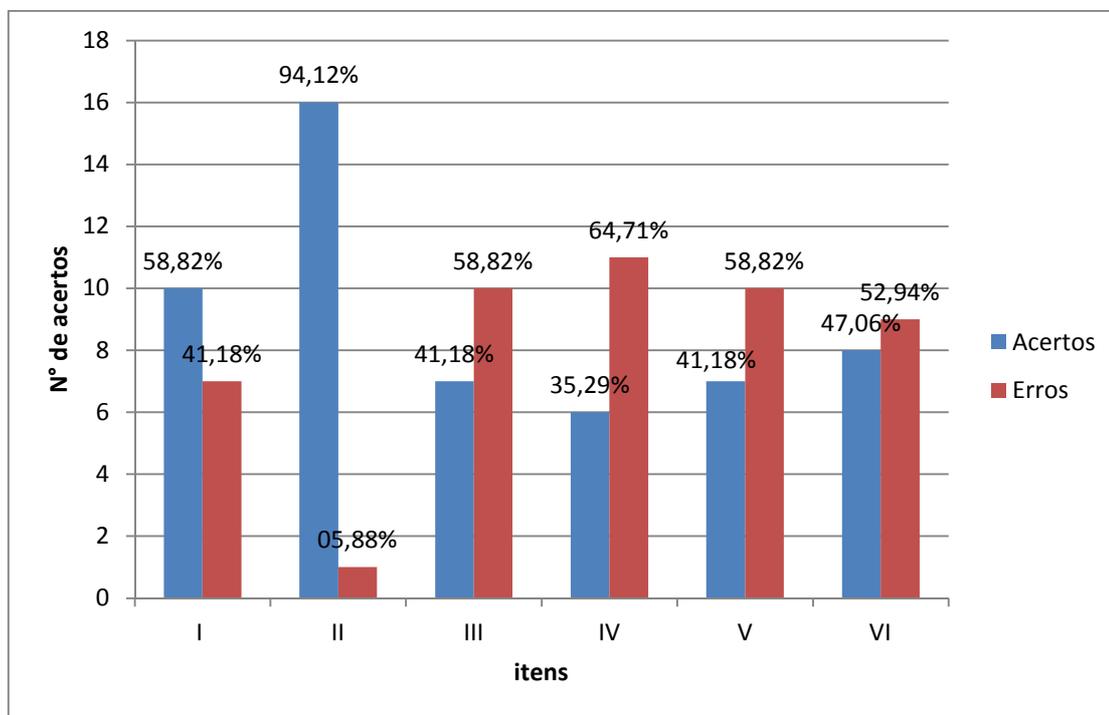


Figura 20 – Gráfico das respostas da questão 1 do pós-teste

Analisando as respostas da primeira questão inferiu-se ainda a presença de dificuldade de interpretação e análise de dados de um gráfico, também identificada na primeira questão do pré-teste. Realizando uma média aritmética simples, obtém-se um valor médio de 52,94% de acertos, um pouco menor em relação à média de acertos da primeira questão do pré-teste. Isso pode ser justificado, pelo fato de o nível de complexidade nessa questão ter sido considerado maior do que a da questão 1 do pré-teste

QUESTÃO 2)

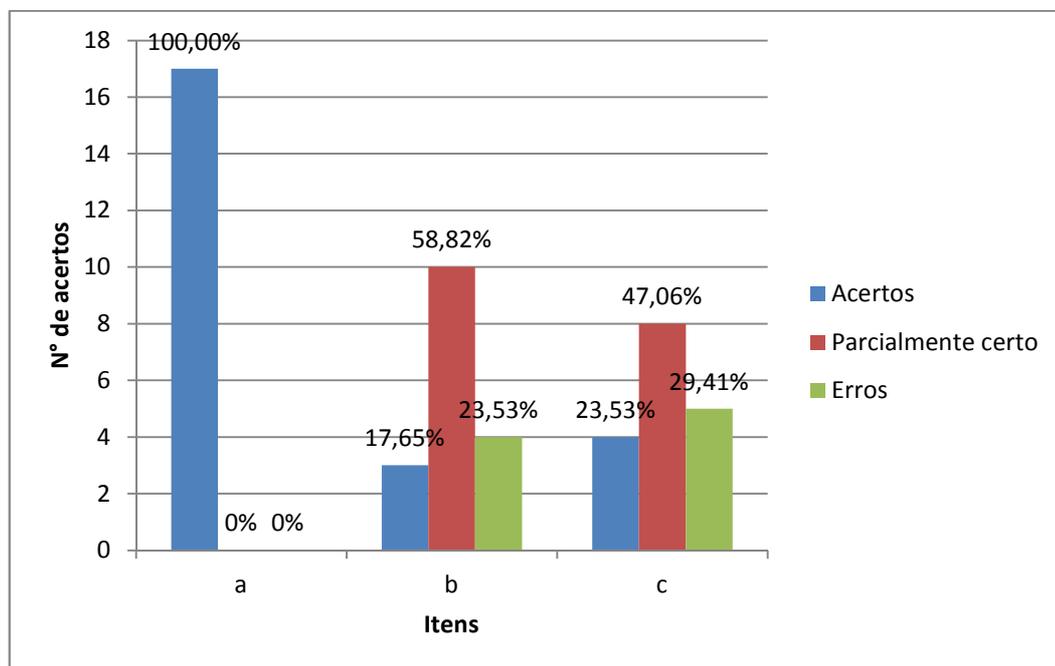


Figura 21 – Gráfico das respostas da questão 2 do pós-teste

Para a análise das respostas da segunda questão, as mesmas foram separadas em certas, erradas e parcialmente certas, ou seja, aquelas em que o aluno indicou o caminho certo para a obtenção da resposta, mas fracassou devido a pequenos deslizos de cálculos. Neste último caso, houve uma compreensão do assunto e se sabia o que deveria ser feito, mas as dificuldades em matemática básica que o aluno possuía o impediu de chegar ao resultado final. Veja uma resposta que foi interpretada como parcialmente certa:

b) Qual a velocidade do móvel.

$$v = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{300}{20} = 15 \text{ m/s}$$

a) Determine a função horária da posição em função do tempo.

ERRO: $v = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{300 - ?}{20}$

Figura 22 – Resposta parcialmente certa, item (b) da questão 2 do pós-teste

Observou-se na resposta desse aluno, que o mesmo possuía o conhecimento para obter a velocidade pelo cálculo da tangente do ângulo de inclinação, sabendo que a tangente é dada pela razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente do triângulo retângulo. Contudo, não calculou corretamente o valor do cateto oposto

como sendo $S_f - S_0$, ou seja, a diferença entre a posição final e a posição inicial do móvel no intervalo de tempo considerado.

Analisando as respostas dessa questão, observa-se que, nos três itens, houve menos de 30% de respostas totalmente erradas, sugerindo que houve uma compreensão, ainda que de maneira razoável, do assunto função horária do movimento uniforme e de sua representação gráfica.

QUESTÃO 3)

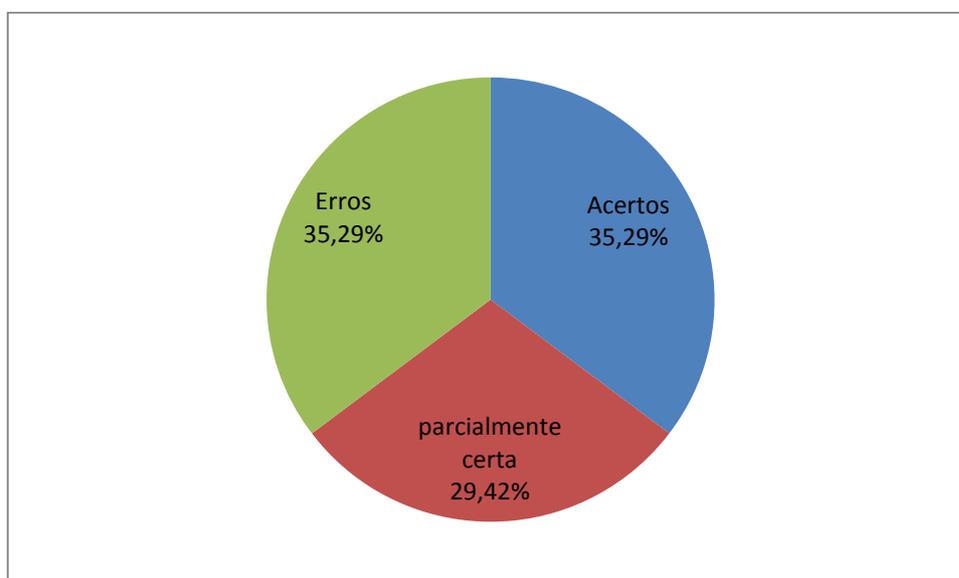


Figura 23 – Gráfico das respostas da questão 3 do pós-teste

Analisando as respostas da terceira questão e separando-as conforme feito anteriormente na segunda questão, identifica-se um aprendizado significativo do conteúdo abordado, considerando que apenas 35,29% dos alunos não conseguiram construir algum raciocínio aceitável na resolução da questão. Identifica-se em 29,42% dos casos uma elaboração do pensamento aceitável dificultado por uma carência de conhecimentos de matemática básica.

Veja uma resposta que foi interpretada como parcialmente certa:

QUESTAO 3) Sabendo que os pontos (0, -3) e (3, 3) pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \text{ em } \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, determine o valor de $(b - a)$.

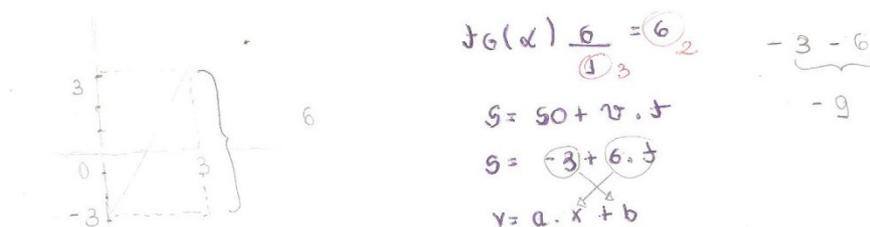


Figura 24 – Resposta parcialmente certa, na questão 3 do pós-teste

Observou-se, nessa resposta, que o aluno possuía conhecimentos para a obtenção da inclinação da reta através do cálculo da tangente do ângulo de inclinação da mesma, contudo não calculou corretamente o valor do cateto adjacente.

QUESTÃO 4)

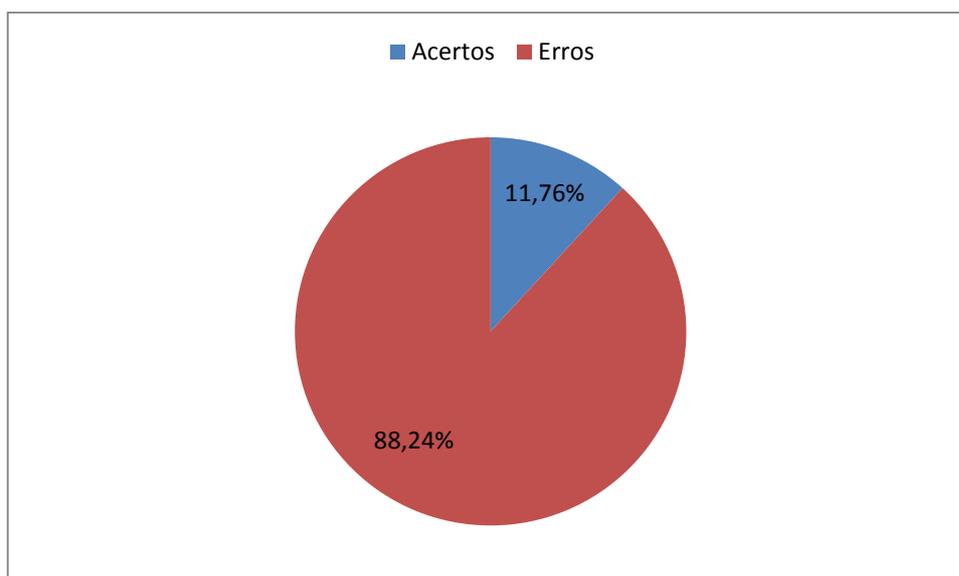


Figura 25 – Gráfico das respostas da questão 4 do pós-teste

A quarta questão foi repetida no pós-teste, a fim de verificar se haveria algum êxito na resolução da mesma após a aplicação das atividades. Mesmo sendo considerada uma questão de nível alto, houve 11,76% de acertos, o que se pode afirmar que houve uma ligeira melhora em relação ao resultado da mesma questão no pré-teste. De zero acertos, passou a 2 acertos.

3.6 Comparação entre os Resultados do Pré e do Pós-Teste

A seguir será comparado o percentual das respostas certas, parcialmente certas ou erradas das questões do pré-teste e do pós-teste, com o intuito de se verificar se houve ou não aprendizagem dos conteúdos trabalhados durante as atividades.

QUESTÃO 1)

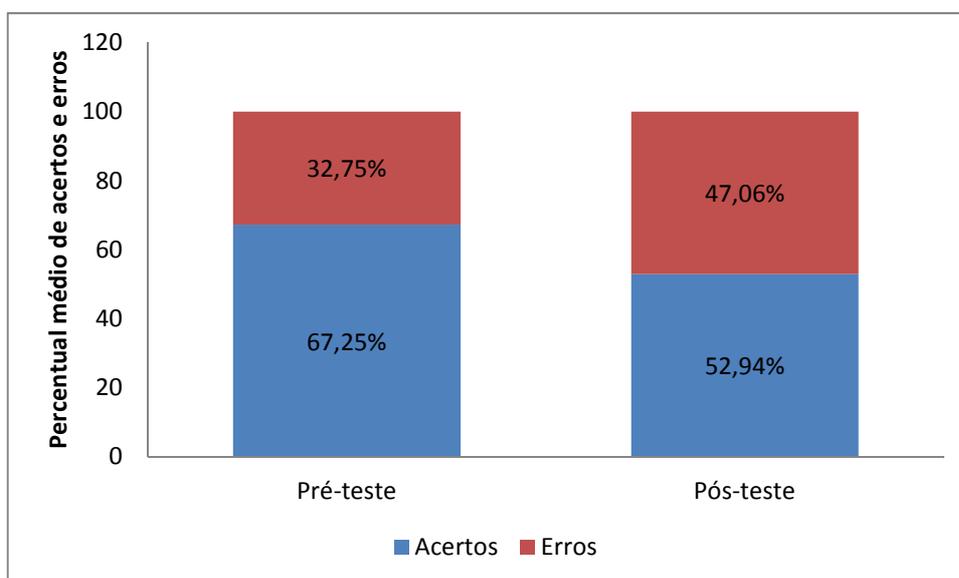


Figura 26- Comparativo da primeira questão do pré e pós-teste

No gráfico comparativo, se observa que houve uma diminuição do percentual médio de acertos no pós-teste em comparação ao pré-teste na primeira questão. O percentual médio foi obtido a partir de uma média aritmética simples de acertos em cada item das questões. Pode-se justificar a diminuição no percentual médio, pelo

fato que o nível de complexidade na questão 1 do pós-teste foi considerado maior do que a da questão 1 do pré-teste.

QUESTÃO 2)

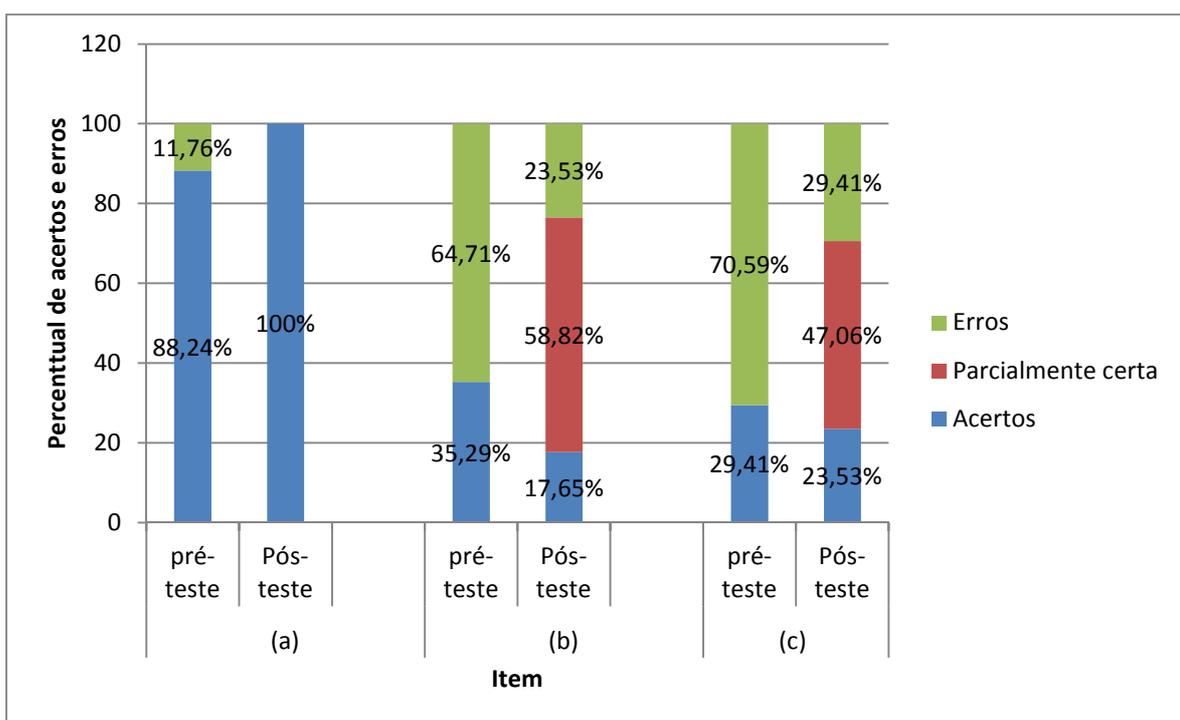


Figura 27 - Comparativo da segunda questão do pré e pós-teste

Observa-se no gráfico comparativo da segunda questão do pré e pós-teste, que apesar de ter ocorrido um aumento no percentual de acertos no item (a), ocorreu uma diminuição no percentual de acertos nos itens (b) e (c), o que pode ser justificado pelo fato de alguns alunos pesquisados tentarem obter, no caso do item (b) do pós-teste, a velocidade do móvel através do cálculo da tangente do ângulo de inclinação, e erraram no cálculo do cateto oposto. (vide figura 22). No caso do item (c) do pós-teste, pode ser justificado pelo fato de depender dos cálculos do item b. Em compensação, houve uma diminuição no percentual de erros, o que sugere, por esta perspectiva que houve uma aprendizagem no conteúdo de movimento uniforme, ainda que parcialmente.

QUESTÃO 3)

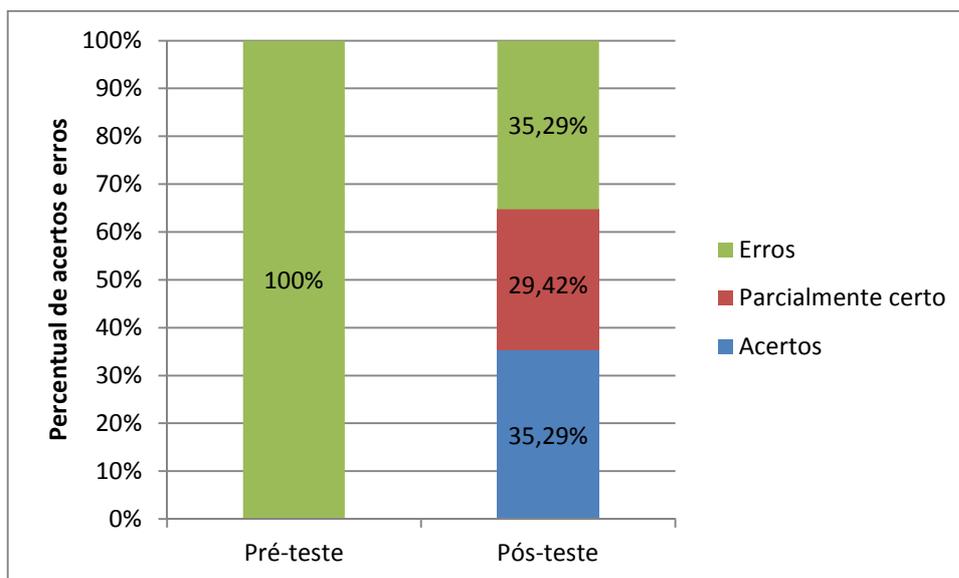


Figura 28 – Gráfico comparativo da terceira questão do pré e pós-teste

Observa-se nesse gráfico comparativo, que houve um aumento no percentual de acertos e acertos parciais, no pós-teste em comparação com o pré-teste, até mesmo porque não houve acertos, parcial ou integral, nessa questão no pré-teste. Os alunos pesquisados relataram que o assunto *obtenção da lei da função afim*, não fora abordado nas aulas de matemática antes do pré-teste, o que fez com os discentes nem mesmo tentassem resolver a questão, quando fora aplicado o pré-teste.

QUESTÃO 4)

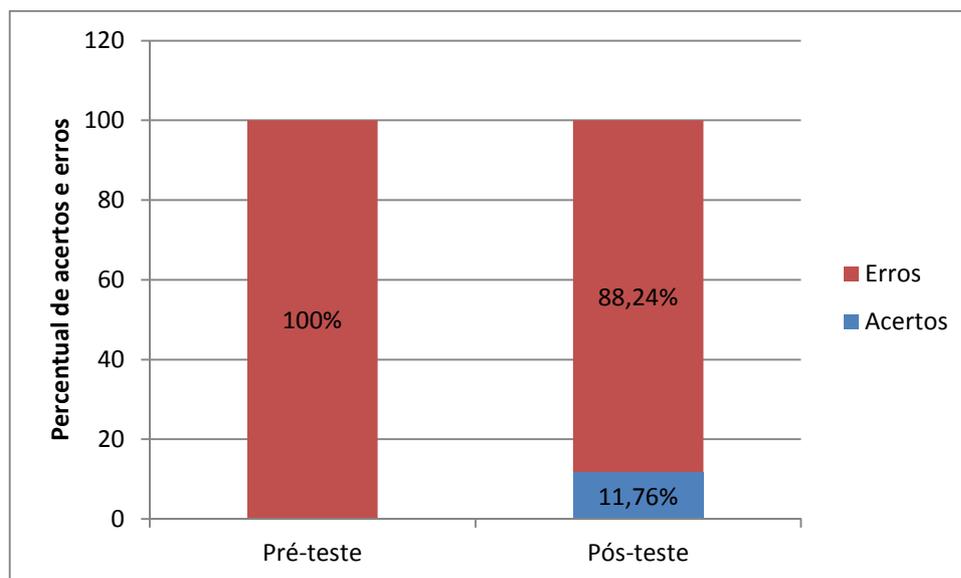


Figura 29 – Gráfico comparativo da quarta questão do pré e pós-teste

Percebe-se nesse gráfico comparativo, que houve um leve aumento no percentual de acertos. O alto percentual de erros nessa questão, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, pode ser justificado pela falta de conhecimento prévio necessário para a resolução, no primeiro caso, e pelo nível de dificuldade apresentada pela questão, no segundo caso.

Após as análises das respostas feitas no pré-teste e no pós-teste conclui-se que houve aproveitamento de ensino durante a pesquisa, e que o ensino da função afim por meio de experiência da cinemática com o auxílio do trenzinho de brinquedo foi bem sucedida no grupo pesquisado. Deve-se ressaltar que o aproveitamento poderia ser maior caso não fossem apresentadas dificuldades em conhecimentos básicos em matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho do professor, principalmente o de matemática é árduo, ainda mais quando se está inserido numa realidade onde os alunos não demonstram interesse pelo estudo e pelo saber, o que faz com que o mestre lance mão de uma arma intimidadora que é a reprovação, tornando a aprendizagem em matemática um instrumento de tortura e não de prazer.

Quando o professor se forma, ele por muitas vezes é considerado detentor de “o que” ensinar, mas “o como” ensinar ainda será objeto de estudo por toda a sua carreira profissional. O professor deve ter em mente a intenção de instigar em seus alunos o gosto pelo estudo, instigar a aprender a compreender a realidade através da pesquisa.

Os estudos apontam para o uso de métodos de ensino que estimulem a motivação pela aprendizagem. Esses métodos, assim como o que foi apresentado nesta pesquisa, podem ser trabalhados conjuntamente com aquele que é executado nas salas de aula. O ensino de funções através de experimento da cinemática se mostra uma forma eficaz de desenvolver o gosto pela pesquisa, de aprender a compreender a realidade, de estimular o prazer pelo processo de ensino, o gosto pelo estudo e a busca do conhecimento. Para o grupo pesquisado, observou-se uma evolução na aprendizagem de funções afim e de conceitos de movimento uniforme após a realização das atividades. Além disso, os alunos envolvidos na pesquisa experimentaram momentos de satisfação no estudo de matemática e física, ao participarem de atividades lúdicas, dinâmicas e interessantes, conforme os resultados apresentados na Escala de Motivação Pós-Atividades e os comentários escritos por eles ao término das atividades. Verificou-se que os objetivos desta pesquisa foram alcançados, pois os alunos se sentiram motivados em estudar por intermédio das experiências propostas. Verificou-se também, a possibilidade de se trabalhar com experimentos da cinemática no ensino de funções afins, através de uma experiência interdisciplinar.

Este trabalho serviu para o crescimento profissional do professor, rompendo as barreiras propostas pela limitação de abordagem dos conteúdos, além de propor o conhecimento de uma maneira lúdica e interessante. A grande satisfação do professor foi perceber que existe a possibilidade de ensinar matemática e motivar o aluno a aprender ao mesmo tempo.

Os resultados apresentados foram satisfatórios no grupo pesquisado. Contudo, caso fosse trabalhado em um maior grupo, como por exemplo, de 35 a 40 alunos, que é a quantidade de alunos que geralmente se têm em uma turma do 1º ano do ensino médio, os mesmos resultados seriam encontrados? Uma proposta de trabalho futuro seria trabalhar o ensino de funções afim, com o auxílio de experiências da cinemática numa abordagem interdisciplinar, com toda a turma de alunos do 1º ano do ensino médio, dentro do horário de aula de matemática, fazendo desta prática de ensino o seu plano de aula.

REFERÊNCIAS

ASSIS, E. S. **A matemática como ferramenta para o ensino de física: funções polinomiais do 1° e do 2° grau e a cinemática.** 2013. 45 p. Dissertação (Mestrado Profissional em matemática) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática** / Secretária de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1997. Disponível em:
< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 15 fev. 2015.

FORTES, C. C. Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. **Revista acadêmica SENAC on-line.** 6a ed. set./nov. 2009. Disponível em:
<http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101727.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2015.

GARCIA, J. A Interdisciplinaridade Segundo os PCNs. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá: EdUFMT , v. 17, n. 35, 262 p. (set./dez. 2008).

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio.** 2017, 194 p. Tese (doutorado) - Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2007.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais.** Rio de Janeiro: SBM, 2013.

OLIVEIRA, A. V. **A motivação no ensino de matemática: Uma experiência com jogos no curso de magistério em nível médio.** 2014, 89 p. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2010.

ANEXOS

Anexo A – Escala de Motivação em Matemática

Para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à Matemática. Lembre-se: as respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta.

Use a seguinte correspondência para manifestar sua opinião:

1 – nunca 2 – raramente 3 – às vezes 4 – frequentemente 5 – sempre

		1	2	3	4	5
01	Participo de competições com meus amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico.					
02	Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos.					
03	Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo.					
04	Faço desenhos usando formas geométricas.					
05	Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola.					
06	Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos.					
07	Gosto de brincar de montar quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico.					
08	Faço perguntas nas aulas de matemática quando eu tenho dúvidas.					
09	Gosto de resolver os exercícios rapidamente.					
10	Tento resolver um mesmo problema matemático de maneiras diferentes.					
11	Fico frustrado(a) quando não consigo resolver um problema de matemática.					

12	Procuo relacionar a matemática aos conteúdos de outras disciplinas.					
13	Estudo matemática todos os dias durante a semana.					
14	Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares.					
15	Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa.					
16	Relaciono-me bem com meu professor de matemática.					
17	Estudo as matérias de matemática antes que o professor as ensine na sala de aula.					
18	Além do meu caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes.					
19	As aulas de matemática estão entre as minhas aulas preferidas.					
20	Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso (a).					
21	Diante de um problema, sinto muita curiosidade em saber sua resolução.					
22	Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.					
23	Tenho muita dificuldade para entender matemática.					
24	Matemática é “chata”					
25	Aprender matemática é um prazer.					
26	Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas.					
27	Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas.					
28	Consigo bons resultados em matematica.					

Esse questionário foi obtido de Gontijo (2007, p.148)

APÊNDICES

Apêndice A - Escala de Motivação Pós-Atividades

Para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à Matemática. Lembre-se: as respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta.

Use a seguinte correspondência para manifestar sua opinião:

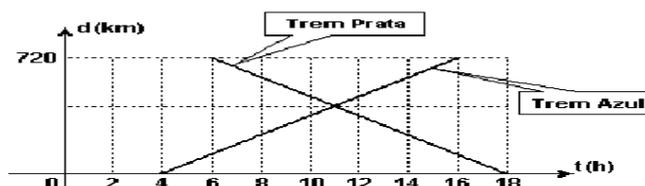
1 – nunca 2 – raramente 3 – às vezes 4 – frequentemente 5 – sempre

		1	2	3	4	5
01	Tive dificuldades em entender as atividades propostas.					
02	As atividades propostas foram interessantes.					
03	Quando me pediram para resolver exercícios durante e após o experimento, fiquei nervoso(a).					
04	Aprender matemática foi um prazer durante as atividades propostas.					
05	Consegui bons resultados nas atividades propostas.					
06	Consegui relacionar conhecimentos da física com conhecimentos da matemática.					
07	Senti-me desafiado em realizar as atividades propostas.					
08	Eu gostaria de propor atividades semelhantes, envolvendo movimento e matemática para futuros alunos.					
09	Tentei resolver as atividades propostas rapidamente.					
10	Fiquei curioso em saber a resolução das atividades propostas.					
11	Fiquei frustrado(a) ao não conseguir resolver determinado problema proposto.					
12	Quando minhas tentativas de resolver exercícios propostos fracassaram, tentei de novo.					

13	Consegui perceber a presença da matemática no movimento do trem.					
14	Consegui explicar o movimento do trem utilizando conhecimentos da matemática.					
15	Passei a estimar o tempo que gasto para chegar num destino, de acordo com a rapidez do(s) meio(s) de transporte que uso.					
16	Relembrei as tarefas propostas quando estava em casa.					
17	Passei a realizar pesquisas na internet ou em livros para conhecer mais sobre os assuntos abordados nas atividades.					
18	Fiz perguntas sobre as atividades ao professor ou aos meus colegas quando tive dúvidas.					
19	Tive um bom relacionamento com o professor durante as atividades.					

Apêndice C – Pré-teste

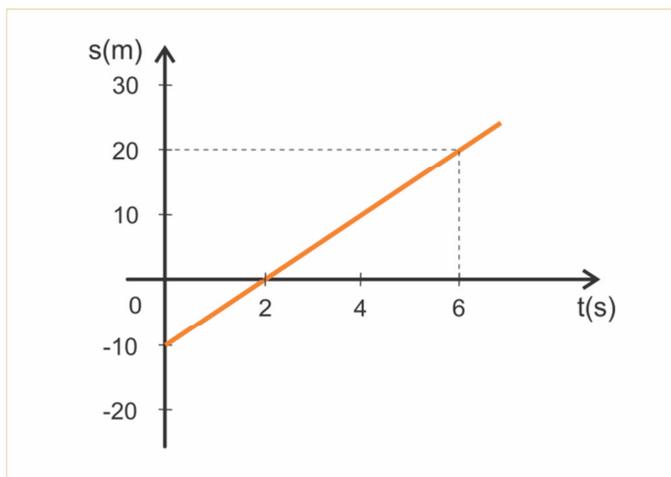
QUESTÃO 1) (UFSC, 2004) Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade A com destino à cidade B, e o trem Prata da cidade B com destino à cidade A. O gráfico representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade A ($d = 0$).



Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S):

- (a) O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
- (b) Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
- (c) A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
- (d) O trem Azul partiu às 4 horas da cidade A.
- (e) A distância entre as duas cidades é de 720 km.
- (f) Os dois trens se encontram às 11 horas.

QUESTÃO 2) O gráfico abaixo indica a posição em função do tempo de um móvel em trajetória retilínea.

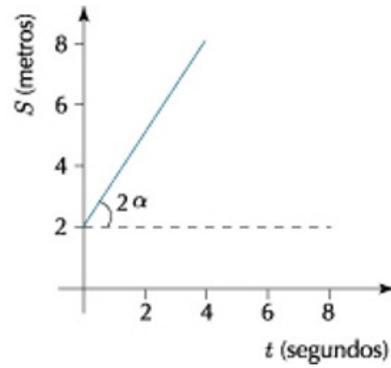
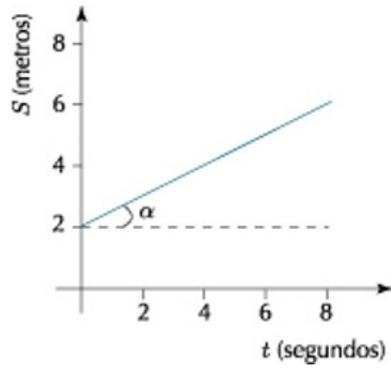


- a) Qual a posição inicial do móvel?
- b) Qual a velocidade do móvel?
- c) Determine a equação horária da posição em função do tempo.

QUESTAO 3) Sabendo que os pontos **(1, 2)** e **(0, -1)** pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a \cdot x + b$, pode-se afirmar que $a^2 \cdot b^{1/3}$ é:

- a) - 4
- b) 4
- c) - 9
- d) 9
- e) 5

QUESTAO 4) (UERJ,2009 - Adaptada) Os gráficos 1 e 2 representam a posição S de dois corpos em função do tempo t .



No gráfico 1, a função horária é definida pela equação $S = 2 + \frac{1}{2}.t$

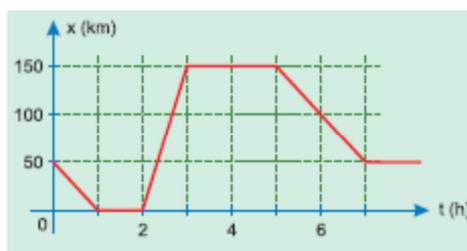
Assim, a equação que define o movimento representado pelo gráfico 2 corresponde a:

$$\text{Dado: } \mathit{tg}(2.\alpha) = \frac{2.\mathit{tg}(\alpha)}{1-\mathit{tg}^2(\alpha)}$$

- (A) $S = 2 + t$
- (B) $S = 2 + 2.t$
- (C) $S = 2 + \frac{4}{3}.t$
- (D) $S = 2 + \frac{6}{5}.t$

Apêndice D – Pós-teste

QUESTÃO 1) (MODELO ENEM) Considere o gráfico posição x tempo para um carro que se desloca ao longo de uma estrada retilínea (eixo Ox) onde a velocidade máxima permitida é de 80km/h.



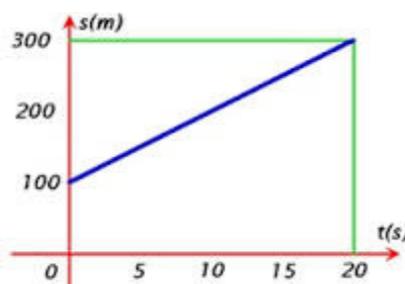
Tendo como base o gráfico acima, considere as afirmações:

- I. O carro partiu da origem.
- II. O carro nunca se afastou mais do que 100 km do seu ponto de partida.
- III. O carro excedeu o limite de velocidade entre a 2.^a e a 3.^a hora.
- IV. O carro deslocou-se sempre afastando-se da origem.
- V. O carro esteve sempre em movimento entre $t = 0$ e $t = 7h$.
- VI. A distância entre o ponto de partida e a posição em $t = 7h$ é de 30 km.

Somente está correto o que se afirma em:

- a) II e III b) II e IV c) I e III d) V e VI e) IV, V e VI

QUESTÃO 2) O gráfico abaixo indica a posição em função do tempo de um móvel em trajetória retilínea.

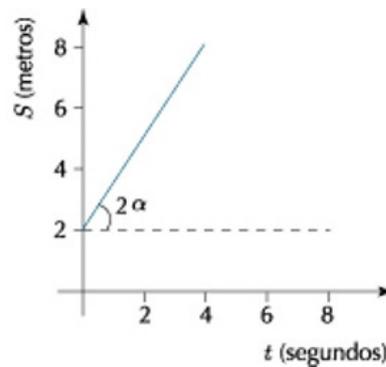
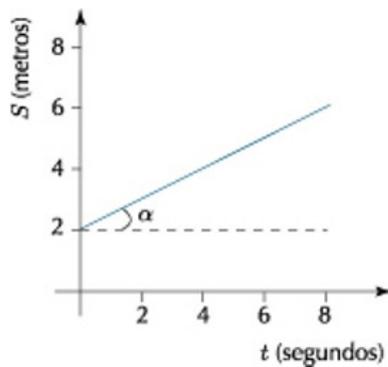


- a) Qual a posição inicial do móvel?

- b) Qual a velocidade do móvel?
 c) Determine a função horária da posição em função do tempo.

QUESTÃO 3) Sabendo que os pontos $(0, -3)$ e $(3, 3)$ pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, determine o valor de $(b - a)$.

QUESTÃO 4) (UERJ-2009 / Adaptada) Os gráficos 1 e 2 representam a posição S de dois corpos em função do tempo t .



No gráfico 1, a função horária é definida pela equação $S = 2 + \frac{1}{2} \cdot t$

Assim, a equação que define o movimento representado pelo gráfico 2 corresponde a:

$$\text{Dado: } \operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2(\alpha)}$$

- (A) $S = 2 + t$
 (B) $S = 2 + 2 \cdot t$
 (C) $S = 2 + \frac{4}{3} \cdot t$
 (D) $S = 2 + \frac{6}{5} \cdot t$

Apêndice E – Exercícios Realizados Durante as Atividades

Obtenção de dados espaço X tempo

Posição: S (cm)						
Tempo: t (s)						

Com base no experimento realizado em sala de aula, faça o que se pede abaixo:

- 1) Para cada trecho de deslocamento do móvel apresentado, responda:
 - i) Qual foi o intervalo de tempo gasto pelo móvel para percorrê-lo?
 - ii) De quantos centímetros foi o seu deslocamento?

(a) 1º trecho: de $s = 0$ a $s =$ cm

Intervalo de tempo? _____

Deslocamento? _____

(b) 2º trecho: de $s =$ cm a $s =$ cm

Intervalo de tempo? _____

Deslocamento? _____

(c) 3º trecho: de $s =$ cm a $s =$ cm

Intervalo de tempo? _____

Deslocamento? _____

- 2) Para cada trecho apresentado na questão 1, qual é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo gasto pelo móvel para percorrê-lo?

(a) 1º trecho:

(b) 2º trecho

(c) 3º trecho:

- 3) Compare as razões obtidas na questão 2. O que você pode constatar?

- 4) Como você justifica o resultado obtido na questão 3? Melhor dizendo, que característica do movimento do móvel explica o que foi constatado na questão 3?

Apêndice F - Quantidade e porcentagens das respostas do questionário Escala de Motivação em Matemática (pré-atividades)

QUESTÃO	1	2	3	4	5
1	4 (23,53%)	3 (17,65%)	9 (52,94%)	0	1 (05,88%)
2	12 (70,59%)	3 (17,65%)	2 (11,76%)	0	0
3	0	0	5 (29,41%)	5 (29,41%)	7 (41,18%)
4	1 (05,88%)	3 (17,65%)	11 (64,71%)	1 (05,88%)	1 (05,88%)
5	1 (05,88%)	0	4 (23,53%)	4(23,53%)	8 (47,06%)
6	0	1 (05,88%)	2 (11,76%)	4 (23,53%)	10 (58,82%)
7	0	5 (29,41%)	3 (17,65%)	7 (41,18%)	2 (11,76%)
8	0	2 (11,76%)	3 (17,65%)	2 (11,76%)	10 (58,82%)
9	0	0	5 (29,41%)	8 (47,06%)	4 (23,53%)
10	2 (11,76%)	1 (05,88%)	9 (52,94%)	5 (29,41%)	0
11	0	0	3 (17,65%)	2 (11,76%)	12 (70,59%)
12	3 (17,65%)	8 (47,06%)	2 (11,76%)	3 (17,65%)	1 (05,88%)
13	2 (11,76%)	8 (47,06%)	7 (41,18%)	0	0
14	7 (41,18%)	7 (41,18%)	3 (17,65%)	0	0
15	0	0	2 (11,76%)	5 (29,41%)	10 (58,82%)
16	0	0	4 (23,53%)	3 (17,65%)	10 (58,82%)
17	9 (52,94%)	1 (05,88%)	4 (23,53%)	1 (05,88%)	2 (11,76%)
18	0	3 (17,65%)	6 (35,29%)	3 (17,65%)	5 (29,41%)
19	4 (23,53%)	1 (05,88%)	3 (17,65%)	3 (17,65%)	6 (35,29%)
20	0	0	5 (29,41%)	2 (11,76%)	10 (58,82%)
21	0	0	3 (17,65%)	4 (23,53%)	10 (58,82%)
22	0	0	8 (47,06%)	5 (29,41%)	4 (23,53%)
23	2 (11,76%)	1 (05,88%)	4 (23,53%)	3 (17,65%)	7 (41,18%)
24	3 (17,65%)	1 (05,88%)	7 (41,18%)	2 (11,76%)	4 (23,53%)

25	0	2 (11,76%)	4 (23,53%)	5 (29,41%)	6 (35,29%)
26	0	6 (35,29%)	6 (35,29%)	4 (23,53%)	1 (05,88%)
27	7 (41,18%)	1 (05,88%)	2 (11,76%)	3 (17,65%)	4 (23,53%)
28	1 (05,88%)	3 (17,65%)	7 (41,18%)	3 (17,65%)	3 (17,65%)

Apêndice G - Quantidade e porcentagens das respostas ao questionário Escala de Motivação Pós-Atividades:

QUESTÃO	1	2	3	4	5
1	2 (11,76%)	5 (29,41%)	10 (58,82%)	0	0
2	0	0	0	2 (11,76%)	15 (88,24%)
3	2 (11,76%)	4 (23,53%)	8 (47,06%)	2 (11,76%)	1 (05,88%)
4	0	0	3 (17,65%)	4 (23,53%)	10 (58,82%)
5	0	1 (05,88%)	2 (11,76%)	4 (23,53%)	10 (58,82%)
6	0	0	2 (11,76%)	2 (11,76%)	13 (76,47%)
7	0	0	0	7 (41,18%)	10 (58,82%)
8	0	1 (05,88%)	3 (17,65%)	7 (41,18%)	6 (35,29%)
9	0	0	8 (47,06%)	4 (23,53%)	5 (29,41%)
10	0	0	1 (05,88%)	5 (29,41%)	11 (64,71%)
11	2 (11,76%)	2 (11,76%)	3 (17,65%)	3 (17,65%)	7 (41,18%)
12	0	0	2 (11,76%)	2 (11,76%)	13 (76,47%)
13	0	0	1 (05,88%)	3 (17,65%)	13 (76,47%)
14	0	1 (05,88%)	6 (35,29%)	2 (11,76%)	8 (47,06%)
15	0	2 (11,76%)	4 (23,53%)	5 (29,41%)	6 (35,29%)
16	0	0	4 (23,53%)	3 (17,65%)	10 (58,82%)
17	3 (17,65%)	7 (41,18%)	5 (29,41%)	1 (05,88%)	1 (05,88%)
18	1 (05,88%)	1(05,88%)	0	1 (05,88%)	14 (82,35%)
19	0	0	0	2 (11,76%)	15 (88,24%)

Apêndice H – Modelo de Declaração

Eu, _____, _____
(Nacionalidade)

CPF _____, Identidade _____,

Diretor do/a _____,

Situado _____

declaro estar ciente que o professor de Matemática, Rafael Corrêa Castilho, professor docente I desta Escola de matrícula 0941972-2 se fará presente em nosso estabelecimento nos dias _____, do mês de maio de 2015, a fim de fazer uma pesquisa para a conclusão de seu Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), polo UFRRJ - Seropédica.

_____, _____/_____/2015.
(Local e data)

(Assinatura)

Apêndice I – Modelo de Carta de Autorização

Rio de Janeiro, _____ de _____ de _____.

Eu, _____,

(nome completo do responsável)

autorizo a publicação dos dados coletados junto ao menor sob minha responsabilidade _____,

(nome completo do menor)

os quais farão parte de trabalho acadêmico do Professor Rafael Corrêa Castilho, aluno do Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), polo UFRRJ - Seropédica, que se compromete a não divulgar qualquer dado ou foto que identifiquem este menor. Estou ciente de que nada receberei como forma de direitos autorais. Declaro ainda estar ciente que todos os procedimentos éticos necessários foram devidamente respeitados na elaboração da coleta de dados.

Atenciosamente,

(Assinatura do responsável)

Endereço completo: _____

Telefone: _____

Endereço eletrônico: _____