

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DISSERTAÇÃO

**Gelosia e Divisão Americana: uma experiência motivadora com esses
algoritmos operatórios pouco explorados no ensino fundamental**

Eduardo Castro Brittes

2016



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT**

**GELOSIA E DIVISÃO AMERICANA: UMA EXPERIÊNCIA
MOTIVADORA COM ESSES ALGORITMOS OPERATÓRIOS POUCO
EXPLORADOS NO ENSINO FUNDAMENTAL**

EDUARDO CASTRO BRITTES

Sob a orientação da Professora
Aline Mauricio Barbosa

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ
Agosto de 2016

510.71

B862g Brittes, Eduardo Castro, 1975-

T Gelosia e divisão americana: uma experiência motivadora com esses algoritmos operatórios pouco explorados no ensino fundamental / Eduardo Castro Brittes. - 2016.

107 f.: il.

Orientador: Aline Mauricio Barbosa.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2016.

Bibliografia: f. 95-97.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino - Teses. 2. Multiplicação - Estudo e ensino - Teses. 3. Divisão - Estudo e ensino - Teses. 4. Matemática - Metodologia - Teses. 5. Motivação na educação - Teses. I. Barbosa, Aline Mauricio, 1981- II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

EDUARDO CASTRO BRITTES

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 31/08/2016

Aline Mauricio Barbosa. Dr.^a UFRRJ
(Orientadora)

Douglas Monsôres de Melo Santos. Dr. UFRRJ

Agnaldo da Conceição Esquinca. Dr. UERJ

Dedico este trabalho a todos que me trouxeram algum
tipo de motivação.

AGRADECIMENTOS

Dedico esta pesquisa documentada a todas as pessoas que se apresentaram como incentivadores e auxiliares, não só durante todo meu curso, mas também os que passaram e deixaram alguma colaboração na minha formação.

Aos familiares, que compreenderam o afastamento necessário por conta da premissa de tempo que tal tarefa exige. Pai Edumélio Brittes, mãe Waldicéa Castro Brittes, irmãos Eliane Castro Brittes, Elio Castro Brittes, Vanessa da Silva Castro, madrinha Teresa Brittes Pereira, primos Alexandre, Cláudia e Marcos, demais tios, primos e sobrinhos com seus respectivos cônjuges, “Eu voltarei!”.

À minha companheira, amiga, esposa, colega de trabalho, grande exemplo de pessoa e inspiração na minha vida, Andreia de Araújo Corrêa, obrigado pelo resgate, pela paciência, pela aceitação e compreensão a mim destinadas.

Aos meus filhos Mônica, Carlos Eduardo, Luís Eduardo e Raphael, por me forcarem em todos os momentos, ainda que difíceis, a ser sempre um exemplo positivo de homem correto e cumpridor dos seus deveres.

Aos familiares da minha companheira, pela força de sempre e incentivo. Sogros, cunhados e seus cônjuges, em especial Raphael de Araújo Correa e Felipe Araújo pelo companheirismo e confiança.

Aos colegas de profissão, que opinaram, perguntaram sobre o andamento, aconselharam e por vezes se acresceram de tarefas para suprir minha ausência nas tarefas extraclasse. Os professores Cláudio Melo Cruz, Cláudio Hollanda, Solange, Zélia, Gilson, Marcos, Arlindo, Domingos, Lêda, Silvia e Rafael Castilho, que Deus os abençoe sempre.

Aos amigos que torceram, acreditaram e muito se esforçaram para que não faltasse algum lazer e convívio social agradável. André Nascimento, Márcia H., Marcos André, Washington Neves, Raquel Evangelista, Tatiane Muniz, Leonardo, Emília, Sérgio Castanheira, Alexander, Amanda, Renata Roseo, Marilene Alves, Valda Nemésia, Lenice Sobrinho e Edson.

Aos brilhantes professores de matemática que encontrei pela vida escolar: Pedro Paulo, Jorgina e minha alfabetizadora Tia Vera.

Aos diretores da minha unidade escolar atual, José Roberto e Wânia, que incentivaram, permitiram e se interessaram pela pesquisa, não medindo esforços para viabilizá-la com a montagem da sala de recursos utilizada durante o projeto, além do apoio emocional prestado.

Aos meus diretores anteriores, pelo acréscimo profissional proporcionado. Marisa Mathias, Natalina Castilho, Fernando Vieira, Núbia e Sylvia.

Aos mestres e doutores brilhantes, que tanto cobraram, como ensinaram e inspiraram no decorrer de todo o curso, muitas das vezes acreditando mais em mim do que eu mesmo.

Ao meu grupo de estudos inicial, por toda a força que fizeram para permitir o meu sucesso nesta longa jornada. Pablo Silva, Alecsandro Corrêa, Tiago Loyo, Edson e suas respectivas companheiras, agradeço a compreensão e a paciência.

Ao meu fantástico grupo de estudos, que por quase dois anos permaneceu unido e focado. Mônica Silva, Renan, Marcelo, Josaphar Valença e posteriormente, Cássius. Sem vocês nada disso estaria acontecendo agora, tenho certeza que as incontáveis viagens a Mangaratiba e a Barra do Pirai foram fundamentais para todos nós, em todos os aspectos.

A Paula Duarte, Helmut, Herval Fonseca, Jaime e Karine Morgan, amigos de momentos importantes que compreenderam minha ausência neste período.

À minha orientadora, paciente, dedicada, preocupada, companheira e muito competente Prof^ª Dr^ª Aline Mauricio Barbosa. Obrigado pela acolhida, empatia e solidariedade durante todo o processo, em especial na confecção desta pesquisa e no período de qualificação, jamais esquecerei.

À CAPES, que me proporcionou um suporte financeiro durante a realização deste mestrado.

“...*All'alba vincerò!*”

(Trecho da canção *Nessun Dorma*, de Puccini.)

RESUMO

BRITTES, E. C. **Gelosia e Divisão Americana:** uma experiência motivadora com esses algoritmos operatórios pouco explorados no ensino fundamental. 2016. 107 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

Em uma das redes públicas de ensino em que o autor atua como professor, vários alunos chegam ao início do segundo segmento do Ensino Fundamental sem dominar as quatro operações aritméticas básicas e, especificamente, com muitas dificuldades na multiplicação e na divisão de números naturais. Verifica-se também o pouco interesse de vários deles por conteúdos de matemática de uma forma geral. Considerando essa realidade, notou-se uma necessidade de buscar inovações, encontrando formas de estimular a aprendizagem deste componente curricular. Ao longo dos anos, pesquisaram-se alguns métodos e algoritmos para multiplicar e para dividir números naturais. Testando vários deles ao longo dos anos, a experiência em sala de aula apontou a Gelosia e a Divisão Americana como algoritmos potencialmente motivadores para o ensino de operações aritméticas, pelo formato e pela simplicidade. O objetivo deste trabalho foi realizar uma pesquisa-ação numa turma do sexto ano do Ensino Fundamental, envolvendo o uso desses dois algoritmos, avaliando aspectos motivacionais e de aprendizagem durante a experiência. Inicialmente, foram aplicados nessa turma um teste para avaliar a motivação para estudar matemática e um pré-teste, onde se pedia para resolver questões simples de multiplicação e divisão de números naturais, da forma como cada aluno desejasse. Depois dessa etapa, foram realizadas algumas atividades, usando os algoritmos supracitados. Finalmente, foi realizado um pós-teste e foi reaplicado o teste de motivação, que concedeu os dados necessários para as conclusões da pesquisa. Pela semelhança com o tradicional "Jogo da Velha", a Gelosia foi introduzida como um jogo de tabuleiro artesanal, o que estimulou a competição e gerou muito interesse na maioria. Já a divisão americana usou, na maioria dos movimentos, a subtração, que é um conteúdo bem assimilado por alunos nesta faixa etária e de escolaridade, uma vez que, normalmente, esses alunos possuem um melhor desenvolvimento do pensamento aditivo. Por isso recebeu muita atenção dos alunos, que aprimoraram seus conceitos de ordens (unidade, dezena, centena), para melhor desempenhar o algoritmo. Baseado no questionário que avaliou a motivação para estudar Matemática, foi possível não só observar a melhora do interesse pelas diversas atividades que envolvem o conteúdo de Matemática, como também um aumento de confiança e credibilidade na relação professor x aluno. A abordagem rendeu resultados satisfatórios. Esse tipo de experiência pode deixar como legado para os alunos o abandono da impressão inicial ruim que poderiam ter em relação à Aritmética e, por muitas vezes, retirando o medo e repulsa em ter que fazer contas, substituindo este sentimento pela segurança gerada pelo domínio de uma forma diferenciada de resolver problemas que exigem multiplicação e divisão. Além disso, tal experiência pode aumentar a capacidade dos alunos em absorver o princípio multiplicativo, abrindo caminho para que se aprofunde a aprendizagem neste campo de conhecimento.

Palavras-chave: multiplicação por gelosia; divisão americana; motivação; ensino fundamental.

ABSTRACT

BRITTES, E. C. **Lattice Multiplication and Long Division with Estimation:** a motivating experience with these underused algorithms in elementary school in Brazil. 2016. 107 pages. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2016.

In one of the public networks of teaching in which the author acts as a teacher, many students arrive at the beginning of the second segment of the elementary school without mastering the four basic arithmetic operations and, specifically, with many difficulties in multiplication and division of natural numbers. There is also the little interest of several of them for mathematical content in General. Considering this reality, noted a need to seek innovations, finding ways to stimulate this learning curriculum component. Over the years, researched some methods and algorithms to multiply and divide natural numbers. Testing several of them over the years, the classroom experience pointed out the Lattice and the Long Division with Estimation as potentially motivating algorithms for arithmetic operations, by format and for simplicity. The aim of this work was to carry out an action research in a class of sixth grade of elementary school, involving the use of these two algorithms, evaluating motivational aspects and learning during the trial. Initially, were applied in that class a test to evaluate the motivation for studying mathematics and a pre-test, where if asked to solve simple issues of multiplication and division of natural numbers, the way each student wanted. After this step, some activities were carried out, using the above algorithms. Finally, we conducted a post-test and was reapplied the test of motivation, which granted the necessary data to the conclusions of the research. The resemblance to the traditional "Tic-Tac-Toe", the Lattice was introduced as a handmade board game, which stimulated competition and generated a lot of interest in most. The long division with estimation already used in most movements, the subtraction, what is a content well assimilated by students in this age group and educational level, since, typically, these students have a better development of thought. So I received a lot of attention from students, who have improved their concepts of orders (units, tens, hundreds), to better carry out the algorithm. Based on the questionnaire assessed the motivation to study mathematics, it was possible to observe not only the improvement of the interest in the various activities involving Mathematical content, but also an increase of confidence and credibility in the relationship between teacher x student. The approach has yielded satisfactory results. This kind of experience can leave as a legacy to students for the abandonment of the initial bad impression you might have regarding the arithmetic and, often, removing the fear and disgust in having to do the math, replacing this feeling of security generated by the domain in a differentiated way to solve problems that require multiplication and division. Moreover this experience can increase the ability of the students to absorb the multiplicative principle, paving the way for it to deepen the learning in this field of knowledge.

Keywords: lattice multiplication; long division with estimation; motivation; elementary school.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
1 – UM ESTUDO TEÓRICO E HISTÓRICO DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO.....	14
1.1 – A Gelosia	15
1.2 – A Técnica Camponesa.....	18
1.3 – Os Sinais de Multiplicação e de Divisão.....	19
1.4 – Alguns Registros Históricos sobre a Divisão.....	20
1.5 – O Pensamento Multiplicativo e a Teoria de Vergnaud.....	21
2 – MOTIVAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	27
3 – METODOLOGIA.....	31
3.1 – Descrição das Atividades Realizadas.....	33
3.1.1 – Consulta e sondagem na equipe.....	34
3.1.2 – Planejamento.....	35
3.1.3 – Realização do curso.	43
4 – ANÁLISE DOS DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	51
4.1 – Questionários Inicial e Final – Escala de Motivação em Matemática.....	51
4.1.1 – Fator: Satisfação pela matemática.....	51
4.1.2 – Fator: Jogos e desafios.	58
4.1.3 – Fator: Resolução de problemas.	62
4.1.4 – Fator: Aplicações no cotidiano.....	70
4.1.5 – Fator: Hábitos de estudo.....	75
4.1.6 – Fator: Interações na aula.....	79
4.2 – Testes.....	81
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	92
REFERÊNCIAS	95
Anexo A – Escala de Motivação em Matemática.....	98
Apêndice A – Porcentagem das Respostas ao Questionário Escala de Motivação em Matemática.....	101
Apêndice B – Avaliação da Oficina.....	102
Apêndice C – Resultados da Avaliação da Oficina.....	103
Apêndice D – Pré-teste.....	104
Apêndice E – Pós-teste.....	106

INTRODUÇÃO

Tendo sido licenciado em matemática no ano de 2000 pela Universidade Castelo Branco e pós-graduado no curso de Especialização em Supervisão e Administração Escolar pelo projeto AVM da Universidade Cândido Mendes, ambas no Rio de Janeiro, o autor desta dissertação assumiu uma matrícula como professor da rede municipal de ensino da cidade do Rio de Janeiro em 2009, após nove anos de experiências (prioritariamente no ensino médio), na rede Estadual e na privada.

É senso comum que em toda escola a tarefa de maior importância é o aprendizado do educando. Mas, como em outras redes, vários alunos apresentam dificuldades no aprendizado de matemática, por diversos fatores.

Algo sistemático precisava ser feito e o autor resolveu que o faria logo no segundo ano na rede. Alguns fatores colaboraram para o intuito do autor: 1) Na ocasião, o autor só lecionava para turmas do 6º ano; 2) O quadro era preocupante, mas a mudança parecia viável, uma vez os alunos possuíam uma base razoável de letramento e de conhecimento da associação entre números e quantidade; 3) Percebia-se que a principal dificuldade daqueles alunos estava nas operações de multiplicação e de divisão; 4) A transição de fases, de um ensino para crianças a um curso segmentado para adolescentes deve ser um processo lento e gradual e não acontecer de forma instantânea, a ponto de gerar desconforto e insatisfação no aluno.

Encaminhado a escola municipal Maestro Pixinguinha, no ano de 2014, o autor encontrou ambiente propício para a retomada deste projeto pessoal. O mesmo assumiu a seguinte missão, agora de forma mais abrangente: nenhuma criança da escola deve continuar sem dominar as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e nenhum aluno, terminando o ensino fundamental, deve ficar sem saber as seis operações fundamentais (acrescenta-se a potenciação e a radiciação à lista já descrita).

É claro que não é o suficiente e muito menos o conteúdo de matemática se resume a isso. Trata-se de um pré-requisito para que todo o programa seja contemplado durante o ano letivo, respeitando as diretrizes curriculares nacionais e com abrangência no que rege os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino da Matemática: “Questionar a

realidade, formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade da análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1997, p.7).

Os alunos do 6º ano da rede municipal do Rio de Janeiro, que neste ano de 2016 conta com 1.477 escolas, atendendo a 654.454 alunos (sendo 439 destes da escola Maestro Pixinguinha que conta com 85 alunos nesta série em questão) são considerados ainda como no primeiro segmento - em muitas escolas possuem apenas uma professora titular, que recebe o apoio de professores de inglês, artes e educação física, além da equipe diretiva/pedagógica. Entretanto, a escola em que este autor trabalha mantém os professores licenciados por disciplina, por isso o mesmo ainda tem a oportunidade de seguir com o seu trabalho.

Para corrigir boa parte da defasagem, buscou-se estudar e experimentar algoritmos pouco utilizados ou nunca vistos pelos alunos nesta fase. Observando livros didáticos autorizados pela Prefeitura do Rio para o triênio de 2011/2012/2013 notou-se que todos priorizavam apenas um tipo de algoritmo mais usual para multiplicar e para dividir números naturais. Assim surgiu a seguinte questão: será que apresentando “novos” algoritmos, os alunos poderiam ter mais interesse, ver as operações aritméticas como brincadeira e não como obrigação?

Para D’Ambrósio (2001), a matemática surgiu como “uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao logo da sua história para explicar, para entender, manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural” (p. 82).

Desde o início, acreditou-se que a mudança necessária só seria possível se todos os envolvidos se dedicassem à causa, então o começo seria ouvindo todos os personagens da escola.

Observa-se nos PCN que: “Cabe aos professores promover um ambiente de trabalho motivador para melhorar o aprendizado da matemática, ou seja, o professor deve ser o incentivador de ações que levem o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (BRASIL, 2000).

Pelo pensamento de Bzuneck (2000), “Saber se os alunos estão motivados para aprender matemática é importante para elaborar as estratégias de trabalho visando melhorar o ensino da matemática”. E ainda complementa com “...a motivação tem sido entendida ora

como um fator psicológico inerente à pessoa, ou conjunto de fatores, ora como um processo, que pode ser externo à pessoa. Esses fatores fazem com que o aluno tenha interesse, pesquise, realize as tarefas” (BZUNECK, 2000).

Bzuneck afirma ainda que “a motivação, ou o motivo, é aquilo que move uma pessoa ou que a põe em ação ou a faz mudar de curso”. Sendo assim, o autor desta dissertação dedicou um tempo de aula semanal (50 min ou uma hora – quase sempre fora da carga horária) para trabalhar no início de cada ano letivo, por cerca de um ou dois meses, em forma de brincadeiras, jogos e disputas, apresentar diversas formas de multiplicar e dividir. Neste trabalho, em específico, apresentar-se-á dados do início do ano escolar de 2016, onde os esforços focados se encontram na divisão americana e na multiplicação pela gelosia.

Este trabalho aqui apresentado nada mais é do que uma reedição do que já ocorre na escola mencionada todos os anos, no sentido de melhorar a capacidade dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em resolver problemas que envolvam multiplicação e divisão, aumentar o contato com essas operações, bem como motivar os alunos a buscar um maior contato com esses elementos importantes da aritmética. Além disso, pretendeu-se melhorar a relação do professor autor com os alunos e diminuir a rotineira rejeição à matemática através do conhecimento.

Em suma, o objetivo deste trabalho foi realizar uma pesquisa-ação numa turma do sexto ano do Ensino Fundamental, envolvendo o uso desses dois algoritmos, avaliando aspectos motivacionais e de aprendizagem durante a experiência.

O texto desta dissertação está dividido em quatro capítulos, conforme segue: o Capítulo 1 apresenta um estudo teórico e histórico da multiplicação e da divisão e expõe a visão de alguns pesquisadores sobre a Teoria de Vergnaud para o desenvolvimento do pensamento multiplicativo. O Capítulo 2 disserta sobre a motivação no ensino da matemática. O Capítulo 3 aborda a metodologia utilizada na pesquisa. O Capítulo 4 apresenta uma análise dos procedimentos e resultados obtidos no trabalho. Após isso, seguem as Considerações Finais, Referências, Anexo e Apêndices.

1 UM ESTUDO TEÓRICO E HISTÓRICO DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO

A contagem certamente é uma prática muito antiga. Dificilmente se pensa em qualquer tipo de organização que não disponha de uma forma de se contar, separar e/ou juntar os objetos. Tem-se então uma ideia da motivação que levou diversos homens e povos ao longo da história a criar, difundir, aperfeiçoar e discutir processos para realizar seus cálculos quando se observa o escrito por Ifrah (1989), escreveu ele que desde o momento que o homem teve acesso a à abstração dos números e aprendeu a distinção entre cardinal e ordinal, mesmo com seus instrumentos rústicos, passou a considerar a condição de contagem.

Segundo Rooney (2012), as primeiras ferramentas de contar que se tem notícias foram marcações em ossos de animais, placas de argila com figuras e punhados de conchas ou pedras. Nota-se em todas elas que já se associava um elemento ou um símbolo a uma unidade, estabelecendo uma relação de representação, por exemplo, uma ovelha representada por um risco no osso.

Como registrou Pitta (2009), os Iorubas, povo que dominou a África Central, que possui uma história de urbanismo desde 500 D.C. e que responde por 21% das etnias existentes na Nigéria, usavam conchas brilhantes para representar objetos sempre em grupos de 5, 20 e 200. Cada civilização que surgia precisava de uma forma de guardar seus registros e contabilizar suas posses. Na Mesoamérica, a civilização inca não tinha um sistema de numeração definido, mas usavam o *kipu*, que são barbantes de cipó fino, lã ou até mesmo algodão, com uns nós que faziam a associação das quantidades e eram usados para suas necessidades de guardar datas, arrecadar tributos, recenseamento e registrar propriedades. Curioso é que a utilização de solução parecida também foi encontrada nos registros de povos persas, romanos, indianos, árabes e chineses. Até o século XIX, o comércio de pérolas de Papua Nova-Guiné fazia uso do sistema de nós nas cordinhas, mesmo período onde se podia notar que pastores da América do Sul ainda contavam bodes e carneiros com cordinhas brancas e gado com cordinhas verdes. Até mesmo na Alemanha deste período, os padeiros mantinham a tradição de guardar pedidos e contar receitas usando o mesmo processo. Para mostrar que o procedimento fez sucesso, o que dizer dos rosários (terços) e contas de orações até hoje utilizados em diversas religiões mundo afora?

Obviamente, com o aumento da demanda, a humanidade precisava calcular cada vez mais e cada vez mais rápido. Segundo escreveu Ifrah (1989), algumas culturas criaram formas

engenhosas de se solucionar problemas com quantidades, aproximadamente a 3000 anos A.C. Na Mesopotâmia, surgiu uma espécie de ábaco, inicialmente como uma tábua ou bloco para alinhar números e anotações. Depois evoluiu para um tabuleiro de linhas e canais para contadores especializados, o que se seguiu até bem pouco tempo. Registra-se que por volta de 1920, os contadores de Londres eram treinados para usar o ábaco com a mesma destreza em que se destacavam usando os mecanismos aritméticos que já se dispunham na época. Mas foi no Japão do século XVI que este dispositivo ganhou mais força, se popularizou e onde é usado até hoje como instrumento de formação na educação básica, sendo acompanhado por China e muitos dos países do oriente médio. Na Europa, o ábaco encontrou adeptos até o século XVII, quando foi substituído pelos processos aritméticos que os numerais hindu-arábicos ofereciam.

A história da multiplicação e da divisão se misturam com a da criação dos números. Desde quando se contava por associação, passando pelas ferramentas braçais para cálculos até chegar na era digital, não há como separar esses fatos. A seguir, serão destacados apenas alguns pontos e ações que evidenciaram a larga utilização dessas duas operações básicas.

Segundo Boyer (1996), o conhecido papiro de Rhind, datado de 1650 anos A.C. e que se encontra no museu britânico de Londres, aponta que os egípcios já tinham um domínio de um sistema para calcular seus produtos. Estabeleciam um sistema de relação com o dobro de forma sucessiva e depois faziam a decomposição do valor pretendido para esses dobros. O produto entre 11 e 30 seria calculado assim:

Uma vez o trinta = 30

Duas vezes de (o dobro de) trinta = 60

Quatro vezes de (o dobro do dobro de) trinta = 120

Oito vezes de (o dobro do dobro do dobro de) trinta = 240.

Daí, se quero onze vezes o trinta, basta somar,

Oito vezes o trinta + duas vezes o trinta + uma vez o trinta ou seja $240 + 60 + 30$.

E onze vezes o trinta resulta em 330.

1.1 A Gelosia

O nome gelosia é uma comparação com uma espécie de trançado de madeira, que permite ver sem ser visto, com as fileiras dispostas na forma inclinada, o que trouxe semelhança com o processo em questão.

Eves (2002) relata que:

as aritméticas dos séculos XV e XVI traziam descrições de algoritmos para as operações fundamentais. Dentre os muitos métodos criados para efetuar a multiplicação, o da *gelosia* ou *método da "grade"*, talvez tenham sido o mais popular. [...] Talvez tenha surgido na Índia [...], pois aparece num comentário sobre o *Lilāvati* e em outros trabalhos hindus. Da Índia sua trajetória seguiu por trabalhos chineses, árabes e persas. Foi um dos métodos favoritos dos árabes, através dos quais passou para a Europa Ocidental. A simplicidade de sua aplicação poderia tê-lo mantido em uso até hoje, não fora a necessidade de imprimir, ou desenhar, uma rede de segmentos de reta. O modelo lembra uma grade de janela chamada "gelosia" (em francês "*jalousie*", que significa "rótula") (p. 323).

Para fazer uso deste método, primeiro organizam-se as chamadas grades, cujo número de quadradinhos depende da quantidade de dígitos que compõem os números que se quer multiplicar. Na multiplicação de 542 por 253, há em cada número 3 dígitos. Então se constrói uma quantidade de quadradinhos correspondente a $3 \times 3 = 9$. Em cada quadradinho, faz-se uma diagonal da direita para esquerda formando celas.

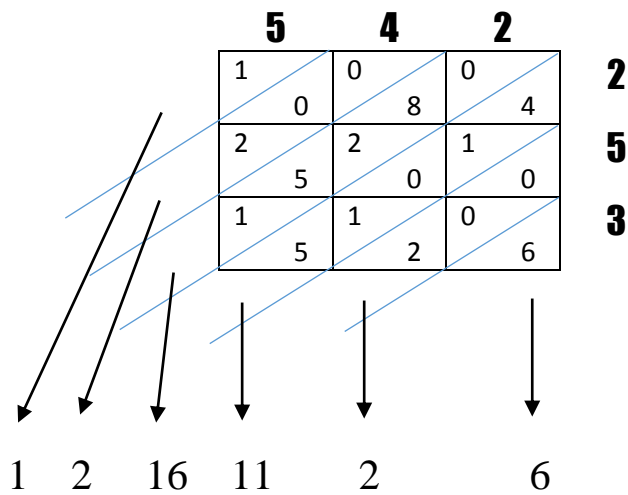
5	4	2	
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	2
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	5
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	3

Os algarismos do primeiro fator são escritos sobre as colunas dos quadradinhos e os algarismos do segundo fator são escritos à direita, um em cada fila. Calçado na propriedade distributiva da multiplicação, em cada cela escreve-se o produto obtido pela multiplicação de um dígito pelo outro da seguinte forma:

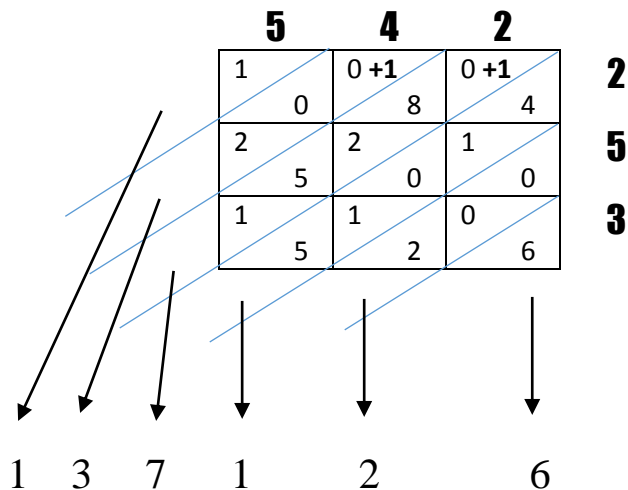
5	4	2	
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">0</div>	2
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">4</div>	5
<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	<div style="position: absolute; top: 0; left: 0; bottom: 0; right: 0; border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></div>	3

Observe primeiro que qualquer uma das celas pode ser preenchida, independente da ordem. O aluno pode optar pelas mais fáceis primeiro, por exemplo. Percebe-se também que o cálculo 542×253 está à seguinte maneira: $(5 \times 100 + 4 \times 10 + 2) \times (2 \times 100 + 5 \times 10 + 3)$, observando os números decompostos na base decimal.

A diagonal de cada cela separa os dígitos que representam dezenas, daqueles que representam unidades do produto obtido. Após efetuar todas as multiplicações entre os dígitos dos 2 fatores, somam-se os números encontrados nas diagonais, da direita para a esquerda, para se obter o resultado final de 542×253 , que é igual a 137.126.



Repare que, em alguns casos, as somas obtidas em algumas diagonais excedem (ou poderiam se igualar) a dez. Neste caso, o dígito da dezena deve ser levado à diagonal acima e somado aos demais números. Assim:



Conclui-se que $542 \times 253 = 137.126$.

1.2 – A Técnica Camponesa

Tahan (2014, p. 79) relata que, na idade média, os europeus trabalharam com um método curioso chamado “técnica camponesa”, onde o produto de dois números naturais era alcançado com convenientes multiplicações e divisões por 2, ou seja, apenas usando o dobro e a metade. Como exemplo, observe o processo para calcular o produto da multiplicação de 23 por 40:

<i>Coluna A</i>	<i>Coluna B</i>
23	40
<i>Dobro de 23 = 46</i>	<i>Metade de 40 = 20</i>
<i>Dobro de 46 = 92</i>	<i>Metade de 20 = 10</i>
<i>Dobro de 92 = 184</i>	<i>Metade de 10 = 5</i>
<i>Dobro de 184 = 368</i>	<i>Metade de 5 = 2</i>
	<i>(Exclui-se aqui o resto 1)</i>
<i>Dobro de 368 = 736</i>	<i>Metade de 2 = 1</i>

De forma mais resumida, tem-se a seguinte tabela:

<i>Coluna A</i>	<i>Coluna B</i>
23	40
46	20
92	10
184	5
368	2
736	1

Depois, retiram-se as linhas onde os resultados da coluna B são pares:

<i>Coluna A</i>	<i>Coluna B</i>
23	40
46	20
92	10
184	5
368	2
736	1

A soma dos resultados que sobraram na coluna A é o produto procurado. Ou seja, $736 + 184 = \mathbf{920}$.

Mais recentemente, era comum a multiplicação por decomposição fazendo uso da distributividade. Como exemplo, será apresentada a multiplicação de 13 por 24:

$$13 = 10 + 3 \quad e \quad 24 = 20 + 4,$$

daí,

$$10 \cdot 20 = 200,$$

$$10 \cdot 4 = 40,$$

$$3 \cdot 4 = 12,$$

$$3 \cdot 20 = 60.$$

Então,

$$200 + 40 + 60 + 12 = 312.$$

1.3 – Os Sinais de Multiplicação e de Divisão

A multiplicação como conhecemos hoje tem basicamente três sinais aceitos, são eles: (x), (.) e o (*).

Tahan (2014, p. 53) descreve que o advogado e matemático francês François Viète (1540 – 1603) é conhecido como o pai moderno do cálculo literal e a ele também é atribuído à convenção dos sinais operatórios até hoje utilizados. Mas não se pode esquecer que foi Willian Oughtred (1574 – 1660), no seu livro *Clavis Mathematicae*, de 1631, quem pegou a tradicional cruz da adição e girou em torno do centro 45° para a direita, gerando a “Cruz de Santo André”, ou ainda o “sinal de dimensão”. Numa época próxima, Thomas Harriot (1560 – 1621), colocou um ponto entre os fatores para indicar o produto a ser feito. Em 1637, foi a vez de Descartes descrever os fatores justapostos para abreviar um produto qualquer.

Já no século XVII, Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) sugeriu com mais eficácia a utilização do ponto para substituir a cruz, com o intuito oficial de não gerar confusão com a letra x (xis), o que nos dias de hoje facilita a compreensão de equações, expressões algébricas e afins. O triplo de x é representado por 3x ou 3.x, o que seria no mínimo confuso na representação de Oughred e por isso o advento da proposta de Leibniz é considerada uma evolução. Hoje em dia, é muito comum o aluno se familiarizar com o “x” como representação da multiplicação no início de seus anos escolares, para só depois, quando avançar aos estudos algébricos, fazer a transição para o uso do ponto.

Com o advento da *internet* e da linguagem computacional, o asterisco (*) passou a ser utilizado para representar a multiplicação em linguagens de programação, com também em textos e mensagens curtas trocadas entre aparelhos móveis, como celulares e *tablets*, para que o ponto pudesse assumir apenas a condição ortográfica.

Se o ponto foi introduzido como um símbolo para a multiplicação por Leibniz, é possível lhe dar os créditos também pela difusão da sua simbologia para a divisão, observando um trecho de carta datada de 29 de julho de 1698, endereçada à Johann Bernoulli (1667 - 1748) e relatada por Eves (1992), a seguir:

(...) eu não gosto de \times como um símbolo para a multiplicação, porque é confundida facilmente com x ; frequentemente eu relaciono o produto entre duas quantidades por um “ponto”. Daí, ao designar a relação (razão), uso não um ponto, mas dois pontos, que eu uso também para a divisão”. (p. 349)

Tahan (2014) ainda explica que as já difundidas formas a/b , as quais indicam a divisão de a por b , são atribuídas aos árabes. Em 1631, Oughtred colocou um ponto entre o dividendo e o divisor. Além disso, a razão entre duas quantidades foi indicada por meio do sinal (:), o qual surgiu em 1657 numa obra de Oughtred. O sinal (\div) foi o resultado de uma combinação de dois símbolos já existentes, a saber, (-) e (:).

1.4 – Alguns Registros Históricos sobre a Divisão

Eves (2002) conta em seus estudos que a divisão também tem seus registros históricos, seus rastros e que a humanidade, durante seu processo de desenvolvimento, sempre buscou dominar tal conhecimento. Um dos mais famosos documentos que faz esses registros certamente é o papiro de Rhind, já citado neste trabalho, e que recebe este nome em homenagem ao seu descobridor Alexander Henry Rhind (1833 - 1863). Comprado em 1858 no Egito, contém tabelas e 84 problemas, muitos deles relacionados à divisão e frações, está escrito em hierático, da direita para a esquerda, tem 32 cm de largura por 513 cm de comprimento. É datado de cerca de 1650 a.C., embora no texto seja referido que foi copiado pelo escriba Ahmes de um manuscrito de cerca de 200 anos antes. Porém, considerando que a civilização que se desenvolveu com domínio da agricultura ao redor do Rio Nilo tem registros de iniciação por volta de 3200 a.C., é viável pensar que dominavam e utilizavam as técnicas de divisão que conceberam a mais tempo que o registro citado.

Mol (2013, p. 138) cita que os babilônios, segundo os historiadores, desenvolveram um sistema de escrita em torno de 4000 a.C. que segundo a comunidade científica pode ser o mais antigo da história da humanidade (escrita cuneiforme). Também cita que eles contribuíram com as primeiras tábuas de informação e de cálculo, destinadas a armazenar dados extraídos da observação astronômica, com base na disposição dos astros no céu. Propagaram ainda seus métodos e operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação etc.). Esses processos aritméticos eram muitas vezes efetuados com a ajuda destas tábuas: de multiplicação, de inversos multiplicativos, de quadrados e cubos e de exponenciais. O objetivo dessas tábuas de inversos era reduzir a divisão à multiplicação.

1.5 – O Pensamento Multiplicativo e a Teoria de Vergnaud

O pensamento multiplicativo desenvolvido ao longo da história da humanidade tem abordagem desde o início do currículo escolar na sua forma primitiva de agrupamentos e/ou observação da soma de parcelas repetidas. Na forma de algoritmo, é apresentado às crianças de 8 ou 9 anos de idade, onde segundo Piaget *apud* Wadsworth (1999), encontram-se no estágio operatório concreto, o que vem a ser uma fase em que elas normalmente conseguem reverter uma operação mentalmente.

Na pesquisa realizada para esta dissertação, trabalhou-se com um grupo de alunos, na faixa dos 10 aos 13 anos, os quais, em sua maioria, não adquiriram a capacidade de usar os algoritmos convencionais para encontrar o resultado de uma multiplicação. Além disso, os poucos alunos que conseguiam calcular produtos não usavam algoritmos de multiplicação. Por isso há o intuito do autor desta dissertação de apresentar formas alternativas de multiplicar e dividir, para gerar interesse e diminuir a defasagem. Para amparar este trabalho, serão tomados como embasamento os estudos sobre os campos conceituais das estruturas multiplicativas de Vergnaud, na visão de alguns autores.

Para Vergnaud (1991) *apud* Pessoa e Matos Filho (2006, p. 2), “um campo conceitual diz respeito à interação complexa entre um conjunto interligado de conceitos e um conjunto de situações de utilização desses conceitos”. Além disso, o domínio progressivo das situações, por parte do aluno, exige uma certa variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas, os quais se apresentam intimamente conectadas. Ainda, segundo Vergnaud *apud* Pessoa e Matos Filho (2006, p. 2), “o campo conceitual das estruturas

multiplicativas consiste em todas as situações que podem ser analisadas como proporções simples e múltiplas para as quais, normalmente, é preciso multiplicar e/ou dividir”. Esta fonte apresenta exemplos de diferentes conceitos matemáticos relacionados a essas situações, tais como funções lineares e não-lineares, espaços vetoriais, frações, razões, proporções, números racionais, além da multiplicação e da divisão.

Segundo a definição apresentada por Vergnaud (1991), o *algoritmo* é um conjunto de regras que permite, para todo problema de uma classe dada anteriormente, conduzir a uma solução, se existe uma, ou se for o caso, mostrar que não há solução.

É importante destacar que Vergnaud faz a distinção entre *cálculo numérico* e *cálculo relacional*, considerando os mesmos como competências distintas para a resolução de problemas e de operações. “Os cálculos numéricos estão relacionados à resolução do algoritmo propriamente dito. Os cálculos relacionais envolvem operações de pensamento necessárias para compreender os relacionamentos envolvidos na operação” (VERGNAUD, 1991 *apud* PESSOA; MATOS FILHO, 2006, p. 3).

Pessoa e Matos Filho (2006) ressaltam que

problemas de estruturas multiplicativas, ou seja, problemas de multiplicação e divisão, normalmente são trabalhados em sala de aula como uma extensão do trabalho com adição e subtração, porém esses fazem parte de um outro campo conceitual, além disso, há diferenças importantes entre as estruturas aditivas e as multiplicativas (p. 1).

Nunes e Bryant (1997) defendem inclusive que crianças demonstram importante transformação qualitativa em sua capacidade de raciocínio e pensamento quando entendem multiplicação e divisão e que o pensamento aditivo se desenvolveu antes desta fase.

De acordo com Vergnaud (1991) *apud* Pessoa e Matos Filho (2006),

a ampliação da perspectiva conceitual de uma criança exige a competência para a realização do cálculo relacional que a capacita para a escolha da operação adequada ao que o problema propõe e para a realização do cálculo numérico correspondente. A diversificação e a contextualização de situações colocadas para o aluno são importantes no sentido de ajudá-lo a operar e relacionar situações e aprendizagens de diferentes maneiras (p.4).

Segundo Nunes e Bryant (1997) *apud* Pessoa e Matos Filho (2006), existem muitos níveis diferentes de raciocínio multiplicativo. A seguir, serão apresentados os tipos de

problemas que envolvem diferentes lógicas para a estrutura do cálculo relacional, característico das estruturas multiplicativas:

1. Correspondência um-a-muitos: são situações que envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar, na qual o número de replicações é conhecido como fator escalar. São apresentadas as seguintes formas de problemas:

1.1. Multiplicação

Exemplo: Um trem tem 5 vagões, cada vagão tem 6 janelas. Quantas janelas tem o trem?

1.2. Problema inverso de multiplicação (cotição)

Exemplo: Carlos vai fazer aniversário. Cada amigo que vier à sua festa vai ganhar 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos ele pode convidar?

1.3. Produto cartesiano

Exemplo: Rita tem 3 saias e 4 blusas diferentes. Quantos trajés diferentes ela pode vestir mudando suas saias e blusas?

2. Relação entre variáveis – co-variação: relaciona duas ou mais variáveis e, à medida que o número de variáveis aumenta, aumenta também a complexidade do problema.

Exemplo: Meio quilo de açúcar custa R\$ 0,80. Quanto custa um quilo?

Se você compra 20 vezes tanto açúcar, você deverá pagar 20 vezes tanto dinheiro. Diferentemente da relação um-a-muitos, a relação entre as duas variáveis não é mudada pelo número de replicações.

3. Distribuição: Há três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a cota (ou o tamanho da distribuição). A cota e o número de receptores estão em relação inversa um com o outro: enquanto um cresce, o outro diminui. Exemplo: Eu tenho 20 confeitos para distribuir para 5 crianças. Quantos confeitos cada uma receberá? (NUNES; BRYANT, 1997 *apud* PESSOA; MATOS FILHO, 2006, p. 4-5.)

Similarmente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentam uma classificação das situações envolvendo problemas multiplicativos em quatro grupos: *comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória* (BRASIL, 1997, p. 72-74). Um exemplo apresentado de situação comparativa foi o seguinte: “Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?” (BRASIL, 1997, p. 72). Um exemplo apresentado de situação envolvendo proporcionalidade foi este: “Dois abacaxis custam R\$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis?” (BRASIL, 1997, p. 72). Nesse segundo exemplo, trata-se de uma situação na qual o discente deve notar que comprará o dobro de abacaxis e que deverá pagar o dobro, R\$ 5,00 (se não houver desconto). Nesse caso, não se faz necessário obter o preço unitário do abacaxi, para posteriormente, calcular o de quatro. Um exemplo apresentado de situação envolvendo a configuração retangular foi: “Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?” (BRASIL, 1997, p. 73). Finalmente, um exemplo de situação envolvendo combinatória foi: “Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas —

uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?” (BRASIL, 1997, p. 73).

Perrenoud (2001) traz uma ótica peculiar que muito acrescenta ao intuito deste trabalho:

analisar situações complexas, tomando como referência diversas formas de leitura; optar de maneira rápida e refletida por estratégias adaptadas aos objetivos e às exigências éticas; escolher, entre vários conhecimentos, técnicas e instrumentos, os meios adequados, estruturando-os na forma de abordagens; adaptar rapidamente seus projetos em função da experiência; analisar de maneira crítica suas ações e seus resultados; aprender, por meio de avaliação contínua, durante toda a sua carreira (p. 12).

Pontua-se aqui parte do papel do professor neste processo em concordância com o pensamento piagetiano que baliza os estudos de Vergnaud.

Lima (2015) mencionou que Vergnaud teve como orientador Jean Piaget, que foi pioneiro nos estudos do desenvolvimento da estrutura cognitiva nas crianças. Baseado nesses estudos, Vergnaud elaborou a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), a qual tomou como referência os contextos escolares. Essencialmente, tal teoria propõe o seguinte:

Pelo facto de proporcionar um quadro para a aprendizagem, interessa à didática; mas não é, por si só, uma teoria didática. A sua principal finalidade é fornecer uma visão estrutural que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos (na faixa etária que engloba esta pesquisa) entendendo como “conhecimentos”, tanto o saber fazer como os saberes expressos. (VERGNAUD, 1996, p. 55, grifo do autor¹ *apud* LIMA, 2015, p. 2)

Desta maneira, segundo Lima (2015), “a TCC é uma teoria cognitivista que fornece um quadro teórico para trabalhar com elementos que fazem parte do desenvolvimento intelectual do indivíduo, tais como a linguagem, o raciocínio, a percepção e a memória” (p. 2).

Lima (2015) explicou que a formação do Campo Conceitual, proposta por Vergnaud, envolve uma terna de conjuntos, a qual é denotada por C (S, I, R). Para a Estrutura Multiplicativa, essa terna pode ser entendida da seguinte forma:

C é o conceito que é formado por
 S: o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (é a referência para trabalhar o conceito); são ideias de proporção, de comparar, combinar;
 I: o conjunto dos invariantes, as propriedades para relacionar e operacionalizar, ou seja, resolver as situações (o significado);
 R: o conjunto das formas de linguagem utilizadas - desenhos, contagem pictórica, os diagramas - para representar os procedimentos (o significante). (LIMA, 2015, p. 2)

¹ VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

Desta maneira, Lima (2015) conclui que, para resolver as tarefas, uma criança se organiza diante de uma classe de situações, ou seja, elabora um esquema. Nele estão incluídos os chamados **conhecimentos-em-ação**, seja, elementos cognitivos implícitos nas escolhas dessa criança, para que essa possa construir as representações. Estas se manifestam na ação do indivíduo. Ainda segundo Lima (2015), Vergnaud classificou como invariantes operatórios o **teorema-em-ação** e o **conceito-em-ação**, os quais vinculam o conceito e a situação, guiando portanto os indivíduos.

Moreira (2002) ressaltou que, embora Vergnaud estivesse interessado principalmente nos campos conceituais das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas, a TCC não é específica desses campos. Nem mesmo é específica da Matemática. Ou seja, pode-se observar suas estruturas em diversos campos do conhecimento humano.

A Figura 1 apresenta um esquema do Campo Conceitual Multiplicativo (CCM). Ele foi elaborado por Magina, Santos e Merlini (SANTOS, 2015), baseado na TCC de Vergnaud (1983; 1996; 2009)². O objetivo desse esquema foi resumir as ideias do Campo Multiplicativo.

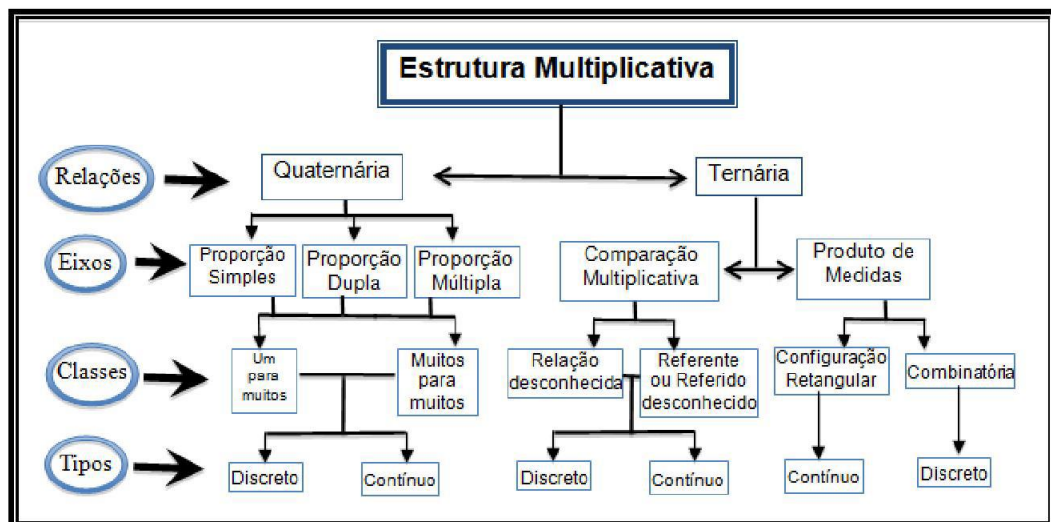


Figura 1 – Representação pictórica do CCM
Fonte: Santos (2015, p. 105).

² VERGNAUD, G. Multiplicate structures. In: RESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.).

Acquisitions of mathematics concepts and processes. New York. Academic Press, 1983.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas.**

Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

_____. **A Criança, A Matemática e a Realidade:** Problemas de ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

Na Figura 1, nota-se que o campo das Estruturas Multiplicativas se divide em relações **quaternária** e **ternária**. Tal divisão depende do número de elementos envolvidos na questão.

O seguinte exemplo ilustra uma relação quaternária: “Tenho 2 kg de arroz no pote, o que é suficiente para 6 dias, se eu tivesse apenas um quilo qual seria o tempo que duraria o meu arroz?”. Repare que há quatro elementos nessa relação, os quais são diretamente proporcionais. Uma das possíveis soluções para esse problema seria “2 está para 6 assim como 1 está para x ”, ou seja, $2 \cdot x = 6 \cdot 1$. Portanto, a resposta é 3 dias.

Os eixos das quaternárias são de três tipos: **proporções duplas** (com o envolvimento de duas grandezas, como no exemplo acima), **proporções simples** (com o envolvimento de apenas uma grandeza) e **proporções múltiplas** (com mais de duas grandezas).

As classes das quaternárias são do tipo **um pra muitos** ou do tipo **muitos para muitos**, sendo um deles atrelado ao ato de repartir e o outro atrelado a situações que indicam a quota. O primeiro modelo está relacionado à divisão entre quantidades de grandezas diferentes como “Tenho 42 balões para distribuir igualmente entre 6 crianças”, o outro entre o total da quantidade de uma grandeza, como 42 balões, e a quota (por exemplo: 7 balões por criança).

O exemplo a seguir ilustra uma relação ternária: “Qual é o número que multiplicado por 2 resulta em 6?” Neste caso, há apenas três elementos, onde um deles é a incógnita. A solução é 3, e uma das possibilidades de desenvolvimento é: $x = 6/2$.

Os eixos das ternárias são de dois tipos: **comparação multiplicativa** (como no exemplo acima) e **produto de medidas**, o qual é compreendido por duas classes: **configuração retangular** e **combinatória**.

Os tipos de variáveis, tanto nas relações ternárias quanto nas quaternárias, são as consideradas **discretas** ou **contínuas**. A variável do tipo discreta se origina de um processo de contagem, portanto assume valores no conjunto dos números naturais. Por exemplo, o número de mensagens instantâneas recebidas ou o número de acertos ou erros de uma prova. Já a variável contínua pode assumir uma infinidade de valores, no conjunto dos números racionais ou mesmo no conjunto dos números reais. Pode ser um horário, uma data específica, o comprimento de uma peça ou a data e hora do recebimento de uma encomenda.

2 MOTIVAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Para Pintrich e Schunk (2002) *apud* Siqueira e Wechsler (2006), “o termo motivação é derivado do verbo em latim ‘*movere*’. A ideia de movimento aparece em muitas definições e, relaciona-se ao fato da motivação levar uma pessoa a fazer algo, mantendo-a na ação e ajudando-a a completar tarefas” (p. 21). Ao se reportar à importância da motivação na aprendizagem, deve-se lembrar que tornar a escola atraente aos alunos é cada vez mais difícil, quando se observa a distância enorme existente entre o que os professores oferecem enquanto atores deste processo e o que os avanços tecnológicos alcançaram no sentido de comunicação, passagem e chegada de informações. Buscar subsídios para que a escola se torne interessante é um desafio constante. Neste cenário, a escola tem a oferecer alguns aspectos que a tecnologia não conseguiu superar, que podem e devem ser explorados, como o contato estreito entre as pessoas e a convivência diária. No entanto, muitas vezes não oferece os mesmos atrativos que despertem no aluno a vontade de aprender no ambiente escolar por conta das regras de convivência que um espaço público e coletivo exige, o que na maioria dos casos gera certos desinteresses e falta de motivação pelos estudos. É óbvio que, para a maioria das crianças, brincar é muito mais interessante do que estudar. Então uma sugestão para gerar motivação para os estudos é tentar brincar com os conteúdos, usar o relacionamento interpessoal e, gradativamente, trazer os benefícios tecnológicos para favorecer as atividades realizadas em sala de aula. Não se discute aqui a relevância da educação para o desenvolvimento do ser humano e sim a adaptação da educação aos tempos modernos.

Conforme Bzuneck (2000) “a motivação, ou o motivo, é aquilo que move uma pessoa ou que a põe em ação ou a faz mudar de curso” (p. 9). Não se pode ignorar a perspectiva de melhores condições de aprendizagem para aquele indivíduo que está em constante crescimento. É interessante para o aluno despertar para o aprender por crescimento próprio e continuar aprendendo, continuar crescendo como ser social pleno e capaz. O bom desempenho é um hábito que deve ser perseguido.

Balancho e Coelho (1996) afirmam que “A motivação pode ser entendida como um processo e, como tal, é aquilo que suscita ou incita uma conduta, que sustenta uma atividade progressiva, que canaliza essa atividade para um dado sentido” (p. 17). É desafio do professor atuante disponibilizar meios para que seus alunos compreendam a direção a seguir com entusiasmo e dinamismo. O problema de aprendizagem em matemática existe, nos resultados da maioria das avaliações externas em âmbito nacional e internacional, seria um grande erro

negar esta realidade. A questão é justamente “o que” e “como” fazer para, em meio a esta realidade, dispor do aluno a sua necessidade de fazer algo, tirar de dentro dele o interesse em aprender, algo que ele não sabe ou tem muita dificuldade em executar.

Para Siqueira e Wechsler (2006), “um conceito utilizado no estudo da motivação e que também aparece no estudo da motivação para a aprendizagem escolar é o de motivação intrínseca e extrínseca” (p. 22). Diz-se que um aluno é *extrinsecamente motivado* se o mesmo realiza uma tarefa com interesse em recompensas externas ou sociais. De forma oposta, diz-se que um aluno é *intrinsecamente motivado* se o mesmo se envolve e mantém o interesse na tarefa, devido à atividade em si, porque a mesma é interessante e gera satisfação. De acordo com as autoras, um aluno extrinsecamente motivado é um aluno que “está mais interessado na opinião do outro, as tarefas são realizadas com o objetivo principal de agradar pais e/ou professores, para ter reconhecimento externo, receber elogios ou apenas para evitar uma punição” (SIQUEIRA; WECHSLER, 2006, p. 22). Já alunos com motivação intrínseca trabalham nas atividades espontaneamente, pois consideram que as mesmas são agradáveis. “A motivação intrínseca é compreendida como sendo uma propensão inata e natural dos seres humanos para envolver o interesse individual e exercitar suas capacidades, buscando e alcançando desafios ótimos” (BORUCHOVITCH; BZUNECK, 2001, p. 39).

Ao longo dos anos, a preocupação por parte dos estudiosos, dos professores, dos demais atores da escola e da sociedade como um todo está aumentando em relação ao desinteresse dos alunos que chegam e frequentam a escola. É notável, em observações e estudos, que as crianças estão chegando às escolas cada vez mais desmotivadas e com outros interesses, o que gera a repetência e, muitas vezes, a evasão escolar. E são incontáveis os problemas que a desmotivação agrega ao espaço escolar a ponto de inviabilizar o processo de ensino-aprendizagem, por isso o professor deve combater com muito vigor este desafio. O foco deste trabalho é apresentar uma possibilidade de melhorar a relação do professor com os alunos (todos entrando agora numa proposta nova) e dos alunos entre eles, reduzindo a distância de conhecimento entre eles através de um nivelamento que a capacidade de multiplicar e dividir acarreta (divisão entre os que sabem e os que não sabem fazer contas). A compreensão dos aspectos da motivação nesta fase da vida facilita ao professor o entendimento sobre que tipo de ajuda poderá oferecer à criança, desde que haja um compromisso mútuo nesta relação. Pois sua presença fundamental naturalmente já faz com que a criança sintam-se motivada a executar as tarefas em virtude do reconhecimento, carinho e boas impressões causadas naquele com quem convive. Na tentativa de demonstrar a sua

evolução e as conquistas que realiza, o aluno tenta atrair para si reações positivas e de afetividade. Os bons motivos e o reconhecimento (próprio e dos outros) serão sempre uma chave para o desenvolvimento do indivíduo ainda em formação, além de harmonizar o ambiente escolar. Em contrapartida, o medo de errar, de não fazer direito, de não ser aceito por não conseguir são possíveis resultados de qualquer investida neste processo e devem ser observados como elementos a serem combatidos e substituídos por confiança na (e da) criança e compreensão por parte do professor.

De acordo com Charlot (2000), não existe um objeto que podemos denominar de “fracasso escolar”. O que existem são situações de sucesso ou de fracasso.

O “fracasso escolar” não existe; o que existe são alunos fracassados, situações de fracasso, histórias escolares que terminam mal. Esses alunos, essas situações, essas histórias é que devem ser analisados, e não algum objeto misterioso, ou algum vírus resistente, chamado “fracasso escolar” (p. 16).

Not (1993) afirma que, muitas das vezes, quem adota uma postura de exclusão é o próprio professor, ao usar os mesmos métodos ou reforçar aquilo que já não vem apresentando resultado satisfatório. Diz este autor que “toda atividade requer um dinamismo, uma dinâmica, que se define por dois conceitos: o de energia e de direção”. Apresentar o diferente é uma forma de chamar a atenção para algo que pode vir a funcionar, convém lembrar que “ninguém é sujeito da autonomia de ninguém” (FREIRE, 1996, p. 121). A atividade proposta tem o intuito principal de ampliar as possibilidades dos discentes e reduzir um quadro sistemático latente na escola pública, que é o desinteresse pelo que é oferecido na escola, principalmente no ensino de matemática. A temática é abrangente e suas causas podem ser apontadas em diversas frentes: cunho social, econômico, ausência do poder público, falta de saúde básica e de cuidados no início da vida do indivíduo são algumas delas. Mas o que se sugere aqui é uma possibilidade de enfrentamento deste quadro sem o intuito de solucionar tão complexa questão.

Motivar uma criança a estudar matemática nunca foi tarefa fácil. Nos dias atuais, deve-se acrescentar que a mesma possui uma ampla gama de informações à sua disposição, mesmo que não esteja preparada para absorvê-las.

Gontijo (2007) realizou ampla pesquisa neste campo da motivação matemática e criou um questionário (o qual será bastante explorado no capítulo 3), que possui perguntas que propiciam dimensionar vários aspectos da motivação; um deles é o comportamento perante a observação da matemática no cotidiano. A pesquisa de Gontijo resultou em 28 questões, que

separadas em 6 grupos, visam aferir o nível de motivação para o estudo e a aprendizagem de matemática. Sua escala de motivação está exposta no Anexo A desta dissertação (com adaptações).

Para Wigfield e Wentzel (2007), “a motivação relaciona-se com a energia, a direção e as razões do comportamento, está relacionada com o papel do sujeito relativamente à tarefa, podendo este estar motivado porque valoriza a atividade (papel ativo) ou por coerção externa (papel inativo)”. Para Deci e Ryan (1985),

existem dois tipos de motivação, uma que se centra no sujeito como sendo capaz de realizar e de ser persistente em relação a determinada tarefa, que por si só o satisfaz (intrínseca) e outra que se centra na influência de fatores externos às tarefas, tais como recompensas materiais ou sociais (extrínseca).

A pretensão do autor desta dissertação é que a maioria dos alunos com os quais ele trabalha obtenha mais interesse em aprender matemática, independente da vertente que o motive. Mas considerando as condições adversas e o ambiente, o ideal seria que sua motivação fosse intrínseca, pois ainda citando Deci e Ryan (1985) “os estudos revelam que alunos intrinsecamente motivados são mais autodeterminados e fazem atribuições internas do resultado das atividades”. Uma das principais metas do presente trabalho foi gerar esta autonomia, esta segurança no domínio das operações matemáticas em voga (multiplicação e divisão) entre os alunos pesquisados. O capítulo 3, a seguir, expõe a metodologia adotada na pesquisa com a exploração de materiais específicos em um laboratório que inicialmente seria só para o uso dos professores de ciências, mas que a pesquisa transformou em local para que aulas de matemática também ocupassem este espaço.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho foi desenvolvido na forma de pesquisa-ação educacional, pois o professor pesquisador realizou todas as etapas da prática junto aos seus alunos. A necessidade do trabalho foi alinhada ao projeto da escola em que o professor atua, no sentido de melhorar o desempenho dos alunos. Sobre tal tipo de pesquisa, Tripp (2005) define: “A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos [...]” (p. 445). Já para Thiollent (1986) “A pesquisa-ação é uma linha de pesquisa associada a diversas formas de ação coletiva que é orientada em função da resolução de problemas ou de objetivos de transformação” (p.7).

Amparado nessas citações de Tripp e Thiollent, esta pesquisa é um relato de uma experiência em sala de aula, vivenciada pelo autor desta dissertação e pensada para amenizar uma angústia que muitos professores relatam: a dificuldade dos alunos recém-chegados ao segundo segmento do ensino fundamental com as operações básicas da matemática. Realizada em uma escola pública do município do Rio de Janeiro, em área urbana de grande concentração de pessoas com baixo poder aquisitivo, cercada por comunidades que possuem violentos e constantes conflitos, onde se destaca o “Juramento” – comunidade que tem acessos por alguns bairros da região – e onde o poder público deixa a desejar, gerando necessidades básicas das mais variadas, a escola escolhida é um dos locais onde o presente professor trabalha. Três foram os motivos que inspiraram a realização dessa pesquisa:

Primeiro, a escola escolhida para a realização dessa prática já é atendida por este professor há cinco anos. Durante este tempo, o sexto ano vem recebendo especial atenção de toda a equipe técnico-pedagógica, por receber alunos de outras unidades escolares do entorno que, em grande parte, são alunos com um nível considerável de defasagem de conteúdo e de dificuldade de aprendizagem em leitura, interpretação e escrita, além de matemática elementar. O autor desta dissertação considera que um melhor entendimento desses elementos é efetivamente necessário para a continuidade da vida escolar dos alunos em questão e que a falta deles é um dos principais causadores de situações que atrapalham a cotidianidade do espaço escolar, tais como indisciplina, desinteresse, impontualidade, excesso de faltas e tantos outros problemas que se alimentam da falta de conhecimento adequado de elementos anteriores ao período escolar atual. Por esse motivo, foi escolhida uma turma iniciante no segundo segmento do ensino fundamental para a realização da pesquisa, pois além do trabalho

de motivação do interesse pelo aprendizado ser necessário, também se deseja dar um acréscimo à formação destes alunos, para que continuem seus estudos além dos muros da escola. Deseja-se que esses alunos, após o período que normalmente passam na escola, tenham mais concentração, sejam mais observadores, mais organizados e que levem consigo uma contribuição efetiva na sua caminhada em busca da formação plena.

O segundo motivo foi a oportunidade de se registrar um trabalho que já vem sendo realizado pelo professor pesquisador de forma tão entusiástica e produtiva. A renovação do projeto e seu aperfeiçoamento trazem periodicamente um alento e mais inspiração para todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem, procura solucionar em parte o problema de um aluno com 11 ou 12 anos não dominar técnicas de solução de operações simples, uma questão grave e estimula este professor a continuar pesquisando.

O terceiro motivo da escolha foi o fato da escola ter sido beneficiada com a instalação de uma sala, inicialmente pensada apenas para o ensino de Ciências – que por influência e insistência do professor responsável por esta pesquisa – recebeu materiais e foi reestruturada para aulas de matemática, a qual foi intitulada então como *Laboratório de Ciências e Matemática*. Uma sala equipada com material didático e que é bastante utilizada pelos professores que atuam na faixa etária em foco e que a direção da unidade de ensino onde a pesquisa transcorreu se empenha para que seja amplamente utilizada.

A partir do panorama apresentado, e com a devida autorização da direção da escola, mediante apresentação do projeto de pesquisa, foram delineadas as ações a serem executadas. Inicialmente, a direção e os professores da escola foram perguntados se a ideia de registrar formalmente a experiência seria válida e benéfica. A entrevista foi necessária, pois o relato posterior à mesma deveria refletir a realidade sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos e os avanços alcançados. Não confirmar apenas as adversidades encontradas, mas também confirmar o sucesso das atividades e o que poderia ser aperfeiçoado para este período com os outros professores da área de conhecimento citada.

A partir das consultas na escola com os colegas de trabalho e após a distribuição dos alunos nas turmas com seus respectivos professores, foi definida a turma e o conteúdo a ser trabalhado durante a pesquisa, a saber, formas diferentes de se multiplicar e dividir, como em anos anteriores. Com os alunos, os procedimentos foram:

1) Aplicação da *Escala de Motivação em Matemática*, que se trata de um questionário estruturado, desenvolvido e validado por Gontijo (2007, p. 135-149), em sua pesquisa de doutorado em psicologia, cujos objetivos foram investigar o nível de motivação dos alunos

para aprender matemática e detectar fatores que influenciam a motivação e os processos de aprendizagem. Na verdade, a escala aplicada à turma escolhida sofreu uma ligeira adaptação, veja o Anexo A desta dissertação.

2) Aplicação de pré-teste, para avaliar o conhecimento dos alunos sobre o assunto a ser trabalhado posteriormente, veja o Apêndice D. O pré-teste foi realizado da seguinte maneira: em sala de aula, os alunos poderiam conversar entre eles apenas sobre as formas de resolução e o que compreenderam das questões, para posteriormente tentarem as suas soluções para as mesmas.

3) A realização das oficinas em três etapas: fase de adaptação ao ambiente com a confecção de parte dos materiais a serem utilizados, realização das atividades com resoluções de tarefas, em ordem crescente de dificuldade, com intervenção pedagógica e avaliação do trabalho realizado com questionário sobre as oficinas (Apêndice B).

4) Aplicação de pós-teste em laboratório, como uma prova similar ao pré-teste (Apêndice E). O objetivo foi verificar se os procedimentos ensinados seriam utilizados ou mesmo se os algoritmos mais utilizados foram reforçados, além de verificar se o desempenho dos alunos pesquisados melhoraria em relação ao pré-teste.

5) Reaplicação da Escala de Motivação em Matemática, adaptada de Gontijo (2007) (veja o Anexo A), para avaliar a reação dos alunos às atividades desenvolvidas, sob o aspecto da motivação e possíveis avanços nesse sentido, em comparação com os resultados obtidos na primeira aplicação dessa escala.

Em todas as atividades realizadas neste trabalho, sejam em laboratório ou em sala de aula (testes e questionários), não foi realizada a identificação nominal. A análise comparativa dos resultados desta pesquisa está calçada apenas pela totalidade, deixando a avaliação do ganho individual para as demais atividades avaliativas da escola e os elementos que as cercam como conselhos, reuniões e afins. Ou seja, não se faz aqui uma avaliação específica, discriminada por aluno.

3.1 Descrição das Atividades Realizadas

Ao longo desta seção, serão descritas as atividades da pesquisa.

3.1.1 Consulta e sondagem na equipe

Após alguns anos de aplicação de subprojetos relacionados ao ensino e a aprendizagem de aritmética na escola escolhida e também após um estudo teórico sobre a aplicação de jogos e material lúdico nesta área da matemática, foi conversando com os professores e funcionários dessa escola que se solidificou a possibilidade de registrar e documentar a atividade. A entrevista foi realizada para ajudar no planejamento, elementos como a escolha da turma e do conteúdo a ser trabalhado nas oficinas, o horário de funcionamento e a logística referente a alimentação e horários alternativos, bem como a possibilidade de utilização do espaço chamado Laboratório de Ciências e Matemática que a escola até hoje dispõe.

Antes do início do ano letivo de 2016, conseguiu-se realizar a conversa com os professores da escola, quando os mesmos estavam reunidos em horário de planejamento. Por conta dos benefícios já sabidos e da concordância coletiva, não se fez necessário nenhum registro formal individualizado, todos apoiaram a ideia e se comprometeram a ajudar no que fosse possível.

Durante a conversa, alguns pontos foram levantados, particularidades da rede municipal de ensino, público alvo, situação da escola e afins.

Padronizar uma determinada atividade na rede pública de ensino no Rio de Janeiro não é uma tarefa fácil, dada a sua dimensão. Há algumas medidas neste sentido, de onde se destacam as avaliações externas da própria rede, apostilas personalizadas e participação efetiva nas avaliações externas propostas pelo Governo Federal. Outro ponto é que os dois anos iniciais do segundo segmento do ensino fundamental possuem quatro tempos semanais de aulas de matemática e os dois anos finais possuem seis tempos semanais, em uma espécie de revezamento com língua portuguesa, que possui nos dois anos iniciais seis tempos semanais e nos dois finais quatro tempos semanais. Ou seja, poucos tempos semanais para a matemática justamente no sexto ano de escolaridade. Ficou claro o descontentamento dos professores com a carga horária destinada à matemática nesta etapa da vida escolar dos alunos, o que para a implementação do projeto acabou sendo um ponto positivo, pois assim a carga horária de matemática dos alunos pesquisados estaria sendo aumentada.

Outro ponto abordado nesta conversa com professores (e em outras semelhantes) é o ganho que qualquer atividade similar ou com o mesmo intuito que a pesquisa em voga traz ao corpo discente, uma vez que a mesma pode ser considerada como uma recuperação paralela dos conteúdos anteriores, ainda que numa forma diferenciada de apresentação. Além disso, a retomada de matérias anteriores é uma necessidade que os alunos possuem, pois muitos têm dificuldades que trazem desde o início das suas trajetórias escolares.

A motivação dos alunos é sempre muito discutida, por conta de situações adversas a que estão constantemente expostos, por exemplo, a violência, a falta de condições básicas de sobrevivência, além da falta de estrutura familiar. A experiência deste autor em sala de aula mostra que é um desafio fazer com que essas crianças se concentrem e tenham interesse pelo que a escola apresenta. Além disso, não é fácil mostrar pra este cidadão em formação que a escola tem a oferecer uma possibilidade de inclusão, através de um espaço público dotado de regras e costumes que pregam a socialização e o bem-estar de todos. Em especial, o aluno do sexto ano de escolaridade é uma criança que está em transição, saindo de uma situação de convivência com poucos professores, sendo uma a principal responsável, e partindo para uma condição mais autônoma com um professor por componente curricular, o que requer mais organização e dedicação por parte de todos os envolvidos no processo. Nesse contexto, a matemática passa a receber mais atenção, além de um período obrigatório para sua abordagem, o que deve ser observado com cuidado para não virar uma obrigação desagradável. Assim, a motivação para a aprendizagem de matemática se faz necessária também para que o aluno dê prosseguimento aos seus estudos. Mas seria ainda melhor se o interesse viesse através do despertar para uma área do conhecimento humano tão presente no cotidiano de todos. Este autor entende que não se pode admitir que crianças nesta faixa etária e período de escolaridade não saibam somar, subtrair, multiplicar e dividir.

3.1.2 Planejamento

Antes da realização dessa consulta, definiu-se que seria aplicada a Escala de Motivação em Matemática de Gontijo (2007, p. 148-149), acrescida de duas questões referentes exclusivamente ao projeto. A mesma está apresentada, na íntegra, no Anexo A desta dissertação.

Gontijo (2007) entende por motivação “interesse, prazer e satisfação pela realização de uma tarefa” (p.137). O mesmo autor pesquisou profundamente os aspectos que revelam a motivação numa pessoa para este fim, definiu os hábitos e costumes de uma pessoa motivada para aprender matemática. Além disso, através desses pontos, elaborou as perguntas que compõem a sua escala de motivação em matemática e concluiu que um aluno é motivado para aprender matemática quando tem alguns dos comportamentos por ele assim descritos:

[...] estudar frequentemente matemática; dedicar tempo para os estudos; resolver problemas; criar grupos de estudo para resolver exercícios de matemática; pesquisar informações sobre matemática e sobre a vida de matemáticos; persistência na resolução de problemas; elaborar problemas para aplicar conhecimentos adquiridos; explicar fenômenos físicos a partir de conhecimentos matemáticos; realizar tarefas de casa; relacionar-se bem com o professor de matemática; participar das aulas com perguntas e formulação de exemplos e cooperar com os colegas no aprendizado da matemática (GONTIJO, 2007, p. 138).

Originalmente essa escala possui 28 afirmações, distribuídas em 6 fatores, que observam os hábitos da citação acima. O fator 1 trata da “Satisfação pela matemática”, onde se pretende aferir se existe uma vontade ou vocação anterior do aluno em relação aos seus sentimentos e expectativas em relação a este componente curricular e posteriormente se houve algum avanço neste sentido. O fator 2 trata de “Jogos e desafios”, onde se pretende aferir se o aluno utiliza a matemática, ainda que indireta ou instintivamente, em atividades de raciocínio lógico e, posteriormente, se o projeto auxiliou neste sentido de encorajar tal prática. O fator 3 remete à “Resolução de problemas”, onde se procura saber se o aluno tem proximidade ou afeição pela matemática em si e depois se verifica se este propósito foi alcançado ou se houve uma melhora neste sentido. O fator 4 é o de “Aplicações no cotidiano” e busca averiguar a percepção pelo aluno da existência da matemática no seu entorno e cotidiano. O fator 5 engloba “Hábitos de estudo” e o fator 6 trata das “Interações na aula”, que é um fator mais ligado ao desenvolvimento do aluno enquanto peça fundamental do processo de aprendizagem e como ele desenvolve esse papel. Além dessas 28 afirmações elaborados por Gontijo (2007), o autor desta dissertação acrescentou duas questões relacionadas ao conteúdo do projeto, consideradas um adendo ao fator 3, totalizando assim 30 perguntas (Anexo A).

Considerando a consulta com os professores e funcionários e observando a disponibilidade, alimentação, possibilidade de horários e adequação aos demais colegas da unidade escolar, foi escolhida uma turma do 6º ano do ensino fundamental (Turma 1603) para a realização das atividades. O conteúdo escolhido foi de aritmética, mais especificamente,

focado na multiplicação e divisão, onde se pôde explorar o cálculo mental, reforçar os princípios aditivo e multiplicativo, noções de agrupamentos e a manipulação algébrica, alguns dos assuntos que foram citados pelos colegas como dificuldades dos alunos e que atrapalham o desenvolvimento do aluno como um todo. Foram definidos também, a partir da escolha do tema, os testes – pré e pós – e a atividade principal dessa pesquisa: gelosia para a multiplicação e divisão americana, para fazer da “novidade” uma vertente favorável e também para aproveitar a acessibilidade dos processos que estes algoritmos proporcionam. Em seguida, encontram-se especificadas as questões abordadas no pré-teste e no pós-teste, o que se esperava de cada uma delas e o que cada uma explorava e pretendia aferir em termos de conhecimento multiplicativo, considerando a classificação feita por Nunes e Bryant (1997), apresentada no capítulo 1 desta dissertação.

Questão número 1, itens a e b

Envolve uma aplicação direta dos algoritmos já apresentados anteriormente ao aluno nesta faixa etária e período escolar. A pretensão era verificar quantos alunos conseguiam encontrar, respectivamente, o produto e o quociente nos itens apresentados e além disso, se mesmo com a “continha armada”, algum aluno tentaria outros métodos de resolução. A ideia de oferecer a “conta armada” era de facilitar a tarefa e reduzir o nível de abstração que outras formas de apresentação poderiam sugerir. Essa questão apenas foca o cálculo numérico, segundo Vergnaud (1991).

Pré- teste

Efetue:

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40.530 \mid 6 \\ \hline \end{array}$$

Pós- teste

Efetue:

$$\begin{array}{r} 245 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22.530 \mid 6 \\ \hline \end{array}$$

Questão número 2

Aborda uma correspondência um-a-muitos, no formato de produto cartesiano. Pretendia-se aferir se o aluno faria associação do enunciado com a operação de multiplicação, seja “traduzindo” o mesmo por meio de uma conta ou reduzindo a abstração através de desenhos ou agrupamentos. Os números com dois algarismos foram escolhidos como fatores para observar se este nível de dificuldade causaria algum transtorno para os que se acostumaram a resolver estas questões através de desenhos.

Pré-teste

Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 11 fileiras, cada qual com 18 cadeiras?

Pós- teste

Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 12 fileiras, cada qual com 17 cadeiras?

Questão número 3

Aborda uma correspondência um-a-muitos, no formato de multiplicação, usando o princípio fundamental da contagem. A intenção era verificar se o aluno seria capaz de operar com três fatores e se, mesmo que não soubesse formalmente a propriedade associativa, conseguiria relacionar, ainda que desenhando o armário, que o número de camisas dependia do número de portas e de quantas gavetas havia nessas portas.

Pré-teste

Um armário tem 5 portas, cada porta tem 4 gavetas e cada gaveta tem 3 camisas. Quantas camisas tem neste armário?

Pós-teste

Um armário tem 4 portas, cada porta tem 5 gavetas e cada gaveta tem 2 camisas. Quantas camisas tem neste armário?

Questão número 4

Aborda uma relação entre variáveis. O objetivo era verificar se o aluno conseguiria transformar o enunciado numa multiplicação simples, se o fato de apresentar um período temporal (1 ano) e um valor monetário atrapalharia no cálculo.

Pré-teste

Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 880,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa?

Pós-teste

Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 960,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa?

Questão número 5

Envolve distribuição. O objetivo era verificar se o aluno seria capaz de associar o enunciado a uma conta de divisão. Além disso, seria observado se o valor monetário não atrapalharia os cálculos por conta da vírgula que separava a parte inteira da parte não inteira (nula). Também seriam observadas as diferentes soluções apresentadas.

Pré-teste

Um prêmio de R\$ 102.609,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá?

Pós-teste

Um prêmio de R\$ 162.639,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá?

Questão número 6

Envolve cotição, problema inverso de multiplicação.

Pré-teste

Numa cidade com 230.045 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade?

Pós-teste

Numa cidade com 120.035 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade?

Questão número 7

Envolve distribuição. Idêntico aos objetivos da questão 5, mas com dividendo e divisor considerados mais simples de serem trabalhados.

Pré-teste

Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 7.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito?

Pós-teste

Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 9.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito?

A Gelosia, método de multiplicação já abordado no capítulo 1, é um processo simples e atrai as crianças que já são habituadas ao “jogo da velha”, à batalha naval e às palavras cruzadas, pela semelhança dos tabuleiros e pela relação cartesiana, pois também permite a associação de uma das linhas e uma das colunas. Outra facilidade é a busca por multiplicações simples de dois produtos com uma unidade cada, o que é muito comum aos alunos em questão. O “jogo da velha” (Figura 2), por ser um jogo popular onde se utiliza uma matriz quadrada 3x3 cujo objetivo é alinhar, em qualquer posição absoluta, três vezes a mesma figura entre as duas disponíveis “x” ou “O”, tem semelhança com o “tabuleiro” da gelosia, o que já causa uma familiaridade. Isso vale para os jogos onde se faz necessária a observação de um par ordenado pegando um elemento da linha e outro da coluna.

X	O	
O	X	O
X		X

Figura 2 – Jogo da velha finalizado
Fonte: o autor.

	1	2	x
			4
			3

Figura 3 – Tabuleiro de gelosia pronto para o cálculo de 12×43 .
Fonte: o autor.

A Figura 3 apresenta um exemplo de construção de tabuleiro de gelosia para a multiplicação de dois números naturais. A Foto 1 apresenta uma aluna do projeto mostrando um tabuleiro de gelosia que ela mesma elaborou.

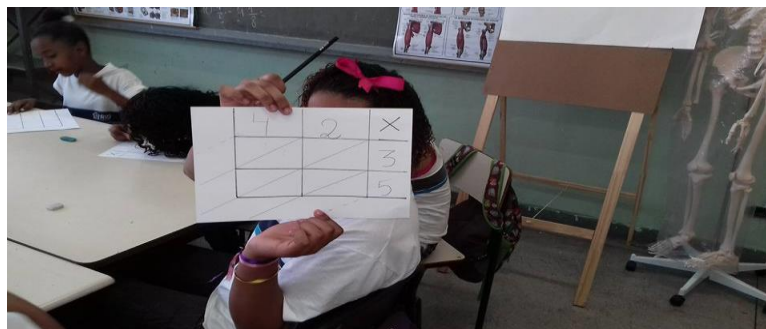


Foto 1 – Aluna do projeto mostrando a sua gelosia
Fonte: o autor.

No projeto realizado com os alunos pesquisados, a divisão americana recebeu destaque por utilizar a subtração como elemento de apoio principal ao invés de um raciocínio inverso da multiplicação para solucionar uma divisão. Mesmo sendo um processo por muitas vezes mais trabalhoso, consegue uma atenção interessante por parte dos alunos, uma vez que parte de princípios aditivos já solidificados pelos alunos. Cabe lembrar que já fora citado aqui autores que concordam e compreendem a afirmação de Vergnaud que coloca o pensamento aditivo como um passo anterior ao pensamento multiplicativo e que a compreensão deste último indica um salto de qualidade da criança na direção de sua formação.

A divisão americana ou por estimativa é mais simples de realizar do que o algoritmo tradicional de divisão. Pode ser exemplificada com materiais de apoio e ainda aplica conceitos de retirar uma parte de um dividendo (princípio aditivo), o que requer um cálculo mental menor que o algoritmo convencional. Para uma melhor compreensão desse algoritmo serão apresentadas a seguir duas variações de um mesmo cálculo, de forma detalhada.

Deseja-se dividir 96 por 3. Dentro de uma lógica de estrutura multiplicativa, será um caso de distribuição, se o raciocínio caminhar para a ideia de ter que distribuir 96 unidades de forma igual para 3 grupos e o quociente será 32 com resto zero.

96	3	
-30	10	} 32
-30	10	
-30	10	
- 3	1	
- 3	1	

Figura 4 – Divisão americana de 96 por 3

Fonte: o autor.

Na Figura 4, observa-se que a divisão de 96 por 3 está calculada por estimativa, retirando-se de 96, 10 grupos de 3 unidades por vez, ou seja 3 dezenas por vez e posteriormente, retirando 3 unidades por vez. Como foram obtidas no quociente 3 dezenas e 2 unidades, o quociente é 32 e como foram retiradas todas as 96 unidades do dividendo, o resto é zero.

Outra forma de se abordar a mesma conta por meio da divisão americana é fazer separadamente a quantidade de dezenas de grupos de 3 e unidades de grupos de 3, enfatizando mais a estimativa:

$$\begin{array}{r|l}
 96 & 3 \\
 - 90 & \hline 30 \\
 \hline 6 & +2 \\
 - 6 & \hline 32 \\
 \hline 0 &
 \end{array}$$

Quantas vezes 3×10 cabem em 96? Resposta: 3 e sobram 6. Têm-se a quantidade de dezenas, 3.

Quantas vezes 3×1 cabem em 6? Resposta: 2 e nada sobra. Agora com as 2 unidades chega-se ao 32.

A expectativa de boa aceitação por parte dos alunos deste algoritmo se calça justamente na redução da dificuldade que o mesmo proporciona. Ele faz uso prioritariamente do princípio aditivo, aliada à distributividade da multiplicação em relação à adição. Considerando o mesmo exemplo da divisão de 96 por 3 e usando a estimativa, é perfeitamente viável que um aluno observe que é o mesmo que calcular $(90 + 6)$ dividido por 3 e realizar involuntariamente a propriedade distributiva, chegando ao raciocínio de $90 \div 3 + 6 \div 3$, utilizando-se apenas de $3 \times 1 = 3$ e de $3 \times 10 = 30$. É possível chegar ao quociente sem necessidade de tabuadas, basta retirar o 30 três vezes e o 3 duas vezes e tem-se o 32. Fica fácil também de observar que as 96 unidades foram distribuídas e assim, o resto desta divisão é o zero; trata-se de uma divisão exata, pois 96 é múltiplo de 3.

3.1.3 Realização do curso

Na apresentação da atividade aos alunos, foi utilizado como elemento de motivação a prática de jogos conhecidos por eles e já citados aqui, jogo da velha e batalha naval. Ao mesmo tempo que os descontraíam, alguns elementos básicos como associar linhas e colunas, posições absolutas da reta e ordenação eram lembrados.

A pesquisa foi realizada em oito encontros com 1 hora/aula cada, parte nos horários das aulas de matemática da turma e parte no contraturno (período anterior ao início das aulas), de acordo com as possibilidades da escola. Foram selecionados 25 alunos da turma que possuía 29, os mais assíduos e com mais dificuldades foram contemplados. Ficou estabelecido que a oficina só ocorreria se os 25 alunos do projeto estivessem presentes.

No primeiro encontro, durante a primeira aula do ano letivo, levou-se a turma para o laboratório, para fazer uma recepção diferente e aguçar a curiosidade sobre o que estava por vir. Foi realizada uma breve conversa sobre o que estava ocorrendo, apenas para que se situassem e concedessem uma oportunidade de início. Logo responderam à escala de motivação em matemática, adaptada de Gontijo (2007) (Anexo A) e ao pré-teste (Apêndice D).



Foto 2 – Laboratório de matemática e ciências (área de materiais específicos)
Fonte: o autor.

Todos participaram animados, ainda que desconfiados por conta do ambiente novo que eles receberam como um presente e que facilitou e muito o andamento de toda a pesquisa. Notou-se que alguns alunos pediam ajuda aos colegas, no sentido de interpretar as perguntas, ou seja queriam responder mas não sabiam bem o que era pra fazer. Este professor pesquisador ajudou, lendo todas as questões do questionário adaptado de Gontijo (2007) e fazendo também a leitura das questões do pré-teste, quando era solicitado por eles. Estavam com pressa, queriam logo jogar, como o pesquisador prometera.

Ao terminarem, receberam jogos de tabuleiros e livremente se organizaram para brincar. Sempre eram interrompidos brevemente para alguma explicação teórica enquanto jogavam, faziam perguntas e se empolgaram a ponto de verbalizarem frases do tipo "pensei que matemática ia ser aula chata" e "tem um tempão que eu não jogava assim na escola". (Lembrando que, no ano letivo anterior, muitos desses alunos não estavam na unidade escolar atual.)

O segundo dia no laboratório foi cercado de expectativas. Já de posse dos resultados do questionário de motivação e do pré-teste ficou claro para este professor que o projeto precisava garantir a atenção dos alunos (manter o caráter de novidade) e que muito se tinha a melhorar no que se atém ao conteúdo, às relações pessoais e a motivação para o estudo e compreensão da matemática. Um início rápido com o jogo da velha e uma explanação sobre o quadro valor de lugar (Figura 5) recebeu atenção especial, só depois tiveram o primeiro contato com a gelosia.

U M	C S	D S	U S
2	4	5	8
2 x 1000	4 x 100	5 x 10	8 x 1
2000	400	50	8

Figura 5 – Quadro valor de lugar (QVL) para o número 2458
Fonte: o autor.

Inicialmente receberam um protótipo já pronto do “tabuleiro”, que se parecia com o jogo da velha e notaram que as celas estavam cortadas por diagonais que dividiam igualmente em dois triângulos cada retângulo do tabuleiro e uma conversa sobre os elementos de geometria que surgiram se tornou muito proveitosa.

Para os alunos que já apresentavam problemas na multiplicação, foram oferecidos dois recursos temporários, cubinhos de unidade do material dourado e a tábua de Pitágoras, adaptada em três tábuas a seguir (Figuras 6, 7 e 8), com o intuito de garantir a participação de todos, aperfeiçoar a capacidade de resolução e evitar que o desconhecimento desviasse o foco de algum aluno (o que poderia prejudicar todo o trabalho). Ficou claro para todos os participantes que os recursos oferecidos eram para todos e que estavam dispostos no centro da mesa que os alunos circundavam, não foi especificado que o aluno A ou B poderia ou não utilizar tais recursos.

X	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	6	8
3	0	3	6	9	12
4	0	4	8	12	16

Figura 6 – Tábua de Pitágoras com o produto de fatores menores que 5
Fonte: o autor.

X	0	1	2	3	4
5	0	5	10	15	20
6	0	6	12	18	24
7	0	7	14	21	28
8	0	8	16	24	32
9	0	9	18	27	36

Figura 7 – Tábua de Pitágoras com um fator menor que 5 e outro maior ou igual a 5
Fonte: o autor.

X	5	6	7	8	9
5	25	30	35	40	45
6	30	36	42	48	54
7	35	42	49	56	63
8	40	48	56	64	72
9	45	54	63	72	81

Figura 8 – Tábua de Pitágoras com o produto de fatores maiores que 5
Fonte: o autor.

No terceiro dia, notou-se que a incidência da utilização do material de apoio utilizado no segundo dia diminuiu e que a utilização do algoritmo estava mais natural. Os alunos tomaram posse do processo e na metade final foram desafiados a propor questões uns para os outros. Foi uma experiência bem recebida, pois ganhou um aspecto de desafio e se fez necessário uma separação por grupos, onde os que demonstravam mais desenvoltura foram

colocados como líderes de grupo e se tornaram responsáveis pelos outros quatro elementos da sua equipe; cinco equipes de cinco componentes foram então formadas.

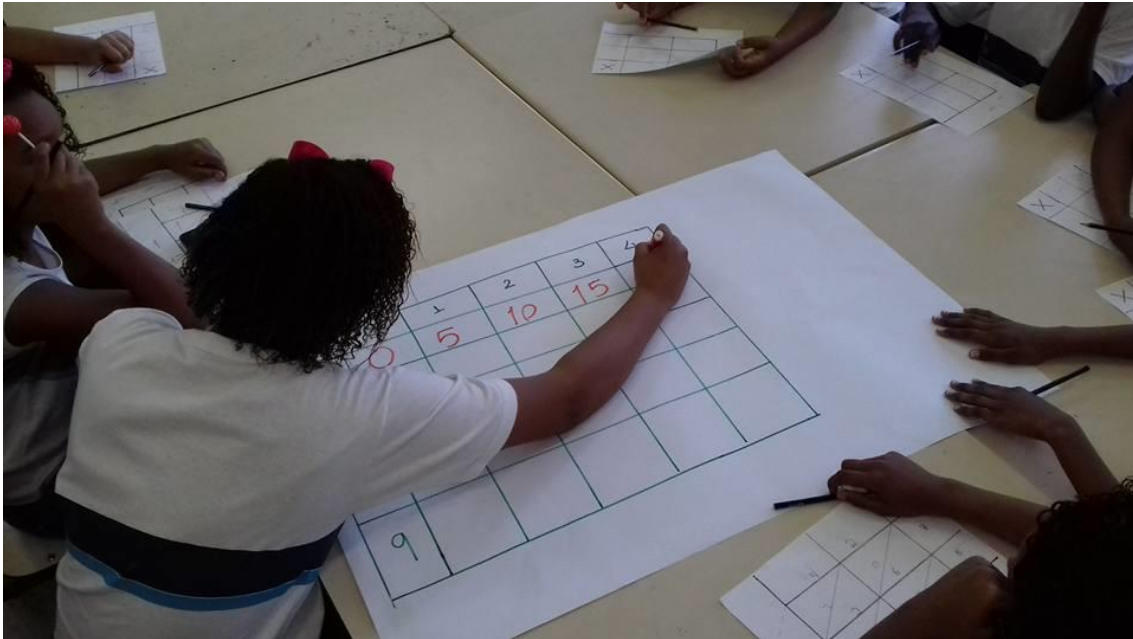


Foto 3 – Confeção de uma das tábuas de Pitágoras utilizadas
Fonte: o autor.

No quarto dia, os grupos competiram entre eles – o que inicialmente não estava previsto – a pedido dos próprios alunos. O que inicialmente seria uma silenciosa atividade de resolver contas por um método recém-apresentado virou uma enorme brincadeira. Foram distribuídas 5 gelosias por grupo (média de uma para cada) e todos deveriam tentar resolver a sua. Só poderia receber ajuda do colega do seu grupo que já tivesse terminado e entregado a sua tarefa (colocar a sua gelosia feita na caixa identificada como sendo a do seu grupo). Este foi o momento mais divertido de toda a oficina e durou uns 20 minutos. Ao final, todos foram considerados vencedores, pois se concluiu que todos melhoraram sua capacidade de resolver questões que envolvessem multiplicação.

No quinto dia, a euforia diminuiu bastante. Assim que foi comentado que a divisão seria o objeto da oficina a contar daquele momento, mesmo avisando que a forma americana era diferente e que seriam feitas mais contas de somar e subtrair, ficou claro uma certa aversão do grupo de alunos. Iniciou-se a abordagem com uma pergunta simples: “Quantas vezes o 5 cabe no 60?” e as respostas e reações foram interessantes, “É pra dividir 60 por 5?”, “Tenho que armar pra saber!”, “Muito grande professor!”, “Essa eu não sei porque não tem na tabuada nem que o senhor passou, aquela das tirinhas!”. Mudou-se a pergunta para “Quantas

notas de R\$ 5,00 preciso para ter R\$ 60,00?” acompanhada de uma provocação “Vocês sabem contar dinheiro né?”, até que entre algumas respostas e indagações, um aluno falou que era mais fácil colocar uma nota de R\$ 50,00 e duas de R\$ 5,00. Daí este professor considerou que foi bom que alguém tivesse “mordido a isca” e rapidamente provocou “Ora, mas R\$ 50,00 são quantas notas de R\$ 5,00? Não são 10 notas?”, Aí um riso coletivo e outras reações de consternação foram notados, era o momento para se lançar o cálculo de 60 dividido por 5 pela divisão americana (Figura 9).

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 5 \\
 -50 & 10 \\
 -5 & 1 \\
 -5 & 1 \\
 \hline
 & 12
 \end{array}$$

Figura 9 – Divisão americana de 60 por 5
Fonte: o autor.

Em um primeiro momento, nem todos os alunos compreenderam o método e outros exemplos foram sendo utilizados. Uma estratégia de apoio se fazia necessária nessa fase inicial, para que ninguém ficasse de fora logo no reinício do projeto. Então se pensou em plaquinhas ou um cartaz indicando os valores com o produto do divisor por 10^n , com n natural e menor que 3 já para o próximo encontro.

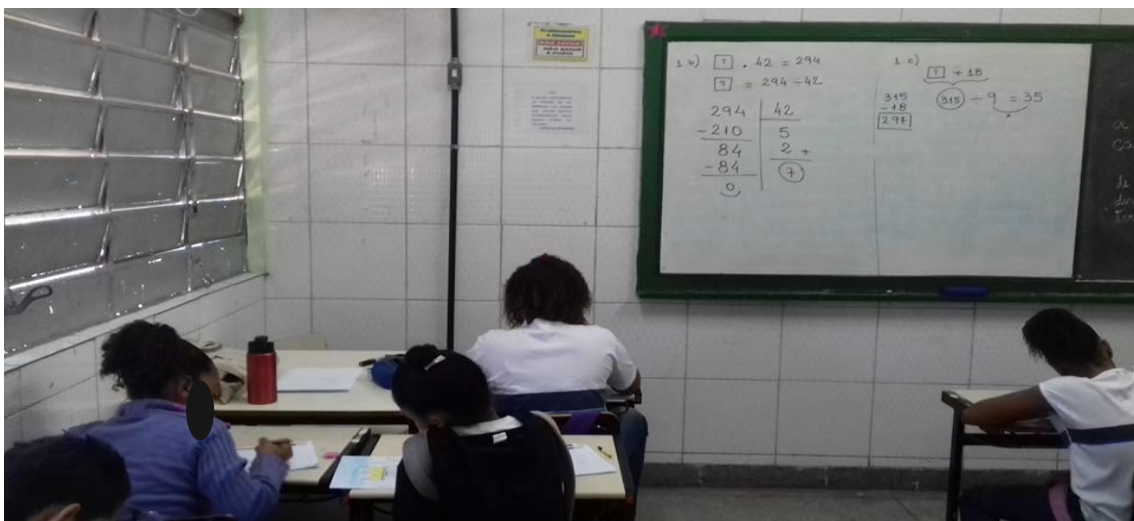


Foto 4 – Variação da divisão americana proposta por um aluno
Fonte: o autor.

No sexto dia, os alunos foram reapresentados ao processo, mas com o apoio do cartaz (veja uma representação do mesmo na Figura 10). Na segunda metade da atividade deste dia, mais uma vez os alunos foram divididos nos mesmos grupos que já haviam sido formados anteriormente, mas apenas para treinarem juntos a resolução da divisão através do método apresentado. O material de apoio surtiu efeito, também foi permitido o uso de blocos lógicos para auxiliar nos agrupamentos em unidades, dezenas e centenas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$	$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$
$1 \times 10 =$ 10	$2 \times 10 =$ 20	$3 \times 10 =$ 30	$4 \times 10 =$ 40	$5 \times 10 =$ 50	$6 \times 10 =$ 60	$7 \times 10 =$ 70	$8 \times 10 =$ 80	$9 \times 10 =$ 90
1×100 = 100	2×100 = 200	3×100 = 300	4×100 = 400	5×100 = 500	6×100 = 600	7×100 = 700	8×100 = 800	9×100 = 900

Figura 10 – Tabela de apoio para a divisão americana
Fonte: o autor.

No sétimo dia, foi possível notar o retorno da confiança na maioria e o retorno da euforia que já servia como característica do grupo. Desta vez foram propostas apenas questões diretas de forma coletiva e posteriormente, dentro dos grupos agora estabelecidos. Todos conseguiram solucionar as questões, ainda que não utilizando o método recém-apresentado uma vez que o contato com a multiplicação nos primeiros quatro dias eliminou parte da dificuldade de resolver a divisão pelo método tradicional baseado no algoritmo de Euclides, onde a ideia da divisão ser uma operação inversa à multiplicação é amplamente explorada.

O oitavo e último dia foi reservado para a escala de motivação em matemática, adaptada de Gontijo (2007) (Anexo A), que foi a mesma inicialmente aplicada, para o pós-teste (Apêndice E) e para a avaliação da oficina (Apêndices B e C), onde se colheu depoimentos escritos e comentários dos alunos, seguido de uma confraternização simples.

A Foto 5, a seguir, apresenta um exemplo de depoimento feito por um aluno após a realização do projeto.

Descrição da Foto 5: “A oficina de matemática é muito boa pois aprendemos a matemática que vai nos ajudar pro resto da nossa vida. Nós aprendemos muitas coisas legais lá na oficina de matemática, foi bom multiplicar e dividir.”

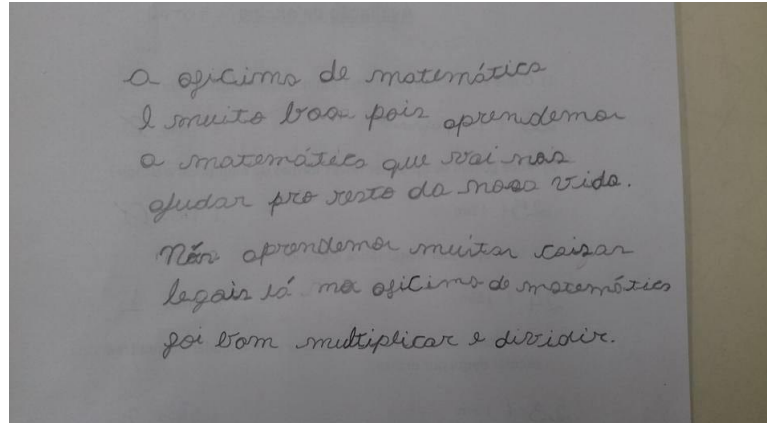


Foto 5 – Depoimento de um aluno do projeto no último dia
Fonte: o autor.

4 ANÁLISE DOS DADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Questionários Inicial e Final – Escala de Motivação em Matemática.

4.1.1 – Fator: Satisfação pela matemática

Questão 19

19) As aulas de matemática estão entre as minhas preferidas?

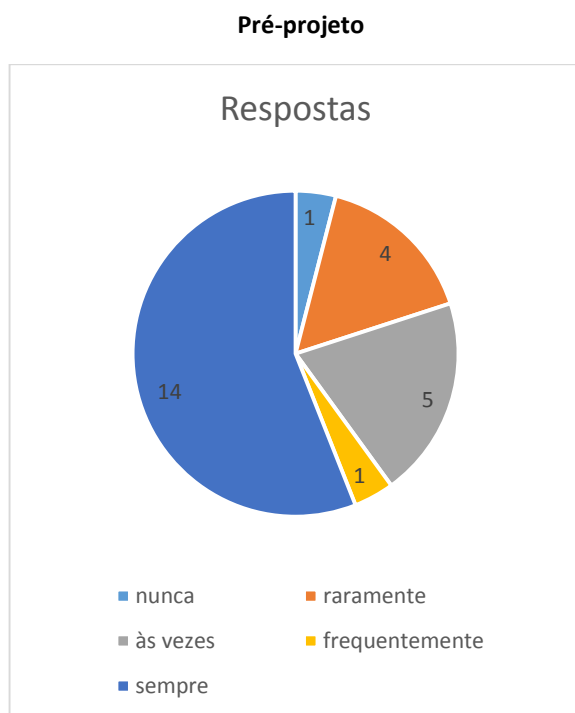


Gráfico 1. 1 – Questão 19, pré-projeto

Fonte: o autor.

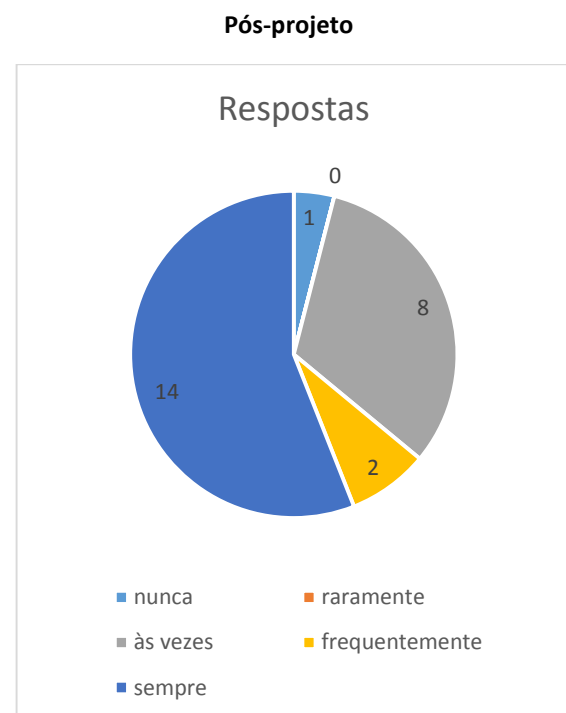


Gráfico 1. 2 – Questão 19, pós-projeto

Fonte: o autor.

O percentual de alunos entrevistados antes do projeto que afirmavam nunca ou raramente colocarem a matemática como uma das suas matérias preferidas era de 20% e caiu consideravelmente, uma vez que, após o projeto, passou a ser de 4%. Ou seja, diminuiu e muito a rejeição. O aumento da quantidade de alunos que passou a colocar “às vezes” está diretamente relacionado ao fato de ter ou não oficina ou outro tipo de atividade diferenciada, ou seja condicionam a ter ou não oficina.

Questão 20

20) Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso(a)?

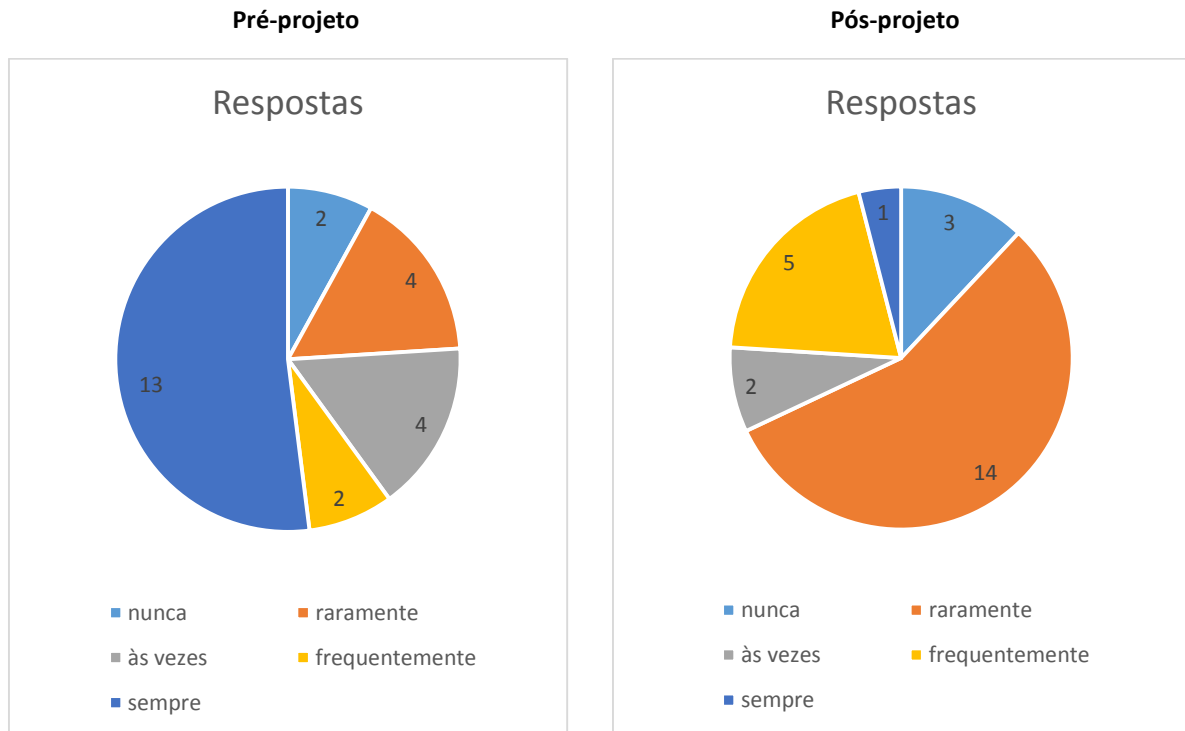


Gráfico 2.1 – Questão 20, pré-projeto

Fonte: o autor.

Gráfico 2.2 – Questão 20, pós-projeto

Fonte: o autor.

Perguntados também se o fato de ter que resolver problemas que envolvessem matemática o deixariam nervosos o resultado foi o esperado. Antes da realização do projeto, 60% dos alunos assinalaram sempre ou frequentemente e no decorrer da pesquisa ficou claro que muito deste posicionamento pode-se atribuir ao desconhecimento e/ou falta de domínio das operações básicas. Após o projeto esse percentual caiu para 24%, o que pode ser considerado um bom aproveitamento, uma vez que esta pergunta envolve questões emocionais, de criação e da natureza do indivíduo que carrega consigo um currículo próprio e deve-se levar em conta também a timidez de algumas crianças nesta idade. Vale destacar ainda neste questionamento o aumento de alunos que, após o projeto, passaram a considerar que nunca ficam nervosos ou mesmo raramente o ficam. Este dado é importantíssimo, pois permite conjecturar que não dominar alguma forma de resolver multiplicação e divisão era fator preponderante neste nervosismo. Como ficaram mais familiarizados, passaram a não

temer ou ainda a temer menos tais questões, o índice passou de 24% para 68% dos entrevistados neste quesito.

Questão 23

23) Tenho muita dificuldade para entender matemática?

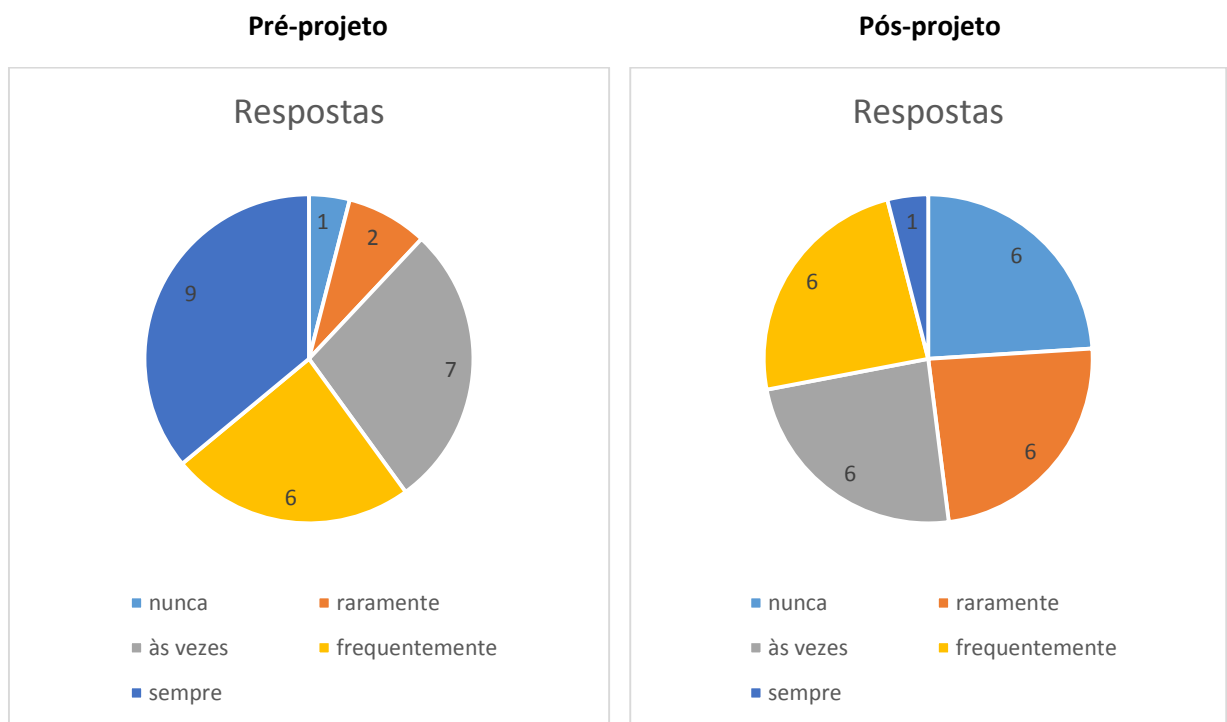


Gráfico 3.1 – Questão 23, pré-projeto

Fonte: o autor.

Gráfico 3.2 – Questão 23, pós-projeto

Fonte: o autor.

Indagados nos dois momentos (pré-projeto e pós-projeto) se os alunos possuíam dificuldade em aprender matemática como um todo, notou-se uma aversão inicial, que pode estar relacionada à forma como fora abordada o componente curricular em voga até esta fase escolar ou mesmo confirmando a desconfiança inicial do desinteresse pela mesma. Certo é que em algum momento a matemática deixou de ser algo que aguçasse a curiosidade das crianças em estudo e passou a ser um obstáculo na vida escolar delas. Antes do projeto, 60% das entrevistas apontavam para um grupo que se considera dentre aqueles que sempre ou frequentemente apresentavam dificuldades todas as vezes que se defrontavam com matemática. Se forem considerados os que responderam às vezes e acrescentados a este grupo, o índice sobe para 88%. De certa forma, o projeto colaborou para que a matéria e seu conteúdo recebesse um olhar mais esperançoso, uma forma diferente de observar o que a

matemática pode oferecer. Após o projeto, 28% dos alunos ainda afirmaram sempre ou frequentemente terem dificuldades na matéria. Se forem juntados a estes os que responderam às vezes, passa-se a ter 52% de afirmativas, ou seja, possivelmente muitos dos que possuíam o temor inicial por conta da dificuldade com multiplicação e divisão passaram a não ter mais. Porém, provavelmente aqueles que já trouxeram outras dificuldades permaneceram com um certo receio em relação a este componente curricular. É importante destacar que apenas um aluno demonstrou confiança total em dizer que nunca encontrava dificuldades e após o projeto seis alunos fizeram a mesma afirmação, o que garante que cinco alunos, 20% dos participantes, sanaram suas desconfianças com multiplicação e divisão.

Questão 24

24) Matemática é “chata”?

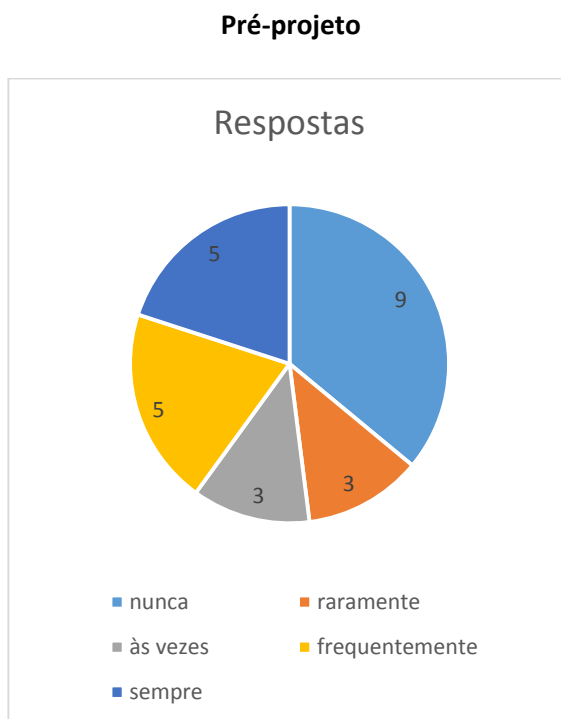


Gráfico 4.1 – Questão 24, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 4.2 – Questão 24, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quando perguntados se matemática era chata, mais uma vez se pode verificar o impacto de uma abordagem diferenciada como a do projeto. Se antes 20% dos alunos responderam que sempre era chata, ao final nenhum aluno assinalou essa alternativa, ou seja, na pior das hipóteses, “quando tem aula no laboratório não é chata”, e essa afirmação de um

dos alunos reflete o pensamento coletivo, como comprova a resposta a esta pergunta da pesquisa. Apontaram como nunca ou raramente ser chata após o projeto 72% dos alunos e apenas 8% disseram que frequentemente é chata.

Questão 25

25) Aprender matemática é um prazer?

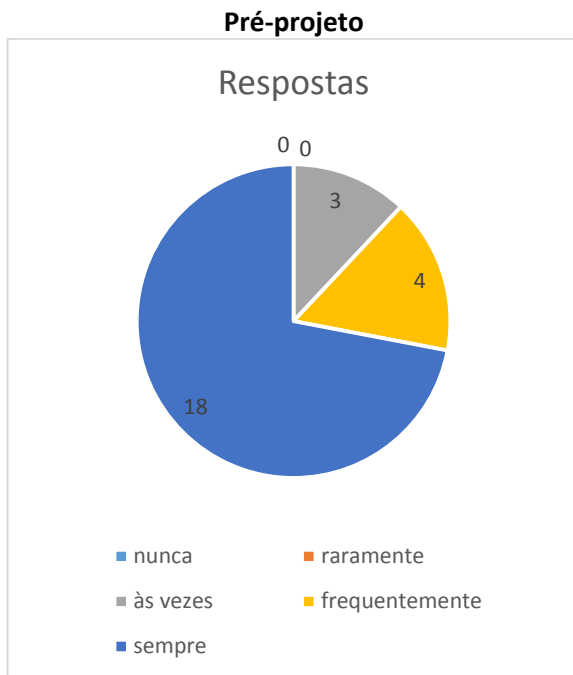


Gráfico 5.1 – Questão 25, pré-projeto

Fonte: o autor.

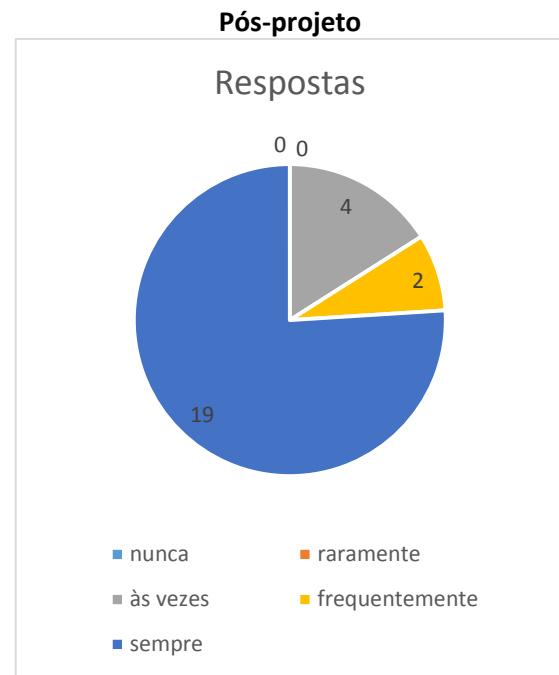


Gráfico 5.2 – Questão 25, pós-projeto

Fonte: o autor.

Curiosamente, uma das questões foi interpretada pelos alunos de forma interessante até surpreendente, “aprender matemática é um prazer?” recebeu especial atenção, pois um aluno do grupo perguntou: -“Aprender mesmo né professor? Tipo entender tudo, saber fazer e acertar?”, isso influenciou nas respostas diretamente uma vez que o “aprender” foi considerado na sua forma plena, ou seja compreender totalmente o que foi explicado e colocar em prática perfeitamente. Óbvio que isso é muito bom e quase todos apontaram grande satisfação ao conseguir aprender matemática.

Questão 26

26) Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas de matemática?

Pré-projeto



Gráfico 6.1 – Questão 26, pré-projeto

Fonte: o autor.

Pós-projeto



Gráfico 6.2 – Questão 26, pós-projeto

Fonte: o autor.

E a matemática do cotidiano? Perguntados se testavam seus conhecimentos resolvendo problemas e questões de matemática, ainda que em jogos ou atividades corriqueiras, chamou a atenção o número dos que responderam sempre, pois se anteriormente ao projeto era de 8%, passou a ser de 48%. Mas talvez o dado mais relevante é em relação aos do que anteriormente responderam nunca ou raramente, pois reduziram de 32% para 8%.

Questão 27

27) Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas?

Pré-projeto

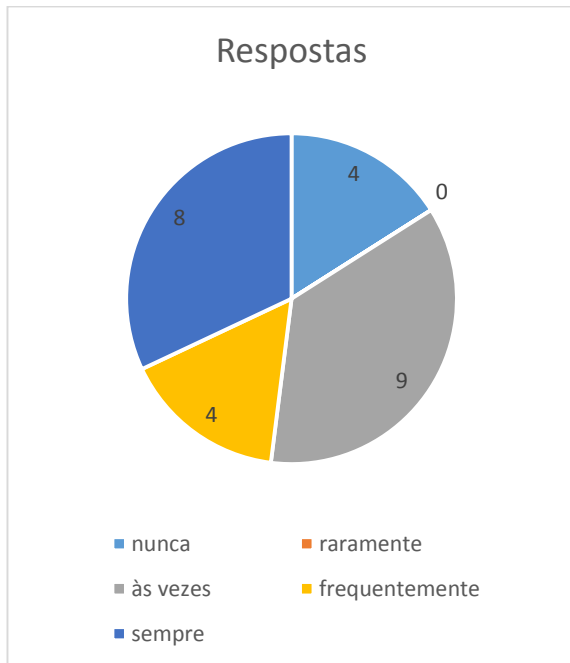


Gráfico 7.1 – Questão 27, pré-projeto

Fonte: o autor.

Pós-projeto

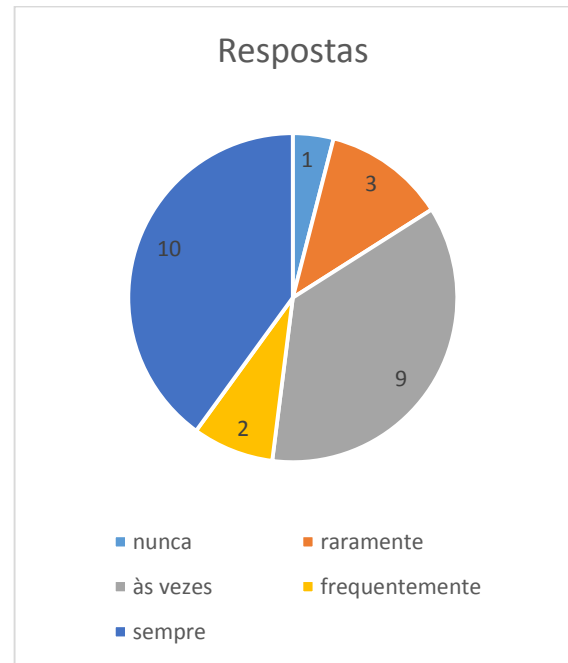


Gráfico 7.2 – Questão 27, pós-projeto

Fonte: o autor.

Aos alunos foi perguntado ainda se tinham menos problemas com matemática que com outras disciplinas e houve algumas alterações nas respostas de um período (pré) para outro (pós). Ou seja, as dificuldades com outras matérias podem até permanecer no mesmo patamar para a grande maioria, os mesmos 48% de alunos que responderam sempre e frequentemente foram mantidos. A grande mudança percebida foi a queda de 16% para 4% dos que afirmaram nunca ter a matemática como matéria menos problemática.

Questão 28

28) Consigo bons resultados em matemática?

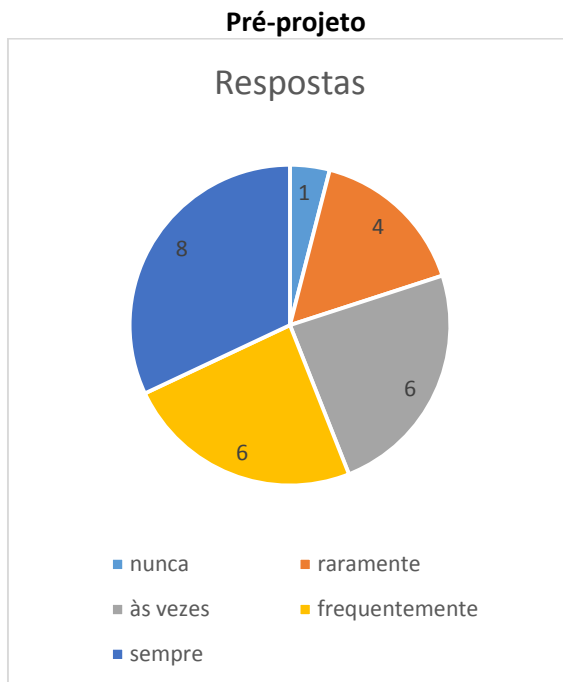


Gráfico 8.1 – Questão 28, pré-projeto

Fonte: o autor.

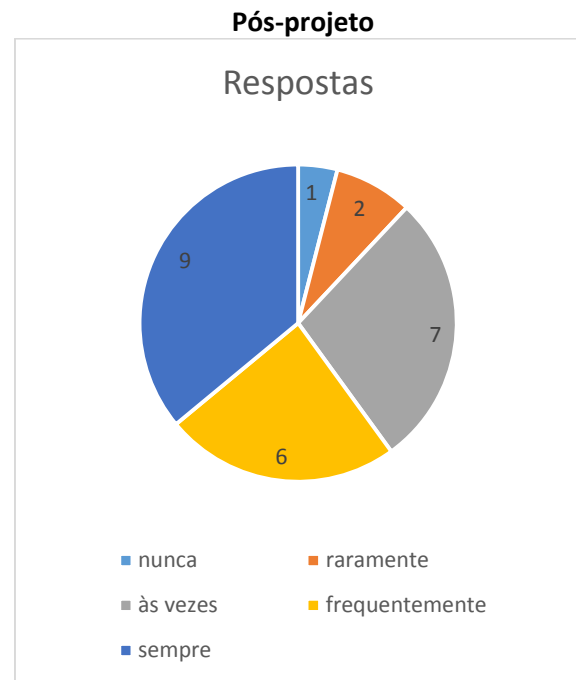


Gráfico 8.2 – Questão 28, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quanto aos resultados, se conseguiam notas bem sucedidas em matemática, a forma de avaliação global da prefeitura influenciou muito na resposta e o conceito “R” (regular) – que é o mínimo exigido para a aprovação – foi considerada por muitos uma boa nota. Ainda assim houve uma redução de 20% para 12% nos alunos pesquisados, que apontaram para a sua condição como nunca ou raramente.

4.1.2 – Fator: Jogos e desafios

Em relação a este fator, deve-se comentar que nos últimos cinco anos, o professor pesquisador coordenou e atuou ativamente na implementação da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) na unidade escolar em foco e criou gincanas de matemática (ou as inseriu nos projetos da escola). Outro ponto relevante é que, quando perguntados se competiam entre amigos resolvendo problemas de matemática ou de raciocínio lógico, os alunos do projeto consideraram jogos de damas, dominós, jogo da velha, resta um e outras atividades que possuem acesso na escola. Isso explica porque nenhum aluno

assinalou que nunca participou de tais atividades; isso posto, pode-se observar um aumento da procura destas atividades.

A inclusão de um número cada vez maior de atividades que exploram o raciocínio lógico é quase um consenso entre os educadores da atualidade, compreender melhor a exploração de conteúdos embutidos em tais atividades é tarefa do professor. Entende-se também que se faz necessário criar condições para que esta prática aumente, para que um maior envolvimento dos educandos traga os resultados esperados nos níveis de aprendizagem. É fácil verificar que um aluno que faz regularmente tais atividades precisa de menos orientações em relação aos que os que não fazem. Um aluno que joga “damas” precisa de um pequeno direcionamento para aprender formalmente as posições absolutas de uma reta, por exemplo.

Questão 1

1) Participo de competições com amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico?



Gráfico 9.1 – Questão 1, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 9.2 – Questão 1, pós-projeto

Fonte: o autor.

Após o projeto, houve o aumento de 4% para 40% nos que responderam sempre e também uma redução dos 84% que responderam raramente ou às vezes para 44%. Esse resultado sugere que a pesquisa colaborou para o aumento dos alunos que acrescentaram ao seu cotidiano, ainda que por pouco tempo, o hábito em questão. A escola tem outras atividades que incentivam tal comportamento, o que se observa que muitos alunos passaram a buscar estas atividades, o que é muito positivo.

Questão 12

12) Procuo relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas?

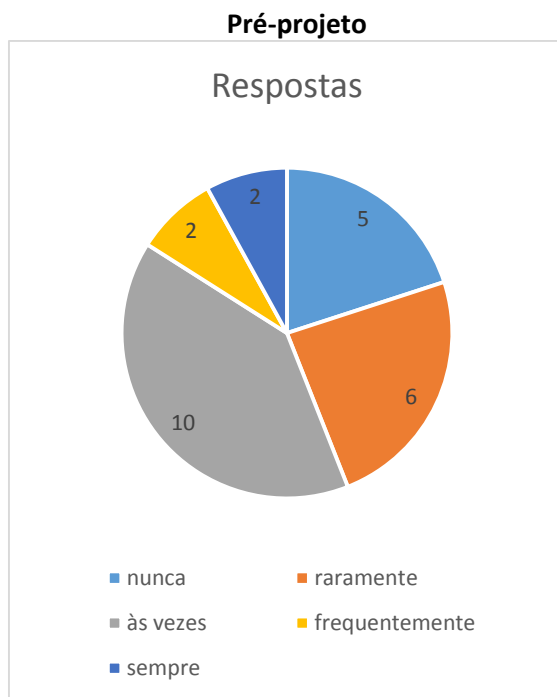


Gráfico 10.1 – Questão 12, pré-projeto

Fonte: o autor.

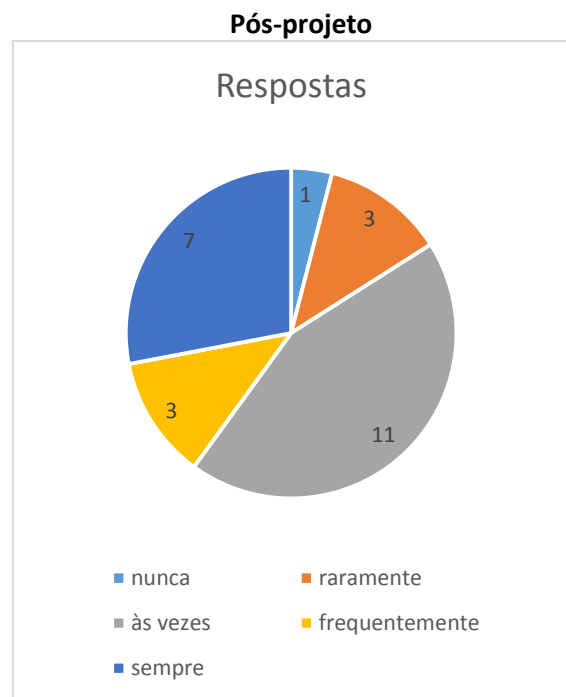


Gráfico 10.2 – Questão 12, pós-projeto

Fonte: o autor.

Perguntados se costumam utilizar a matemática para fazer uma relação com outras disciplinas e se reparam que passaram a usar mais a matemática na própria escola, acredita-se que a resposta sofreu forte influência das aulas regulares, que em número maior que as do projeto, trouxeram novos elementos, pois eles estudaram unidades de medida e resolveram situações problemas que remetem ao cotidiano. Mesmo assim, de uma forma geral, ver um aumento de 8% para 40% nos alunos que passaram a associar a matemática que aprendem com o que trabalham nas outras disciplinas é gratificante, assim como perceber a redução dos

que nunca percebiam ou raramente notavam o uso da matéria nas outras disciplinas cair de 44% para 12% .

Questão 7

7) Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico?

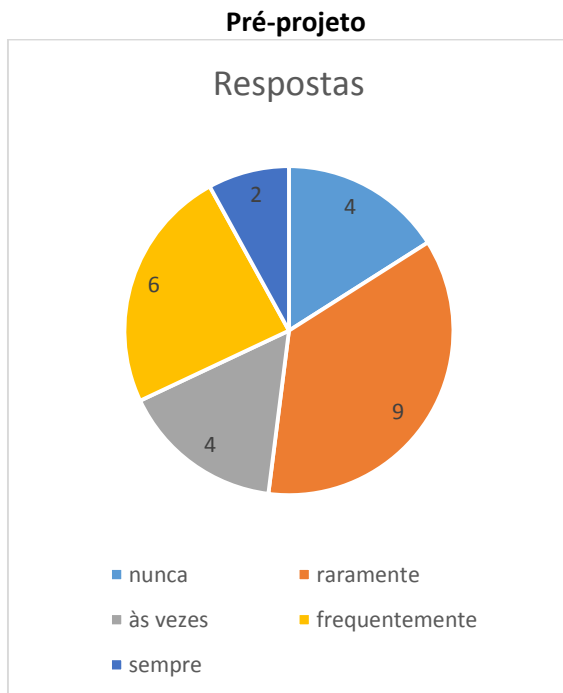


Gráfico 11.1 – Questão 7, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 11.2 – Questão 7, pós-projeto

Fonte: o autor.

Sobre jogos especificamente, mas desta vez se referindo ao gosto pelos mesmos, incluindo quebra-cabeças, e uma melhora de 32% para 56% nos que afirmaram sempre ou frequentemente gostarem de tais atividades e uma redução de 52% para 12% dos que nunca ou raramente gostam pode ser observada. A escola oferece jogos aos alunos nos dias de chuva e quando estão em horários vagos, o advento da sala de ciências e matemática também colabora para a melhora observada nesta questão, era esperado este avanço.

Questão 14

14) Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares?

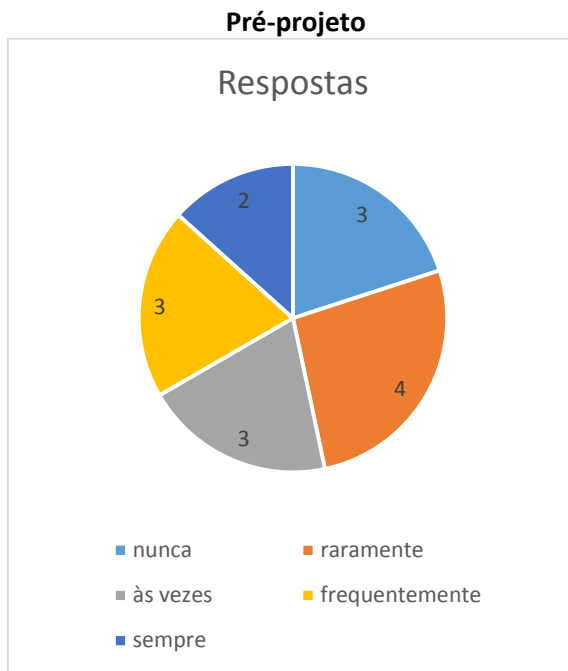


Gráfico 12.1 – Questão 14, pré-projeto

Fonte: o autor.

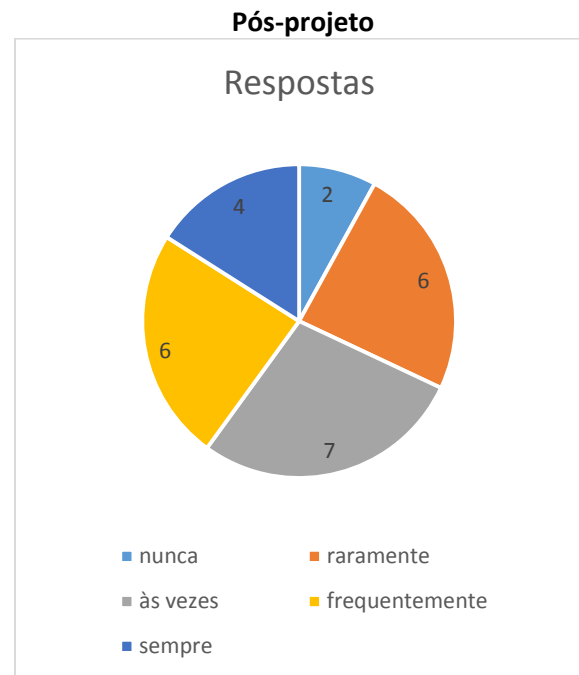


Gráfico 12.2 – Questão 14, pós-projeto

Fonte: o autor.

Em relação aos familiares, quando abordados sobre praticar com seus entes desafios de matemática, não houve alterações consideráveis, uma vez que a convivência com a família requer muitos outros aspectos onde o projeto apenas não se mostra eficaz; os números foram praticamente mantidos.

4.1.3 – Fator: Resolução de problemas

Ao observar o resultado desta parte da enquete, destaca-se a ambiguidade das perguntas deste bloco. Perguntar a um aluno se ele gosta de resolver rapidamente os exercícios pode ter o aspecto de reafirmar sua confiança, mas também pode demonstrar uma vontade de livrar-se logo da obrigação de resolver o problema ou terminar a tarefa o quanto antes.

Mas o que é resolver um problema matemático? Para Polya (2003), “um problema até pode ser simples, contudo, se desafiar a curiosidade e as capacidades criadoras dará a oportunidade a quem o resolver de sentir a tensão, durante a resolução, e o prazer de encontrar

a solução.” Para este conceituado autor, um problema matemático é constituído por quatro fases: a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano, a execução desse plano e por último a verificação. Com base neste pensamento, esses processos foram incentivados junto aos alunos, na busca de tal compreensão e comportamento.

A respeito desse fator, podemos enriquecer este discurso observando D’Ambrósio (2012) em mais uma colocação a respeito:

É bastante comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda, quando ela não consegue reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução apropriado para aquele problema. Falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores.

Em especial, julga-se que se faz necessário criar uma certa indignação no indivíduo por não conseguir, ou seja, buscar o saber ainda que com persistência, entender o porquê de não alcançar uma resposta, não ignorar uma atividade por não saber sem nunca ter tentado mais de uma vez.

A análise seguinte está neste bloco (fator) por similaridade, mas recebe uma atenção maior por se tratar do eixo principal, relacionado a conteúdo deste trabalho de pesquisa. As perguntas 29 e 30 foram acrescidas ao questionário de Gontijo (2007) especificamente para este projeto.

Questão 9

9) Gosto de resolver os exercícios rapidamente?

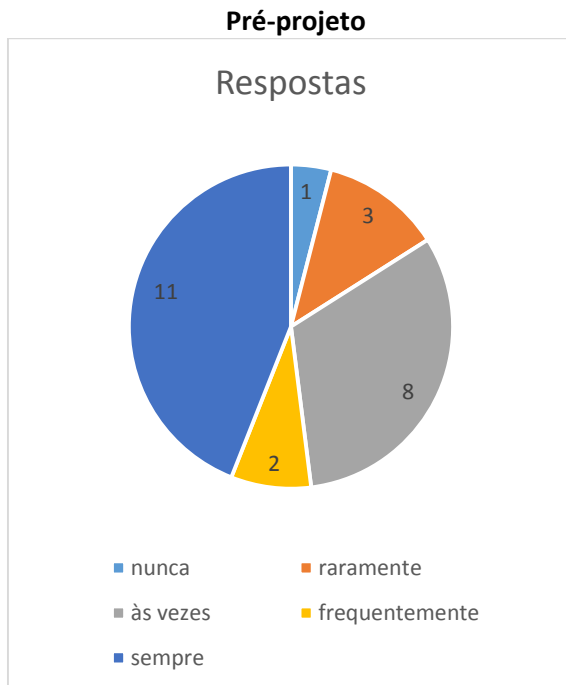


Gráfico 13.1 – Questão 9, pré-projeto

Fonte: o autor.

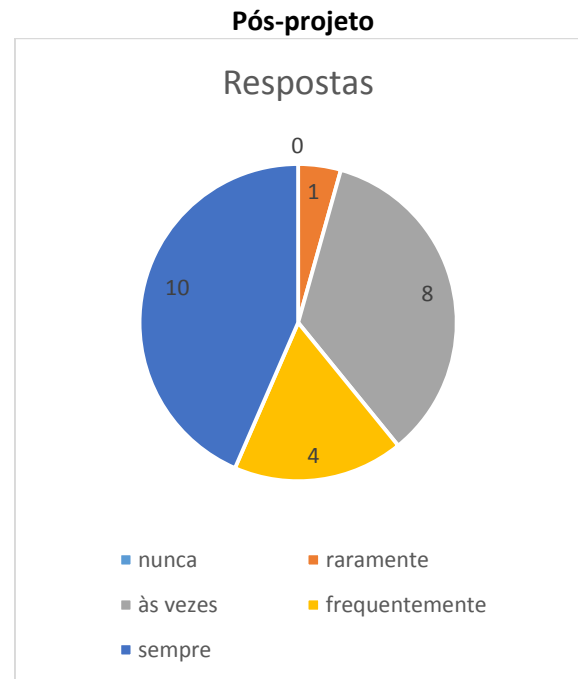


Gráfico 13.2 – Questão 9, pós-projeto

Fonte: o autor.

No período inicial da pesquisa com os alunos, observou-se que 52% dos alunos afirmaram sempre ou frequentemente e já na fase final, após apresentação e participação no projeto, 56% se colocaram nesse grupo. O que se pode considerar relevante é que um aluno respondera que nunca, por completa aversão a todo conteúdo do componente curricular matemática, porém ao final nenhum aluno se colocou neste grupo.

Questão 10

10) Tento resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes?



Gráfico 14.1 – Questão 10, pré-projeto

Fonte: o autor.

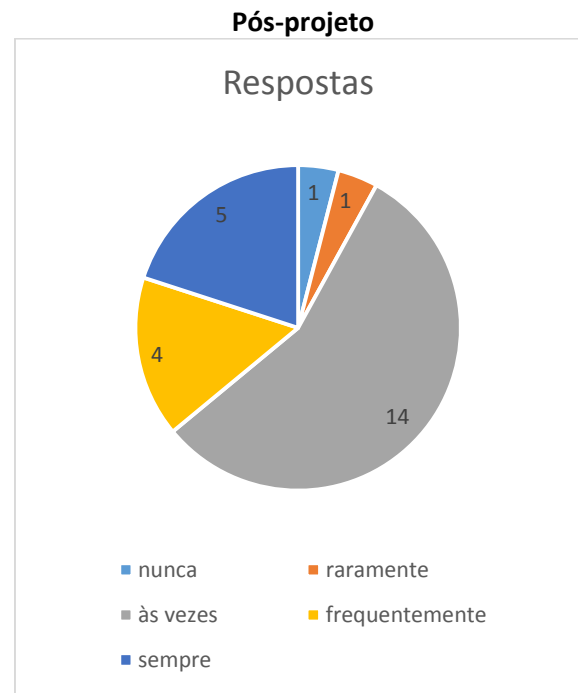


Gráfico 14.2 – Questão 10, pós-projeto

Fonte: o autor.

Já na indagação sobre resolver de formas diferentes um problema matemático, que é o grande cerne desta pesquisa, o resultado fora o esperado, sempre ou frequentemente aumentou de 20% para 36%, e o grupo do nunca ou raramente caiu de 36% para 8%. Mas observando que muitos alunos entendiam que se encontram a resposta satisfatória no primeiro método utilizado, não precisavam de outro, se faz necessário observar os percentuais daqueles alunos que responderam “às vezes”, por entenderem como “quando precisa”. Assim, tem-se expressivos 92% de alunos do projeto que aplicam a ideia de tentar de outro jeito, mesmo que às vezes.

Questão 11

11) Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática?

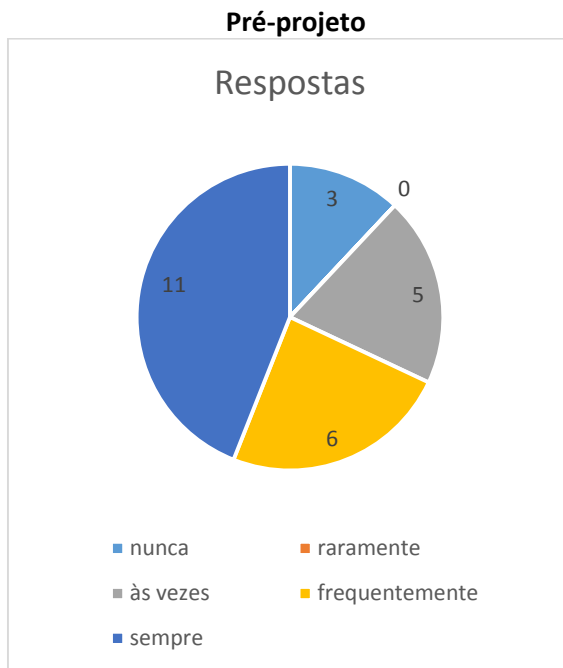


Gráfico 15.1 – Questão 11, pré-projeto

Fonte: o autor.

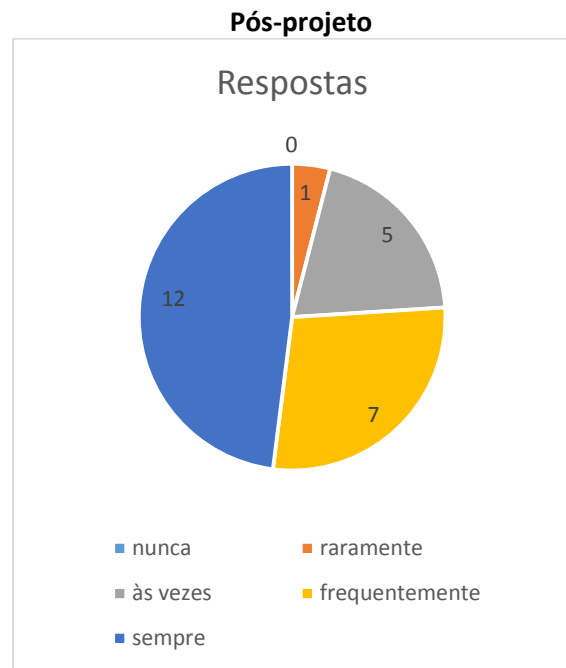


Gráfico 15.2 – Questão 11, pós-projeto

Fonte: o autor.

Observou-se que os 12% dos alunos que disseram antes da pesquisa não se importarem por não conseguir, mudaram de opinião e no grupo nenhum aluno pontuou que não se incomodava nem um pouco com o fato de não conseguir, uma grande vitória pessoal. Considerando que eles ainda estão iniciando sua caminhada estudantil, o índice dos que responderam sempre ou frequentemente se importaram em não conseguir subiu de 68% para 76% e se acrescentarmos os que responderam “às vezes” teremos um acréscimo de 88% para 96%.

Questão 21

21) Diante de um problema de matemática, sinto muita curiosidade de saber a sua resolução?

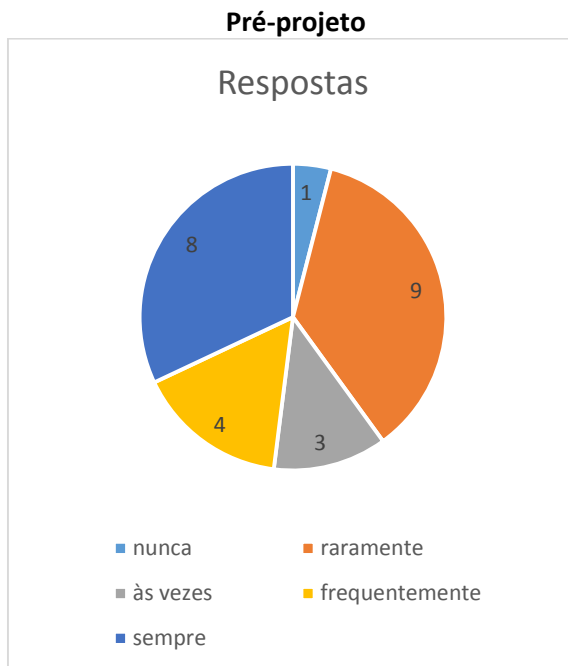


Gráfico 16.1 – Questão 21, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 16.2 – Questão 21, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quanto à curiosidade pela resolução de um problema, o acréscimo foi notado na faixa dos que responderam sempre de 32% para 56%. Se acrescentar os que responderam frequentemente, a melhora observada foi de 48% para 76%, ou seja, um crescimento considerável neste aspecto, o que se confirma com os índices da pergunta de número 22 do questionário.

Questão 22

22) Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo?

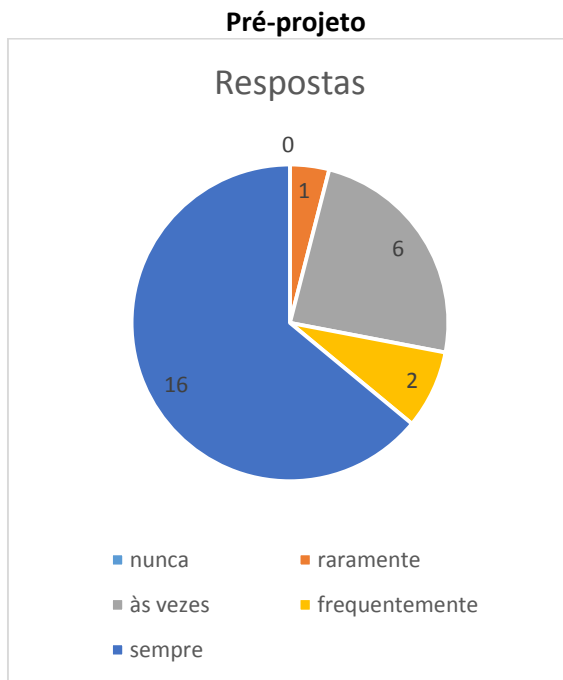


Gráfico 17.1 – Questão 22, pré-projeto

Fonte: o autor.

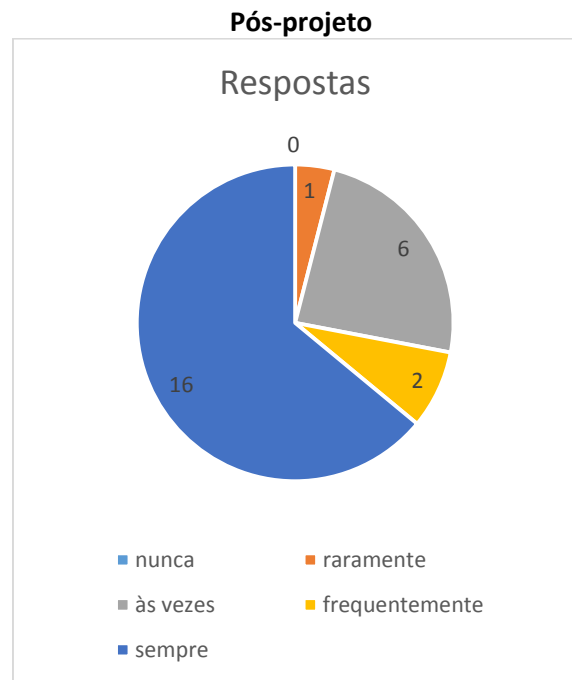


Gráfico 17.2 – Questão 22, pós-projeto

Fonte: o autor.

Considera-se importante que a iniciativa de uma nova tentativa após o erro esteja presente nos nossos alunos, se dar uma outra chance é um voto de confiança em si mesmo e neste quesito verificou-se que nenhum dos alunos, após o projeto, respondeu que nunca deixa de tentar de novo – o que só reafirma o bom direcionamento do processo em curso. Se antes apenas 8% dos alunos afirmavam que sempre tentavam novamente, ao final esse número se projetou a 64%.

Todos estes dados demonstram parcialmente que o receio a esta parte do conteúdo de matemática diminuiu e que o interesse em aprendê-los se tornou maior, fatores preponderantes na continuação do processo de ensino aprendizagem das crianças em foco e ideia central perseguida pela pesquisa de melhorar o quadro anteriormente apresentado.

Questão 29

29) Gosto quando preciso da multiplicação para resolver problemas de matemática?

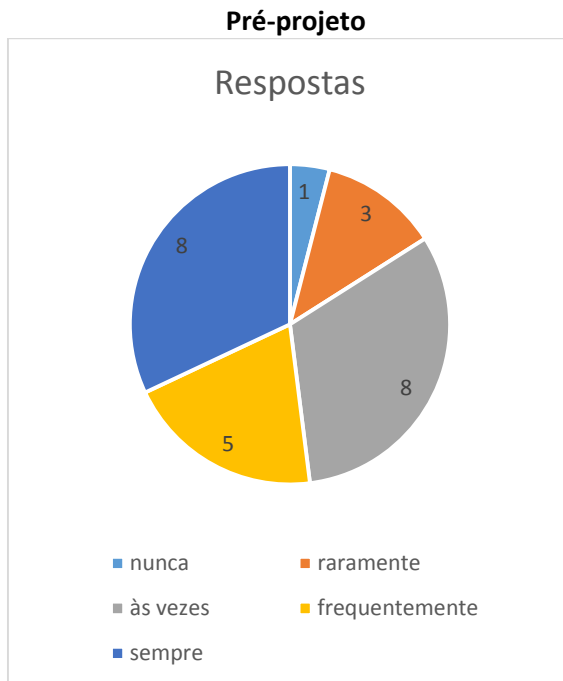


Gráfico 18.1 – Questão 19, pré-projeto

Fonte: o autor.

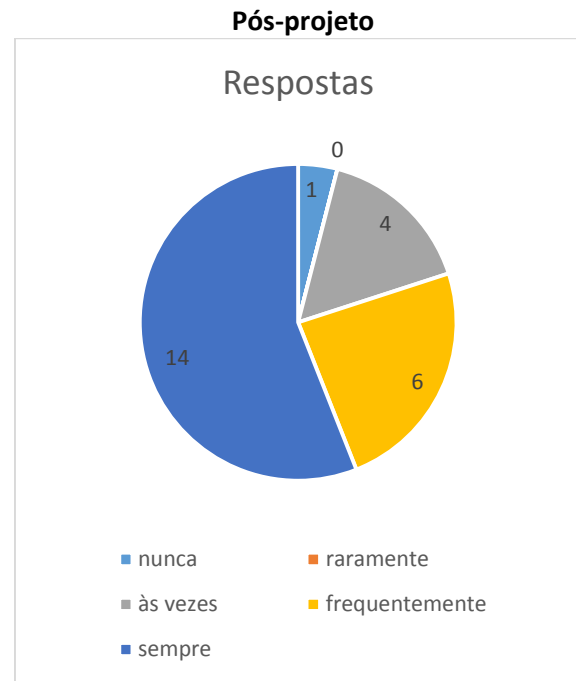


Gráfico 18.2– Questão 19, pós-projeto

Fonte: o autor.

Observando as respostas apontadas pelos alunos quando perguntados se gostam quando precisam da multiplicação para resolver problemas de matemática e posteriormente o mesmo em relação à divisão, pode-se verificar que quanto à multiplicação, 16% dos alunos pesquisados afirmaram nunca ou raramente gostarem, sendo apenas um aluno que respondeu nunca gostar. Ao final das atividades propostas, apenas 4% dos entrevistados ainda pertenciam a este grupo. Estendendo a observação para os alunos que responderam sempre gostarem e frequentemente gostarem, a variação foi de 52% para 80%, um crescimento relevante que serve de referência para conclusões positivas acerca do trabalho desenvolvido. Outra consideração importante é que os alunos que responderam “às vezes” comentaram que dependia se a conta não fosse grande, ou seja, criaram uma condição específica para gostar ou não de usar a multiplicação.

Questão 30

30) Gosto quando preciso da divisão para resolver problemas de matemática?

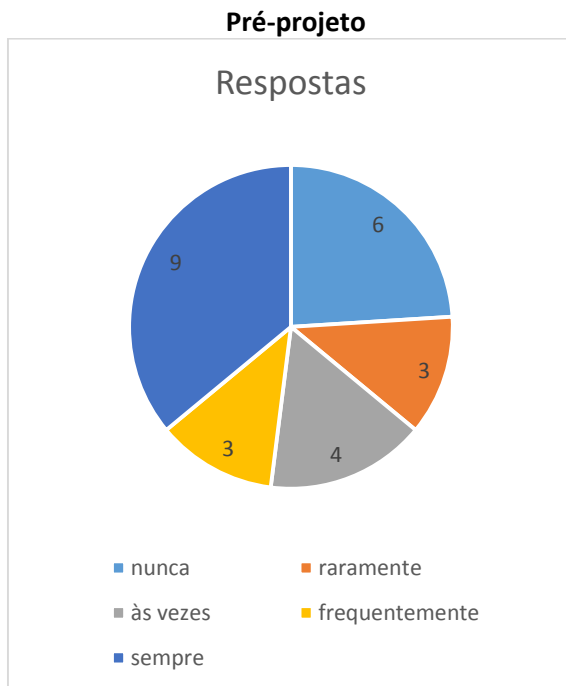


Gráfico 19.1 – Questão 30, pré-projeto

Fonte: o autor.

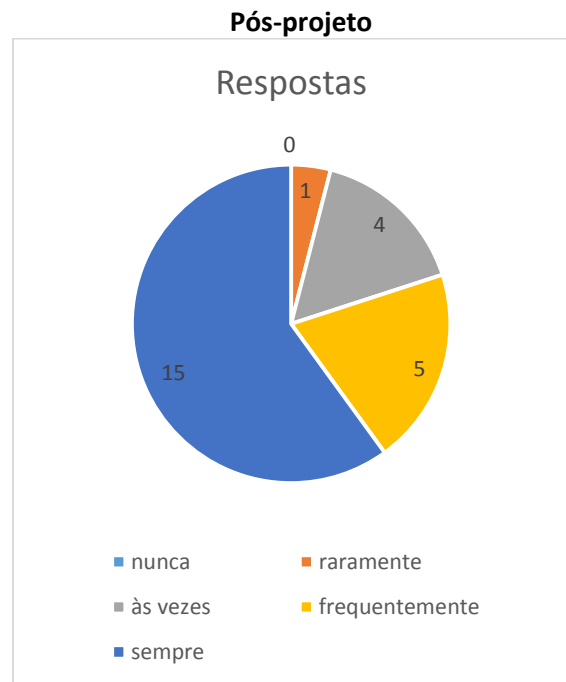


Gráfico 19.2 – Questão 30, pós-projeto

Fonte: o autor.

Na pergunta 30 do questionário, os alunos foram indagados se gostavam quando identificavam a necessidade de uma ou mais divisões para resolver um problema. Nesse momento, uma colocação em particular de uma aluna surpreendeu. Resumindo o que ela disse: “sempre precisamos dividir as coisas, mas na hora de fazer contas, de dividir no papel é sempre chato”. Para não interferir nas respostas, o pesquisador apenas proferiu “É que existem formas de fazer essa continha que você não conhece, vamos aprender?”. O resultado foi satisfatório, pois anteriormente se notou uma grande rejeição, 36% dos alunos assinalaram que nunca ou raramente gostavam de se deparar com esta situação no início do trabalho e esse número caiu para 4%. Os alunos que afirmaram gostar sempre ou frequentemente passou de 48% para 80%.

4.1.4 – Fator: Aplicações no cotidiano

Para avaliar este fator “Aplicações no cotidiano”, deve-se considerar a faixa etária das crianças envolvidas e sua fase escolar, uma vez que no sexto ano do ensino fundamental, alguns conceitos, como os de grandezas, ainda estão sendo reforçados. Pode ser que o projeto

tenha ajudado nesta caminhada, mas, em relação à melhora percebida, não se pode creditar apenas a este trabalho.

Questão 3

3) Calcule o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo?

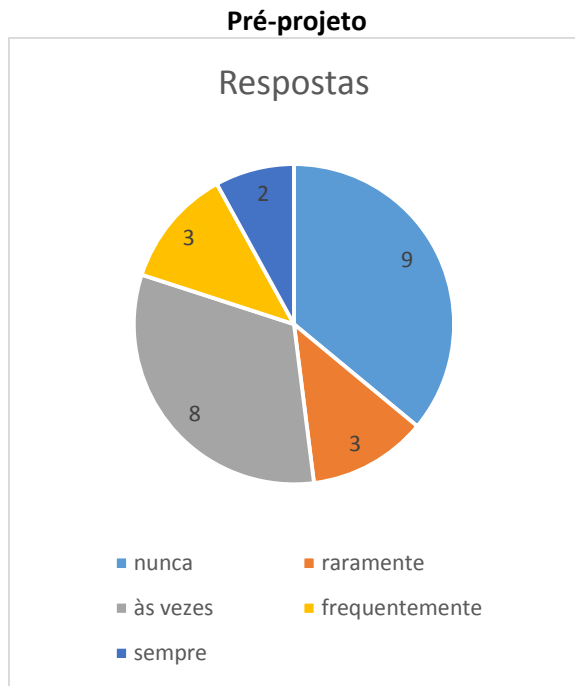


Gráfico 20.1 – Questão 3, pré-projeto

Fonte: o autor.

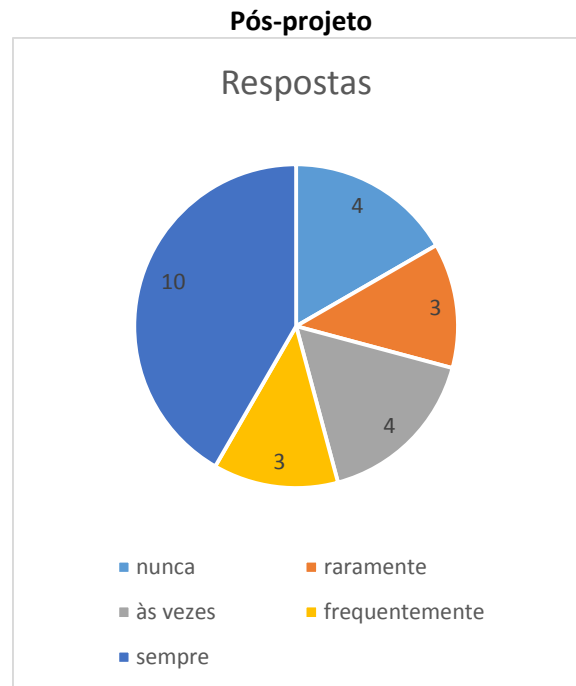


Gráfico 20.2 – Questão 3, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quando interrogados a respeito de calcularem o tempo que gastam para sair de casa e chegar ao destino que desejam, antes do projeto se notou uma despreocupação significativa, mais uma vez por conta da faixa etária, uma vez que muitos ainda não possuem autonomia para todas as suas ações. Sabe-se que até aqui, para boa parte dos alunos, essa responsabilidade é dos responsáveis ou uma pessoa mais velha. Com passar do tempo e no decorrer do projeto, muitos adquiriram naturalmente o hábito de vir sozinhos para escola, por exemplo, e assim passaram a cuidar dos seus horários, se vendo obrigados a calcular os períodos para organização, cuidados pessoais e deslocamento. Isso explica um pouco o porquê de 48% dos entrevistados que disseram raramente ou nunca possuíram tais atribuições e após o projeto, 28% ainda permaneciam nesta faixa, sendo que apenas 16% continuaram afirmando nunca se preocupar com essas coisas.

Questão 4

4) Faço desenhos usando formas geométricas?



Gráfico 21.1 – Questão 4, pré-projeto

Fonte: o autor.

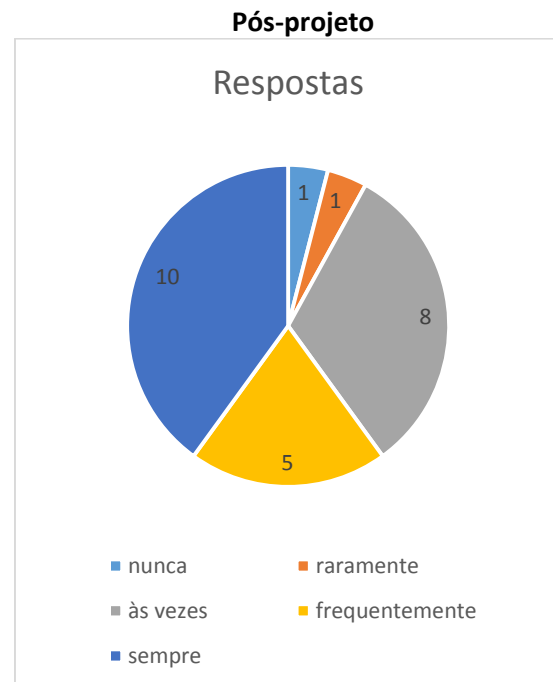


Gráfico 21.2 – Questão 4, pós-projeto

Fonte: o autor.

Nessa questão que solicita informações sobre o uso de formas geométricas para representar desenhos, não houve alterações mais significativas que a redução de 20% para 8% naqueles que afirmaram nunca ou raramente usar as formas geométricas ao menos como base para seus desenhos. Ainda que em algumas situações já relatadas, tópicos de geometria plana tenham sido abordados, não houve um enfoque neste sentido.

Questão 2

2) Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos?

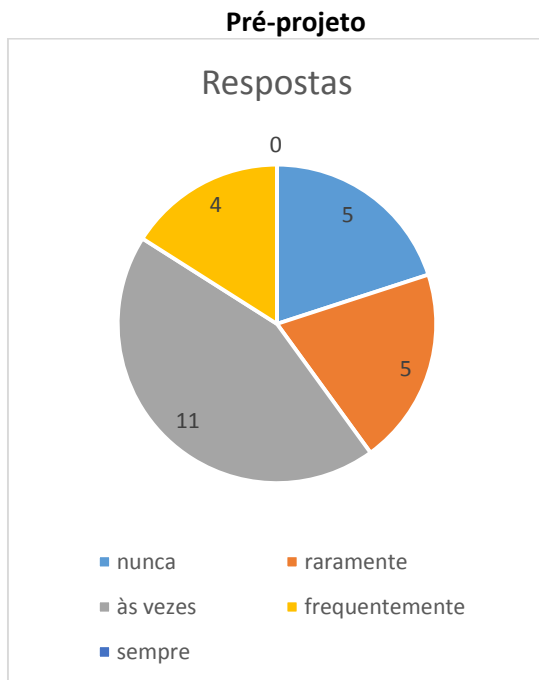


Gráfico 22.1 – Questão 5, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 22.1 – Questão 5, pós-projeto

Fonte: o autor.

Se antes nenhum aluno afirmara que sempre tentava explicar os fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos e depois 28% dos mesmos afirmaram que sempre o fazem, fica claro que, no início do projeto, ainda não tinham a percepção de que tentavam explicar causas como atrasos, adiamentos de datas e horários, cálculos de compras e pagamentos, pesagens e dosagens através de elementos matemáticos; apenas não sabiam que realizavam tal processo. Houve um reforço durante o curso da aplicabilidade de tais habilidades (multiplicar e dividir) para a vida deles. Entende-se então que, partindo de uma melhor compreensão do que estava sendo perguntado, surgiu essa discrepância de dados.

Questão 5

5) Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola?

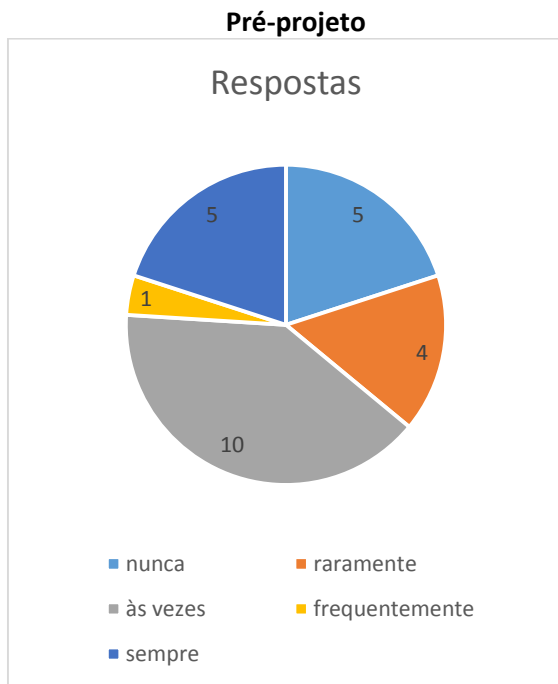


Gráfico 23.1 – Questão 5, pré-projeto

Fonte: o autor.

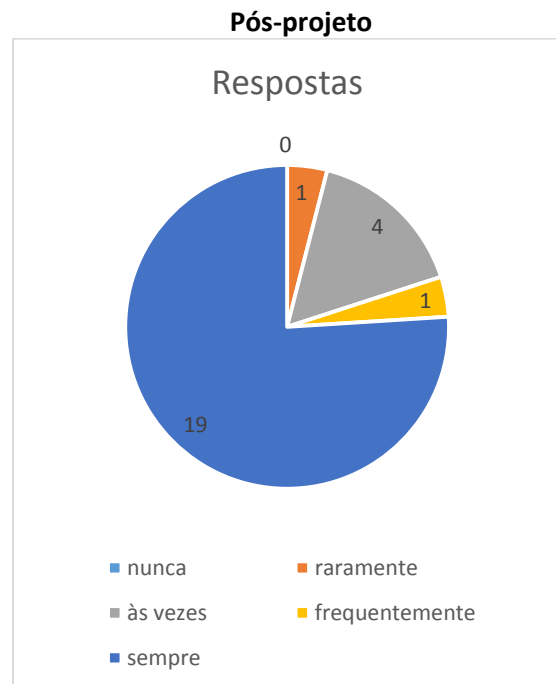


Gráfico 23.2 – Questão 5, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quanto à aplicabilidade da matemática e sua percepção, perguntados se verificavam a presença da matemática nas atividades da escola, o bloco de alunos que disseram sempre ou frequentemente era de 24% e passou a 80%. Muito dessa melhora se deve ao fato de estarem se adaptando a nova fase da vida escolar, com professores específicos por componente curricular e por estarem aprofundando muitos conteúdos que antes só transitaram superficialmente. Foi pedido aos outros professores que atuam nesta turma para sempre que se utilizassem elementos da matemática que ressaltassem tal fato. É difícil mensurar o quanto deste projeto tem neste avanço, mas o importante é que o resultado esperado vem acontecendo.

Questão 6

6) Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos?

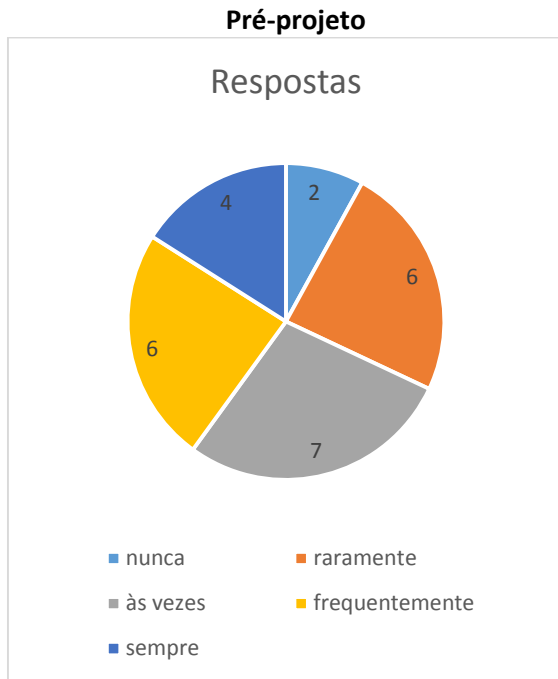


Gráfico 24.1 – Questão 6, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 24.2 – Questão 6, pós-projeto

Fonte: o autor.

A comparação das respostas desta questão representa um dado a ser comemorado. Quando perguntados se faziam continhas de cabeça anteriormente, apenas 16% dos alunos afirmaram que sempre faziam, ao final, esse número foi alçado a 52% dos alunos do projeto. A porcentagem daqueles que nunca ou raramente as fazem caiu de 32 % para 12%. São números importantes, pois revelam importantes avanços no conhecimento básico necessário para o desenvolvimento escolar dos alunos. Mostra que muitos dos que ali estavam, desenvolveram habilidades que não possuíam ou não as colocavam em prática devido a algum elemento de desmotivação.

4.1.5 – Fator: Hábitos de estudo

É ponto comum que é praticamente impossível desassociar os hábitos de estudo das condições de sobrevivência do indivíduo. É difícil cobrar que uma criança que não disponha de um local reservado e detentor de condições mínimas de higiene para seus estudos

adicionais venha a realizar as suas atividades domiciliares ou mesmo buscar outras fontes de informação por conta própria. Por outro lado, esta situação adversa não pode servir como desculpa para se ignorar a necessidade de melhoria no sentido de habituar-se a estudar.

Questão 13

13) Estudo matemática todos os dias durante a semana?

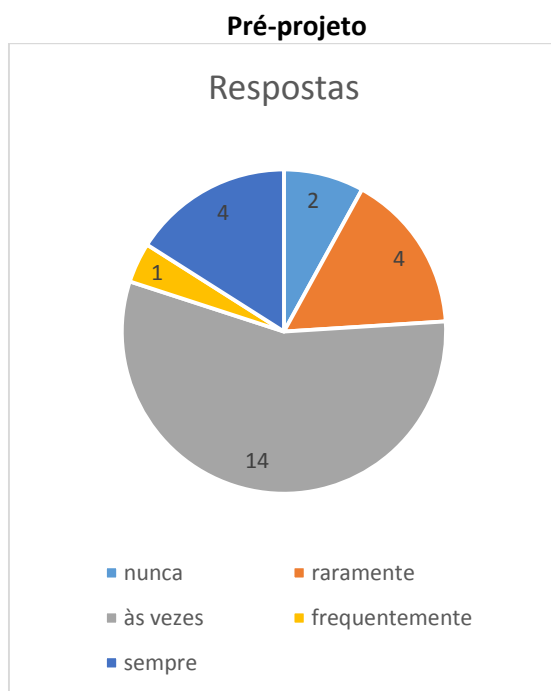


Gráfico 25.1 – Questão 13, pré-projeto

Fonte: o autor.

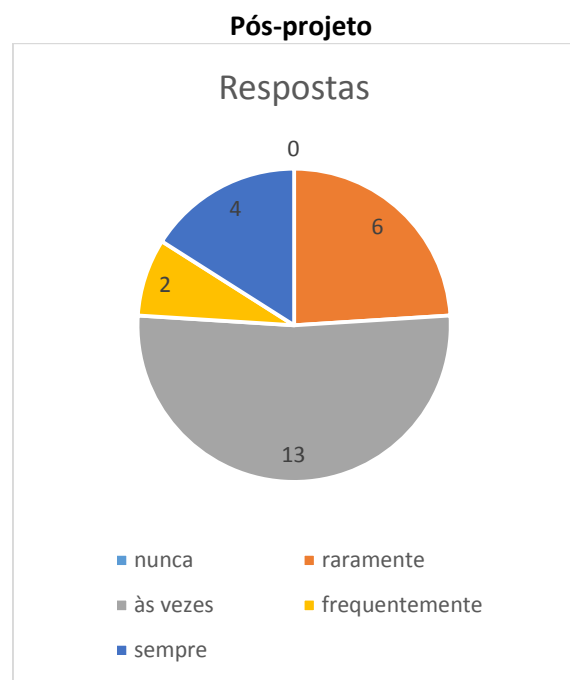


Gráfico 25.2 – Questão 13, pós-projeto

Fonte: o autor.

Quando perguntados se estudam matemática todos os dias da semana, muitos pensaram nos dois dias específicos em que encontram com o professor, incluindo para o projeto e somaram aos dias que guardam pra realizar as tarefas de casa. É comum na localidade as crianças desta faixa etária receberem algum tipo de orientação, ainda que informal. De toda forma, pode-se observar que, após o projeto, nenhum aluno se classificou como quem nunca estuda matemática, o que é um bom indicativo.

Questão 15

15) Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa?

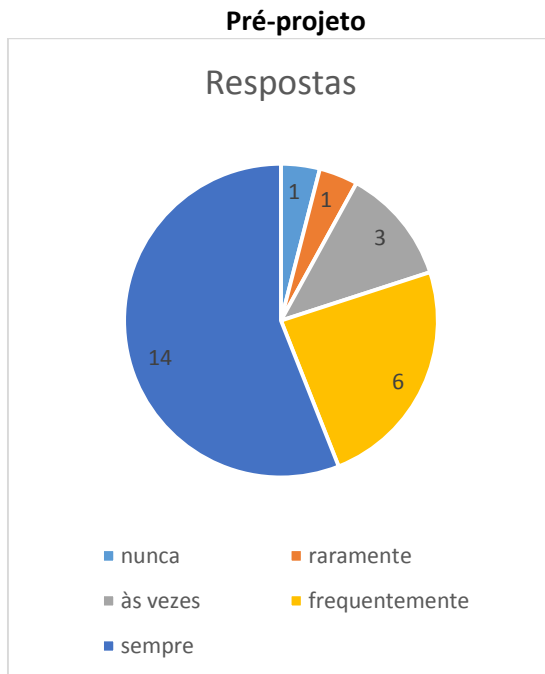


Gráfico 26.1 – Questão 15, pré-projeto

Fonte: o autor.

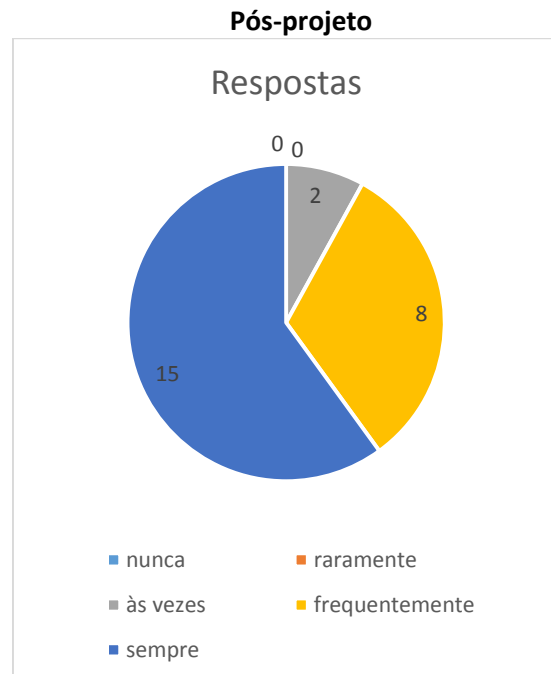


Gráfico 26.2 – Questão 15, pós-projeto

Fonte: o autor.

Perguntados sobre a realização das tarefas de casa, um aluno afirmava nunca realizá-las e, após o projeto aplicado, nenhuma resposta negativa fora encontrada, nem pro nunca e nem pro raramente. Vê-se também que o número de alunos que afirmaram sempre ou frequentemente cumprir com a realização dos deveres domiciliares subiu de 80% para 92%. Convém citar aqui que a solicitação dos exercícios de casa e sua utilização é hábito amplamente difundido na unidade escolar que abrigou este trabalho e que esta prática é reforçada com os materiais de apoio que a prefeitura envia periodicamente e que facilitam o envio de tarefas para fora do horário de aula.

Questão 17

17) Estudo as matérias de matemática antes que o professor as ensine na sala de aula?



Gráfico 27.1 – Questão 17, pré-projeto

Fonte: o autor.

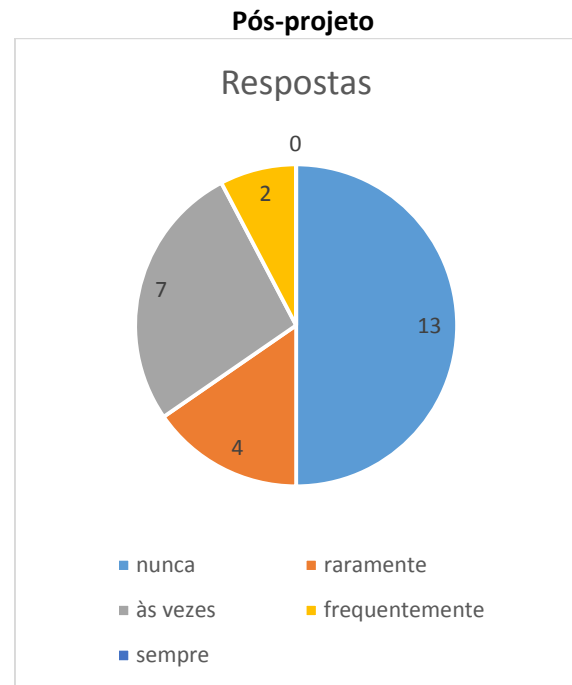


Gráfico 27.2 – Questão 17, pós-projeto

Fonte: o autor.

Na questão 17, foi perguntado se estudam matemática antes das aulas. O resultado não foi o esperado, mas não pode ser considerado negativo, se observado que os alunos passaram a ver nas aulas de matemática regulares e no projeto o local onde aprendem e se desenvolvem. Preferem esperar a orientação para só depois estudarem determinado conteúdo, passaram a confiar na escola para isso. Alguns relataram que deixaram a “explicadora” (pessoa que acompanha paralelamente as atividades escolares com o aval da família, com baixo custo e fora da ingerência da escola), por não precisar mais, já que estavam aprendendo na escola.

Questão 18

18) Além do caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes?

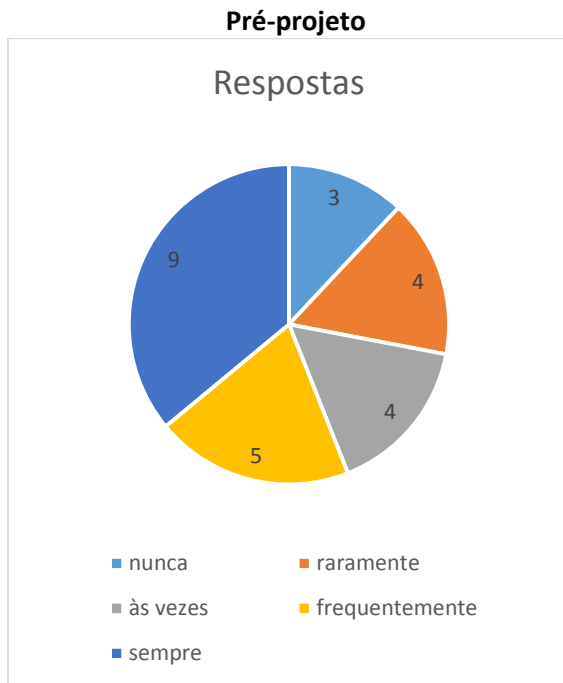


Gráfico 28.1 – Questão 18, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 28.2 – Questão 18, pós-projeto

Fonte: o autor.

A observação das respostas à questão 18 acusa que não houve mudança significativa na busca por outras fontes de consulta, o que pode vir a ser explicado pela abundância de material já fornecido pela escola como livros didáticos, apostilas e acesso a uma plataforma eletrônica padronizada na rede.

4.1.6 – Fator: Interações na aula

Segundo Morales (1998), “o modo como se dá a relação do professor com os seus alunos pode e deve incidir positivamente tanto no aprendizado deles, e não só das matérias que damos, como em nossa própria satisfação pessoal e profissional”.

Questão 8

8) Faço perguntas nas aulas de matemática quando tenho dúvidas?

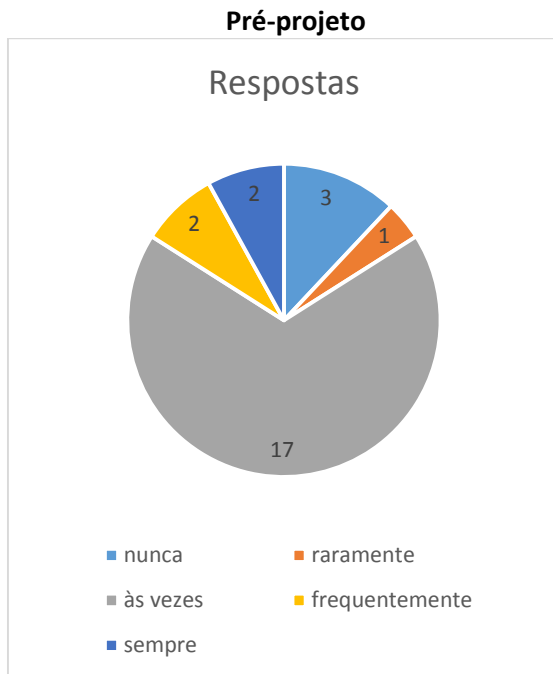


Gráfico 29.1 – Questão 8, pré-projeto

Fonte: o autor.

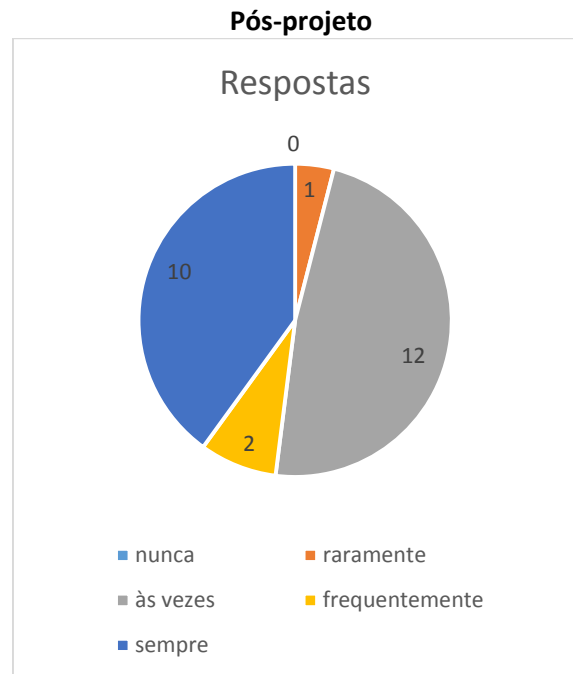


Gráfico 29.1 – Questão 8, pós-projeto

Fonte: o autor.

Perguntados se fazem perguntas nas aulas de matemática, o índice de sempre e frequentemente subiu de 16% para 42% e o de alunos que disseram nunca ou raramente caiu de 16% para 4%. É correto destacar que muitos alunos que assinalaram “às vezes” disseram que, em muitas situações, pensam que as dúvidas podem não ser relevantes e também citaram a vergonha como um motivo para não perguntarem. Os mesmos foram encorajados a sempre que precisarem, que façam suas perguntas, independente da dúvida ou necessidade de esclarecimento que venha a surgir, o que aparentemente será facilitado pela melhora de relacionamento.

Questão 16

16) Me relaciono bem com meu professor de matemática?

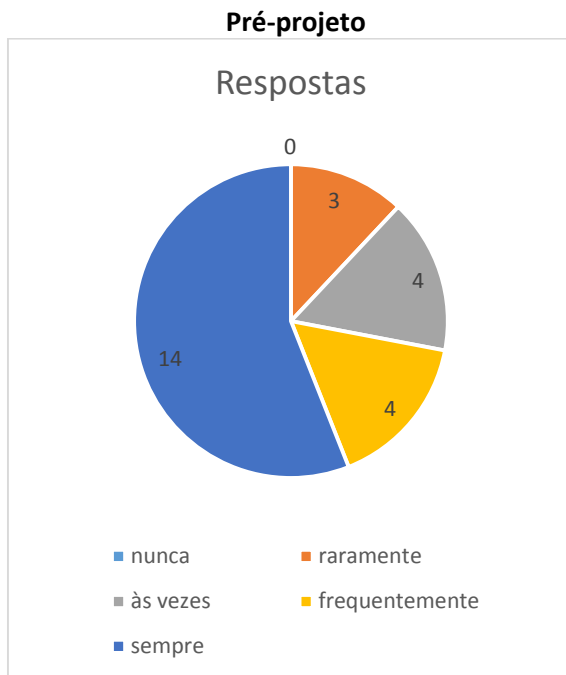


Gráfico 30.1 – Questão 16, pré-projeto

Fonte: o autor.



Gráfico 30.2 – Questão 16, pós-projeto

Fonte: o autor.

Onde foi perguntado sobre o relacionamento com o professor de matemática, o projeto notadamente melhorou a interação entre estes personagens, aproximou os alunos como turma e reduziu os momentos de dispersão, aumentou a confiança do aluno na figura do professor de matemática. Observou-se que 84% dos alunos ao final do projeto afirmaram ter o bom relacionamento com o pesquisador sempre, 8% disseram frequentemente e apenas 8% disseram “às vezes”, estes são aqueles que por algumas vezes precisam ser repreendidos por conta do mau comportamento e nenhum aluno assinalou raramente ou nunca.

4.2 Testes

O pré-teste foi composto por 7 questões, sendo uma com dois itens, selecionadas e/ou inspiradas nos cadernos de atividades aplicados pela rede municipal de ensino nos últimos 4 anos (Apêndice D). Foi observada a reincidência e o conteúdo explorado, dando ênfase a elementos da grade curricular referente aos anos anteriores de escolaridade dos alunos em voga. Os 25 alunos do projeto realizaram a atividade e o rendimento médio, considerando só acertos, foi de 17,5% e sobe para 19%, se considerar as questões parcialmente certas. A seguir

(no Quadro 1.1), são apresentadas as porcentagem de respostas de cada questão do pré-teste, onde se considerou três possibilidades, correta (resposta esperada encontrada através de uma abordagem correta), parcialmente correta (interpretação e abordagens corretas, mas pequenos erros de cálculo) e incorreta (não se encontrou a resposta esperada e não houve uma estratégia para tal). As questões 1.a e 1.b, por se tratarem de aplicação direta de algoritmo, considerou-se apenas as possibilidades correta (acertou a conta) ou incorreta (errou a conta).

Quadro 1.1 – Respostas do Pré-teste

Questão	Resoluções		
	corretas	parcialmente	incorretas
1. a	20%	0 %	80%
1. b	12%	0 %	88%
2	36%	4%	60%
3	28%	0%	72%
4	4%	0%	96%
5	8%	16%	76%
6	0%	4%	96%
7	20%	0%	80%

Fonte: o autor.

O pós-teste foi composto também por 7 questões, sendo uma com dois itens, nos moldes do pré-teste. Apenas se modificaram os valores numéricos, para que se cobrasse o mesmo conteúdo e competências anteriormente abordados, dando ênfase a elementos da grade curricular referente aos anos anteriores de escolaridade dos alunos. Os 25 alunos do projeto realizaram a atividade e o rendimento médio foi de 66,5% de acertos no total. Se considerar as questões parcialmente certas, o resultado chega a 70,5% de pontuação média. A seguir (Quadro 1.2), são apresentadas as porcentagens de respostas de cada questão do pós-teste, onde se considerou três possibilidades, a correta (resposta esperada encontrada através de uma abordagem correta), a parcialmente correta (interpretação e abordagens corretas mas com pequenos erros de cálculo) e a incorreta (não se encontrou a resposta esperada e não houve uma estratégia para tal ou a questão foi deixada em branco).

Quadro 1.2 – Respostas do Pós-teste

Questão	Resoluções		
	corretas	parcialmente	incorretas
1. a	88%	0%	12%
1. b	80%	0%	20%
2	48%	4%	48%
3	88%	4%	8%
4	28%	20%	52%
5	72%	0%	28%
6	40%	36%	24%
7	88%	0%	12%

Fonte: o autor.

Na composição dos dois testes, foram avaliados os mesmos conceitos, que servem para comparação dos dados. Foram pensadas e elaboradas questões que contemplassem a abordagem de Nunes e Bryant (1997) para os níveis de raciocínio multiplicativo, que tangem com o pensamento e obra de Vergnaud (1991), no que se atém ao campo conceitual das estruturas multiplicativas. Apresenta-se, agora, algumas dessas comparações para discussão.

Questão 1.a

Pré-teste: Efetuar 48×21 , com a conta já armada. Resposta correta esperada 1008.

Pós-teste: Efetuar 245×14 , com a conta já armada. Resposta correta esperada 3430.

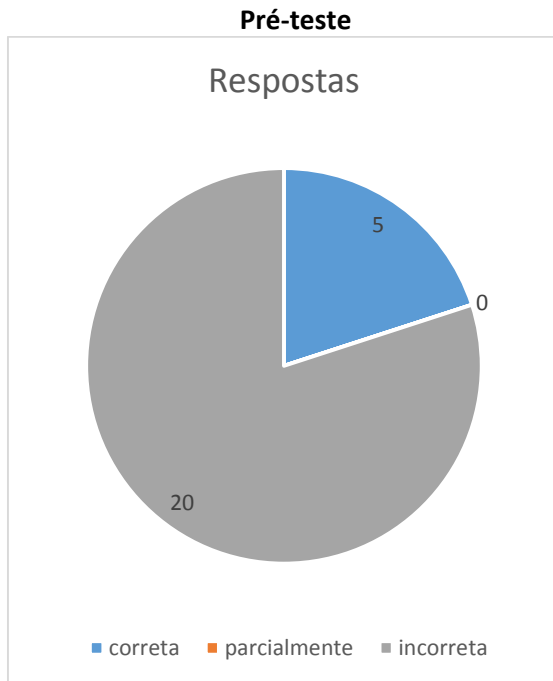


Gráfico 31.1 – Questão 1.a, pré-teste

Fonte: o autor.

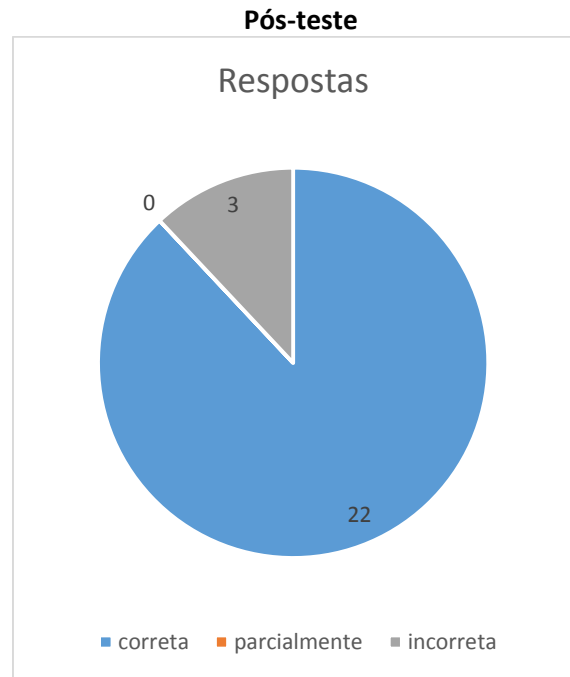


Gráfico 31.2 – Questão 1.a, pós-teste

Fonte: o autor.

Houve uma melhora considerável no resultado de 85% dos alunos que erraram a questão 1.a no pré-teste. No pré-teste, apenas 20% da turma acertaram a questão 1.a. No pós-teste, passou-se a 88% de acertos. Lembra-se que a conta já estava montada, então foi avaliado apenas o cálculo numérico, segundo Vergnaud (1991). Esse resultado já era esperado pelo professor pesquisador, por conta da observação feita em trabalhos similares, realizados em anos anteriores. A ideia central era esta e os alunos corresponderam.

Questão 1.b

Pré-teste: Efetuar $40530 \div 6$, com o algoritmo já pronto. Resposta correta esperada 6755.

Pós-teste: Efetuar $22530 \div 6$, com o algoritmo já pronto. Resposta correta esperada 3755.

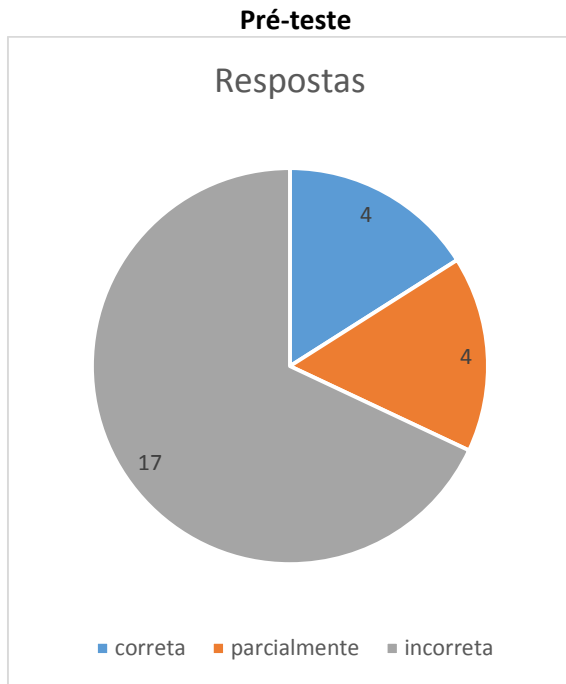


Gráfico 32.1 – Questão 1.b, pré-teste

Fonte: o autor.

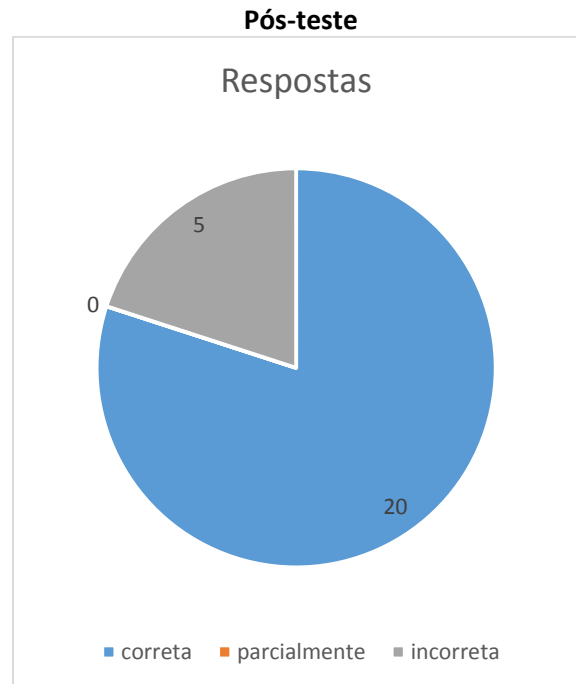


Gráfico 32.2 – Questão 1.a, pós-teste

Fonte: o autor.

A questão número 1, item b, tinha por objetivo verificar se os alunos conseguiriam efetuar a divisão já armada. No pré-teste, pelo método da chave, convencional. No pós-teste, poderia ser pelo método tradicional ou por qualquer outro método, inclusive pela divisão americana. Semelhantemente ao item 1.a, só foi avaliado o cálculo numérico. Os números apontam para uma grande melhoria, uma vez que após a demonstração de outros algoritmos, aumentaram-se a curiosidade e o interesse, até mesmo pelas formas mais convencionais de se efetuar a divisão. Alguns alunos dos que acertaram aplicaram o que foi ensinado na oficina e outros, que anteriormente deixaram em branco ou erraram, resolveram de alguma forma.

Questão 2

Pré-teste: Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 11 fileiras, cada qual com 18 cadeiras? Resposta esperada 198.

Pós-teste: Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 12 fileiras, cada qual com 17 cadeiras? Resposta esperada 204.

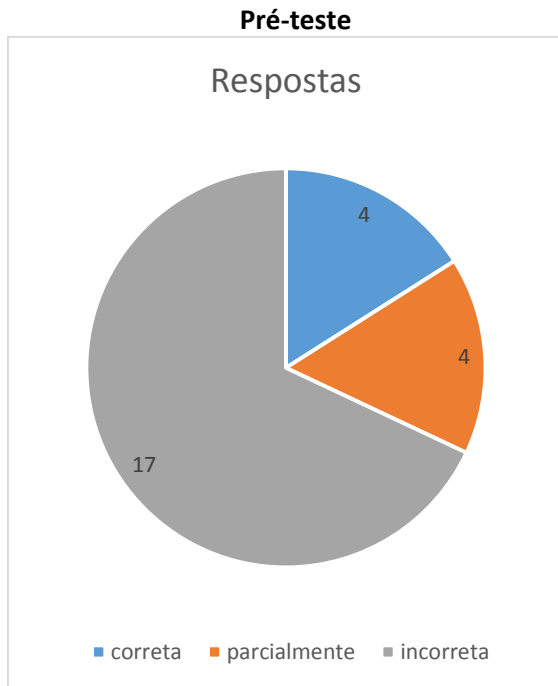


Gráfico 33.1 – Questão 2, pré-teste

Fonte: o autor.

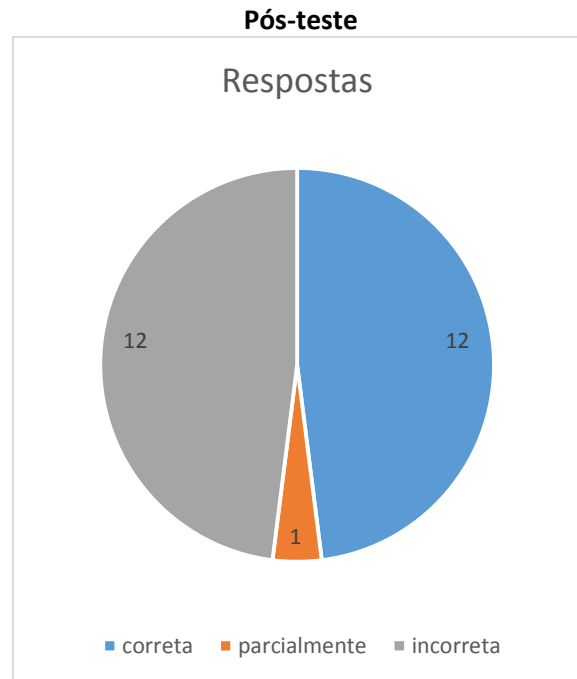


Gráfico 33.2 – Questão 2, pós-teste

Fonte: o autor.

As questões de número 2 tinham o objetivo de avaliar o pensamento multiplicativo, relativa à correspondência um-a-muitos, na forma de produto cartesiano. O aumento no número de acertos foi considerável: de 16% no pré-teste, passou-se para 48%. Considerando as respostas corretas e parcialmente corretas juntas, de 32% no pré-teste, foi para 52% no pós-teste. Um percentual considerável da turma (48%) continua apresentando dificuldades nesse quesito no pós-teste, mas considera-se que houve uma evolução dos resultados na questão 2.

Questão 3

Pré-teste: Um armário tem 5 portas, cada porta tem 4 gavetas e cada gaveta tem 3 camisas. Quantas camisas tem neste armário? Resposta esperada: 60.

Pós-teste: Um armário tem 4 portas, cada porta tem 5 gavetas e cada gaveta tem 2 camisas. Quantas camisas tem neste armário? Resposta esperada: 40.

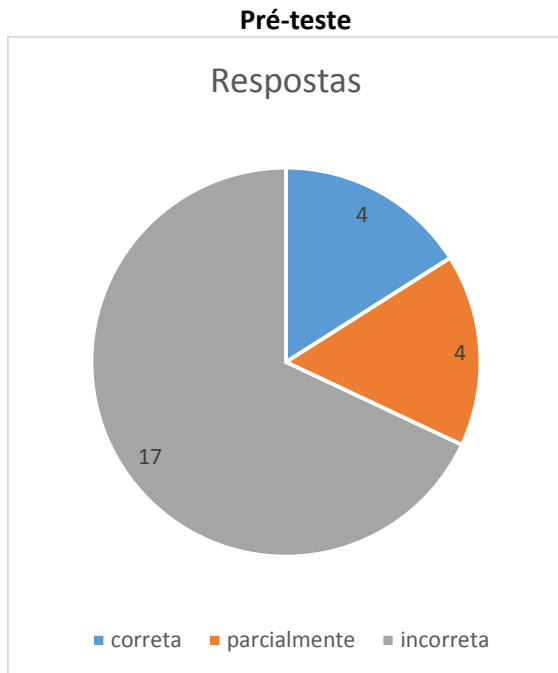


Gráfico 34.1 – Questão 3, pré-teste

Fonte: o autor.

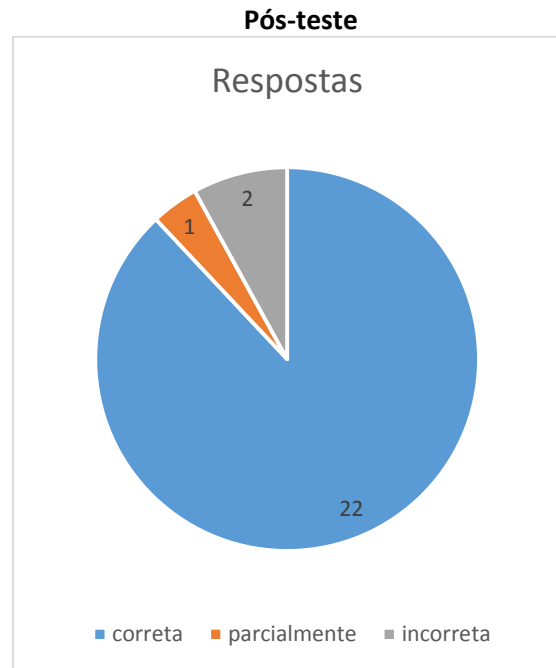


Gráfico 34.2 – Questão 3, pós-teste

Fonte: o autor.

As questões de número 3 oportunizavam aos alunos fazer uso, ainda que intuitivamente, do princípio fundamental da contagem. Conforme dito no Capítulo 3, trabalhou com a correspondência um-a-muitos, referente ao uso da multiplicação. O aumento no número de acertos foi bastante positivo, de 16% para 88%. Acredita-se que possivelmente o aumento no manuseio e um maior contato com a operação de multiplicação possa ter influenciado neste resultado.

Questão 4

Pré-teste: Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 880,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa? Resposta esperada R\$ 11440,00.

Pós-teste: Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 960,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa? Resposta esperada R\$ 12480,00.

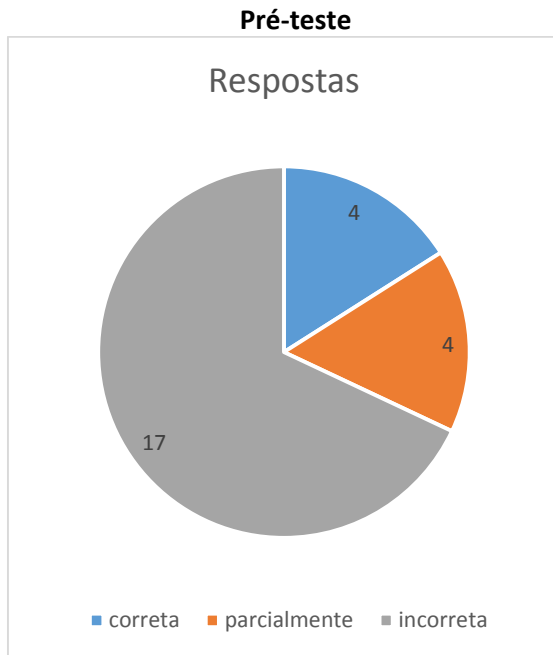


Gráfico 35.1 – Questão 4, pré-teste

Fonte: o autor.

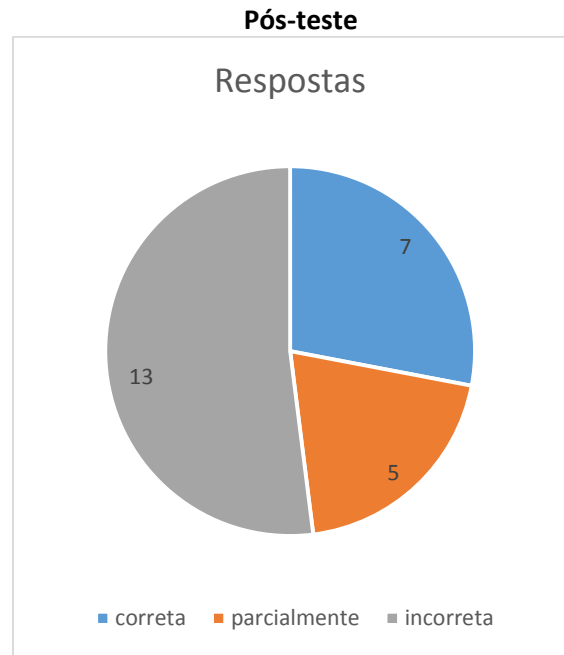


Gráfico 35.2 – Questão 4, pós-teste

Fonte: o autor.

As questões de número 4 eram as que mais associavam a multiplicação de números naturais à sua essência primitiva de soma de parcelas iguais. Por outro lado, essa questão avaliou o pensamento multiplicativo relativo à relação entre variáveis. Conforme os gráficos 35.1 e 35.2, houve uma melhora nos resultados, principalmente se for colocado que vários alunos se enrolaram com a vírgula que separa a parte inteira (real) da parte decimal (centavos) no valor monetário apresentado.

Questão 5

Pré-teste: Um prêmio de R\$ 102.609,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá? Resposta esperada R\$ 34203,00.

Pós-teste: Um prêmio de R\$ 162.639,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá? Resposta esperada R\$ 54213,00.

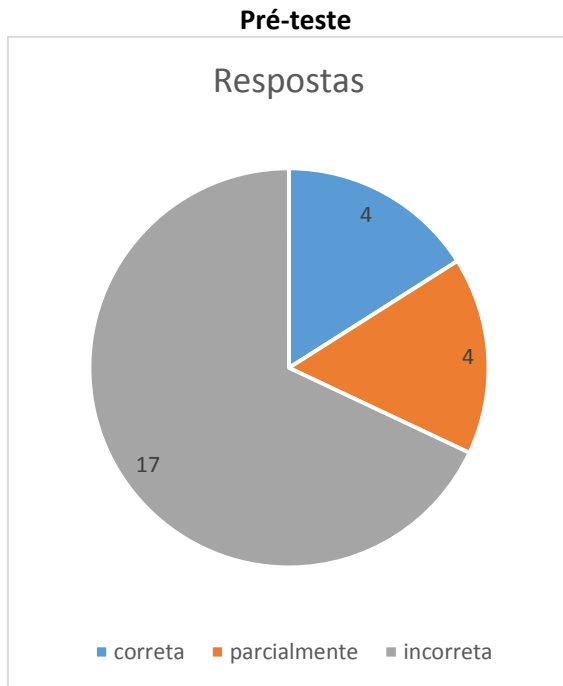


Gráfico 36.1 – Questão 5, pré-teste

Fonte: o autor.

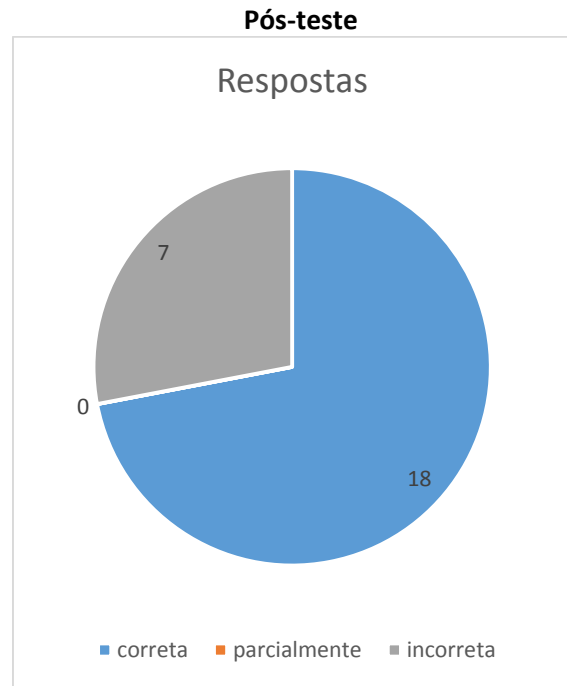


Gráfico 36.2 – Questão 5, pós-teste

Fonte: o autor.

As questões de número 5 envolviam distribuições, as quais remetiam a divisões diretas. O grau de dificuldade foi considerado um pouco maior, por conta da necessidade de se marcar com zero (s) aquelas ordens em que não se conseguia dividir. Mais uma vez se observou uma boa melhora nos resultados (Gráficos 36.1 e 36.2), mas ficou claro que esse conceito ainda precisa de reforço.

Questão 6

Pré-teste: Numa cidade com 230.045 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade? Resposta esperada 46009.

Pós-teste: Numa cidade com 120.035 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade? Resposta esperada 24007.

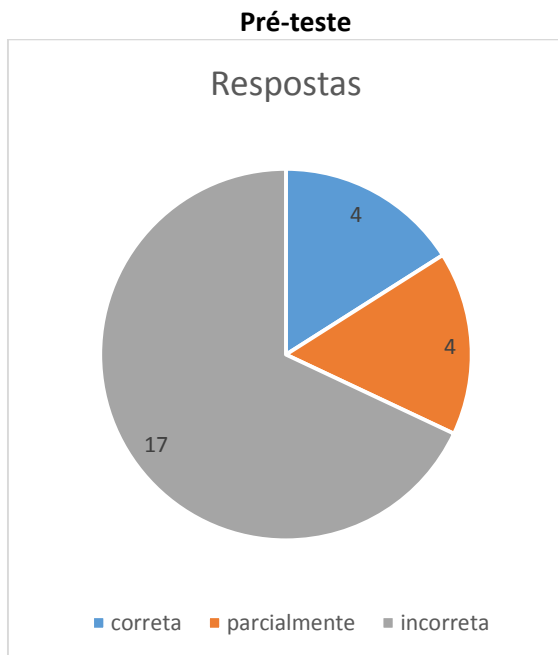


Gráfico 37.1 – Questão 6, pré-teste

Fonte: o autor.

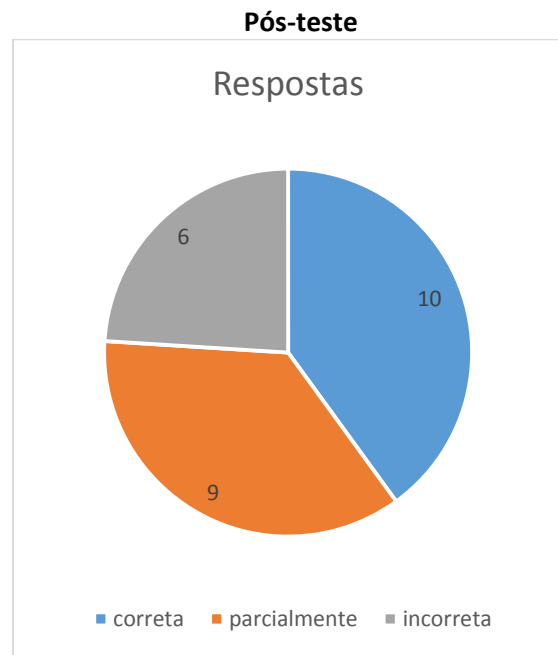


Gráfico 37.2 – Questão 6, pós-teste

Fonte: o autor.

As questões de número 6 avaliavam cotição. Pretendiam também explorar o caráter de divisão no conceito de denominador de uma fração, ou seja, cobrar o conhecimento de que denominador é em quantas partes iguais se divide o inteiro e, através dessa associação, o aluno montar uma conta de dividir. O resultado foi considerado bom (Gráficos 37.1 e 37.2).

Questão 7

Pré-teste: Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 7.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito? Resposta esperada R\$ 350,00.

Pós-teste: Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 9.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito? Resposta esperada R\$ 450,00.

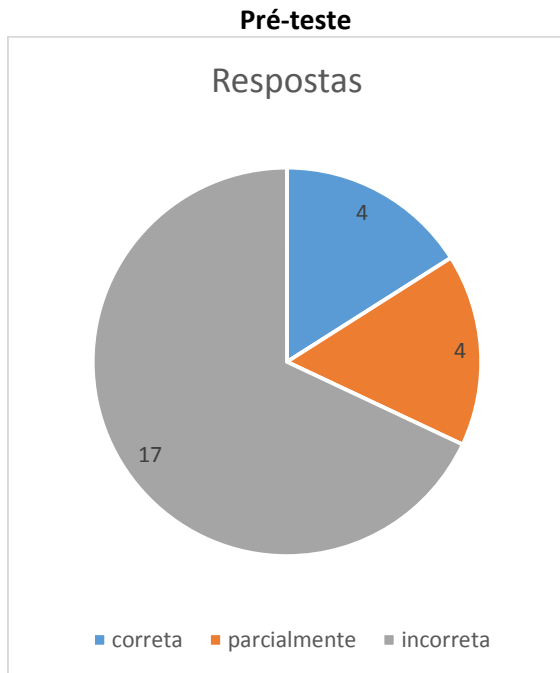


Gráfico 38.1 – Questão 7, pré-teste

Fonte: o autor.

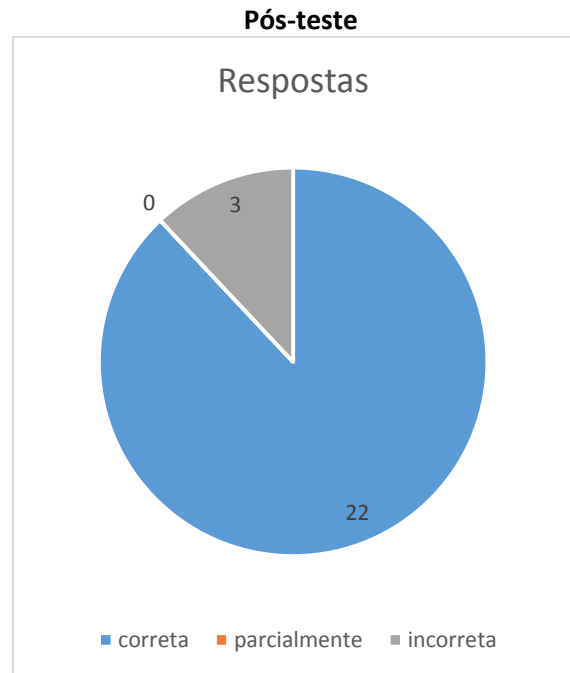


Gráfico 38.2 – Questão 7, pós-teste

Fonte: o autor.

A questão de número 7 provocou os alunos no sentido de observarem a ideia da divisão como sendo “quantas vezes o divisor cabe no dividendo”, ou seja, avaliou o pensamento de distribuição. Além disso, também avaliou se eles percebiam a possibilidade de reduzirem o cálculo, dividindo divisor e dividendo por 10 e assim não alterariam a proporção, cortando um zero de cada e criando a possibilidade de fazer um cálculo mental da metade de um valor. A evolução nas resoluções da questão 7 foi muito boa: comparando os resultados no pré e no pós-teste, o percentual de acertos saltou de 16% para 88%. (Gráficos 38.1 e 38.2).

Alguns parâmetros podem ser observados, nos métodos e nos resultados encontrados pelos alunos neste projeto, além do significativo salto na quantidade de alunos que acertaram mais questões que antes do mesmo. As questões foram pensadas para explorar justamente os pontos em que os alunos mais deixavam a desejar, fruto de uma observação de anos em contato com este público em específico e da convivência com vários colegas de profissão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa caracterizou-se como uma experiência que contribuiu para aumentar não só o contato dos alunos com a aritmética, mas também para a melhoria da própria prática pedagógica do professor em relação à motivação dos seus alunos. Foram dados mais alguns preciosos passos, no sentido de um aprendizado mais significativo e com intenção de solidificar alguns importantes conceitos da aritmética, através de formas diferentes das habituais de encontrar os resultados para multiplicações ou divisões. Notou-se um significativo aumento na confiança dos alunos e uma proporcional queda na rejeição à disciplina. O projeto trouxe uma melhora efetiva na relação do professor com seus alunos, pela interação e abordagem mais prática e dinâmica, além da curiosidade natural das crianças pelo “novo”. Observou-se na apuração dos testes e no desenvolvimento dos alunos em sala após a pesquisa que houve avanços na aprendizagem dos conteúdos explorados. Na comparação dos resultados dos questionários aplicados, foi percebida a diferença no padrão das respostas, chegando-se à conclusão de que boa parte dos alunos mudou de opinião/atitude em relação às perguntas apresentadas na Escala de Motivação aplicada antes e depois das atividades.

Pretendendo criar bons hábitos, acostumar os alunos a conseguir e manter bons resultados, ter atenção ao executar as tarefas quantas vezes for necessário e principalmente manusear com mais traquejo os elementos da multiplicação e divisão, construiu-se a proposta da pesquisa e a mesma foi planejada, levando-se em consideração os estudos teóricos que fundamentam esse trabalho.

Considerou-se que as atividades propostas foram algo diferente do que esses alunos já tinham visto na escola. A escolha do uso de algoritmos pouco ou nunca utilizados para a multiplicação e para a divisão, deixou os alunos mais relaxados, por encararem a sala de matemática ou laboratório como local de lazer e fez das oficinas momentos de diversão, o que gerou uma descontração favorável ao processo ensino-aprendizagem. Ou seja, o uso de recursos lúdicos durante as atividades ajudaram na motivação para a aprendizagem. A escolha por esta forma de aplicação da atividade visou um melhor rendimento e buscou proporcionar ao aluno bastante autonomia, mas sempre com o domínio e constante vigilância do professor. Durante a realização das atividades na sala de matemática, o acompanhamento das atividades se deu por meio do contato estreito do professor com os alunos, ora coletivamente, ora individualmente.

Mesmo destacando sempre a seriedade do propósito do trabalho em questão e salientando que o maior ganho seria a aprendizagem de elementos que possuem relevante importância, os alunos queriam mesmo era brincar, mesmo de forma regrada, com tarefas específicas. Mas isso já fora previsto pelo professor pesquisador, considerando a faixa etária da turma: apresentaram-se os algoritmos explorados na forma de brincadeira, sempre alternando com jogos de tabuleiro e atividades lúdicas que eles gostam. A iniciativa foi muito bem recebida, as atividades de disputas entre os grupos causou alvoroço e provocou o empenho do grupo, houve muitos pedidos de auxílio e esclarecimentos – o que comprova o interesse despertado. Em nenhum momento se perceberam alunos envergonhados, tímidos ou desinteressados, as análises foram coletivas, mas o caráter individual das tarefas serviu para aumentar a concentração e a confiança em usar o que se aprendeu, a cooperação entre os alunos e a boa vontade dos mesmos para com o projeto foi crucial para o bom andamento das atividades. O tempo destinado às tarefas foi suficiente e bem equilibrado com as atividades de apoio e incentivo. Esse trabalho não rendeu notas diretas, tão pouco foi convertido em avaliação oficial para essa turma, mas o desempenho do aluno como um todo foi observado na hora de se formalizar um conceito global bimestral; logicamente foi inevitável considerar os avanços conseguidos no momento de finalizar o conceito geral de cada aluno.

Alguns pormenores ocorreram como o excesso de entusiasmo, a pré-disposição para brincar e a pressa para começar a jogar, mas todos estes fatores foram contornados.

Convém pontuar que não necessariamente os alunos envolvidos com esta pesquisa passaram a adotar as formas apresentadas no projeto como sendo as suas principais ferramentas. O grande ganho foi o aumento do contato com resoluções possíveis, maior contato com os números, manusear melhor as quantidades, melhoria no pensamento multiplicativo em suas diferentes manifestações, as revisões de conteúdo que se apresentaram e que se fizeram necessárias, aumento dos índices de acerto e acréscimo na segurança pessoal, na confiança na sua capacidade. Muitos afirmaram que gostam dos processos pra conferir suas contas e brincar com os colegas, demonstraram um enorme prazer em saber mais, saber algo diferente e em dominar algo que muitos adultos não sabem.

Uma proposta de evolução futura para este trabalho seria a inserção de outros algoritmos e atividades concretas para a resolução de questões que envolvam multiplicação e divisão e talvez até uma expansão para outras operações.

Enfim, considerou-se o trabalho bem sucedido, tendo alcançado a maioria das expectativas no que diz respeito à participação e motivação dos alunos, por aumentar a carga

horária e o contato com matemática, por ter mostrado que a Sala de Matemática e Ciências (laboratório) deve ser explorada, pois facilita o alcance de bons resultados, por melhorar os relacionamentos pessoais entre os atores do processo de ensino-aprendizagem. Além de motivar os alunos, o desejo para o futuro é motivar também os professores da escola e quiçá, da rede, a utilizar mais recursos diferenciados na busca por uma maior compreensão dos alunos sobre os conteúdos de aritmética, buscando inclusive outros algoritmos ou formas diferentes de abordar os já conhecidos e trabalhados. Ao menos fica aqui uma boa sugestão para a formação continuada dos professores que atuam nesta etapa de ensino, durante seus encontros e práticas de sala de aula. E também uma orientação em forma de sugestão prática, para aplicação de recuperação paralela de conteúdo para um grupo de alunos considerável com defasagem e/ou que não tenham, por qualquer motivo, chegado até esta fase escolar em suas vidas, sem o amplo domínio das operações básicas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Volume 3 – Matemática.** Brasília: MEC/SEB, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Parte III – Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC/SEB, 2000.

BALANCHO, M. J. S.; COELHO, F. M. **Motivar os alunos, criatividade na relação pedagógica: conceitos e práticas.** 2. ed. Porto: Texto, 1996.

BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (orgs.). **A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea.** 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2.ed. São Paulo: Blücher, 1996. 496p.

BZUNECK, J. A. As crenças de auto-eficácia dos professores. In: Sisto, F. F.; Oliveira, G.; Fini, L. D. T. (Orgs.). **Leituras de psicologia para formação de professores.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

CHARLOT, B. O fracasso escolar: um objeto de pesquisa inencontrável. In: (org) **Da relação com o saber: elementos para uma teoria.** Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 13-31.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** 23. ed. Campinas: Papyrus, 2012.

DECI, E.; RYAN, R. **Intrinsic motivation and self-determination in human behavior.** New York: Plenum. 1985.

EVES, H. **História da Geometria** . Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora Atual, 1992.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** 3 ed. Campinas: Unicamp, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção**. 2. ed. São Paulo: Globo, 1989.

LIMA, D.C. Estruturas multiplicativas nos anos iniciais: analisando situações problema. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19., 2015, Juiz de Fora. **Anais eletrônicos...** Juiz de Fora: UFJF, 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd7_debora_lima-1.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2016.

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

NOT, L. **As pedagogias do conhecimento**. São Paulo: DIFEL, 1993.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PERRENOUD, P. **Formando Professores Profissionais: Quais estratégias? Quais competências?** Tradução: Fátima Murad e Eunice Gruman. Porto Alegre: Artmed, 2001.

PESSOA, C.A.S.; MATOS FILHO, M.A.S. Estruturas Multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas?. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Recife. **Anais Eletrônicos...** Recife: Programa de Pós-Graduação em Educação – Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 11 p. Disponível em: <<http://www.lematec.net.br/CDS/SIPEMAT06/artigos/pessoamatosfilho.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2016.

PITTA, V. **O fascinante mundo da história**. Disponível em: <<http://universodahistória.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 13 maio 2016.

POLYA, G. **Como resolver problemas**. Lisboa: Gradiva, 2003.

ROONEY, A. **A história da matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil Ltda., 2012.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas**: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

SIQUEIRA, L. G. G.; WECHSLER, S. M. Motivação para a aprendizagem escolar: possibilidade de medida. **Avaliação Psicológica**, Porto Alegre, v.5, n. 1, p.21-31, jun. 2006.

TAHAN, M. **Matemática divertida e curiosa**. 31. ed. Rio de Janeiro: Record, 2014.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez, 1986.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Revista Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas la enseñanza de las matemáticas em la escuela primaria**. México: Trillas, 1991.

WIGFIELD, A.; WENTZEL, K. R. Introduction to motivation at school: interventions that work. **Educational Psychologist**, v. 42, n. 4, p. 191-196, 2007.

ANEXOS

Anexo A – Escala de Motivação em Matemática

O questionário a seguir, aplicado duas vezes (antes e após as atividades), foi adaptado de Gontijo (2007, p. 148-149). A alteração em sua diagramação e a inclusão de duas novas questões foram necessárias, para melhor adaptação à faixa etária e aos propósitos da pesquisa.

Escala de Motivação em Matemática

Por favor, para responder ao questionário, leia atentamente cada afirmação e em seguida, marque a resposta que mais caracteriza ou se aplica a você em relação à matemática. As respostas devem refletir o seu modo de pensar e agir. Não deixe nenhum item sem resposta. Não é necessário se identificar.

1) Participo de competições com amigos resolvendo problemas matemáticos ou de raciocínio lógico?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

2) Costumo explicar fenômenos da natureza utilizando conhecimentos matemáticos?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

3) Calculo o tempo que vou gastar ao sair de casa para chegar ao destino que pretendo?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

4) Faço desenhos usando formas geométricas?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

5) Percebo a presença da matemática nas atividades que desenvolvo fora da escola?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

6) Faço “continhas de cabeça” para calcular valores quando estou fazendo compras ou participando de jogos?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

7) Gosto de brincar de quebra-cabeça e jogos que envolvam raciocínio lógico?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

8) Faço perguntas nas aulas de matemática quando tenho dúvidas?

nunca raramente às vezes frequentemente sempre

9) Gosto de resolver os exercícios rapidamente?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

10) Tento resolver o mesmo problema matemático de maneiras diferentes?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

11) Fico frustrado (a) quando não consigo resolver um problema de matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

12) Procuro relacionar a matemática ao conteúdo das outras disciplinas?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

13) Estudo matemática todos os dias durante a semana?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

14) Gosto de elaborar desafios envolvendo noções de matemática para meus amigos e familiares?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

15) Realizo as tarefas de casa que o professor de matemática passa?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

16) Me relaciono bem com meu professor de matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

17) Estudo as matérias de matemática antes que o professor as ensine na sala de aula?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

18) Além do caderno, eu costumo estudar matemática em outros livros para fazer provas e testes?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

19) As aulas de matemática estão entre as minhas preferidas?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

20) Quando me pedem para resolver problemas de matemática, fico nervoso(a)?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

21) Diante de um problema de matemática, sinto muita curiosidade de saber a sua resolução?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

22) Quando minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

23) Tenho muita dificuldade para entender matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

24) Matemática é “chata”?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

25) Aprender matemática é um prazer?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

26) Testo meus conhecimentos resolvendo exercícios e problemas de matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

27) Tenho menos problemas com matemática do que com as outras disciplinas?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

28) Consigo bons resultados em matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

29) Gosto quando preciso da multiplicação para resolver problemas de matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

30) Gosto quando preciso da divisão para resolver problemas de matemática?

() nunca () raramente () às vezes () frequentemente () sempre

APÊNDICES

Apêndice A – Porcentagem das Respostas ao Questionário Escala de Motivação em Matemática

Questões	Sempre		Frequentemente		Às vezes		Raramente		Nunca	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
1	0%	0%	28%	12%	52%	32%	12%	12%	4%	40%
2	20%	8%	20%	20%	44%	20%	16%	24%	0%	28%
3	36%	28%	12%	12%	32%	28%	12%	12%	8%	40%
4	8%	4%	12%	4%	24%	32%	16%	20%	36%	40%
5	20%	0%	16%	4%	40%	16%	4%	4%	20%	76%
6	8%	8%	24%	4%	28%	24%	24%	12%	16%	52%
7	16%	4%	36%	8%	16%	32%	24%	28%	8%	28%
8	12%	0%	4%	4%	68%	48%	8%	8%	8%	40%
9	4%	0%	12%	4%	32%	32%	8%	16%	44%	40%
10	16%	8%	20%	8%	44%	56%	8%	16%	12%	20%
11	12%	0%	0%	4%	20%	20%	24%	28%	44%	48%
12	20%	1%	24%	13%	40%	44%	8%	28%	8%	4%
13	8%	0%	16%	24%	56%	52%	4%	8%	52%	16%
14	13%	8%	16%	24%	12%	28%	12%	24%	8%	16%
15	4%	0%	4%	0%	12%	8%	16%	24%	56%	60%
16	0%	0%	12%	0%	16%	8%	16%	8%	56%	84%
17	16%	52%	12%	16%	52%	28%	16%	8%	8%	0%
18	12%	12%	16%	24%	16%	24%	20%	12%	36%	28%
19	4%	4%	16%	0%	20%	32%	4%	8%	56%	56%
20	8%	12%	16%	56%	16%	8%	8%	20%	52%	4%
21	8%	4%	4%	8%	40%	12%	16%	20%	32%	56%
22	20%	0%	36%	4%	28%	24%	8%	8%	8%	64%
23	4%	24%	8%	24%	28%	24%	24%	24%	36%	4%
24	36%	52%	12%	20%	12%	20%	20%	8%	20%	0%
25	0%	0%	0%	0%	12%	16%	16%	8%	72%	76%
26	4%	4%	28%	4%	36%	20%	24%	8%	8%	64%
27	16%	4%	0%	12%	36%	36%	16%	8%	32%	40%
28	4%	4%	16%	8%	24%	28%	24%	24%	32%	36%
29	4%	4%	12%	0%	32%	16%	20%	24%	32%	56%
30	24%	0%	12%	4%	16%	16%	12%	20%	36%	60%

Apêndice B – Avaliação da Oficina

1) Você gostou de aprender novas formas de multiplicar e dividir?

Sim

Não

2) É bom aprender matemática jogando?

Sim

Não

3) Você acha que o conteúdo da oficina vai lhe ajudar na sua trajetória escolar daqui por diante?

Sim

Não

4) Você gostaria de voltar ao laboratório para realizar outras atividades com o intuito de aprender matérias futuras?

Sim

Não

Apêndice C - Resultados da Avaliação da Oficina

Perguntas	SIM	NÃO
Você gostou de aprender novas formas de multiplicar e dividir?	100%	0%
É bom aprender matemática jogando?	96%	4%
Você acha que o conteúdo da oficina vai lhe ajudar na sua trajetória escolar daqui por diante?	92%	8%
Você gostaria de voltar ao laboratório para realizar outras atividades com o intuito de aprender matérias futuras?	100%	0%

Apêndice D – Pré-teste

1) Efetue:

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 40.530 & 6 \\ \hline \end{array}$$

2) Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 11 fileiras, cada qual com 18 cadeiras?

R: A sala possui _____ cadeiras.

3) Um armário tem 5 portas, cada porta tem 4 gavetas e cada gaveta tem 3 camisas. Quantas camisas tem neste armário?

R: O armário possui _____ camisas.

4) Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 880,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa?

R: Esta pessoa receberá R\$ _____ anualmente.

5) Um prêmio de R\$ 102.609,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá?

R: Cada um receberá R\$ _____ de prêmio.

6) Numa cidade com 230.045 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade?

R: A cidade em questão possui _____ meninos.

7) Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 7.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito?

R: Cada um receberá R\$ _____ pela conquista.

Apêndice E – Pós-teste

1) Efetue:

$$\begin{array}{r} 245 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 22.530 & 6 \\ \hline \end{array}$$

2) Quantas cadeiras possui uma sala de cinema que tem 12 fileiras, cada qual com 17 cadeiras?

R: A sala possui _____ cadeiras.

3) Um armário tem 4 portas, cada porta tem 5 gavetas e cada gaveta tem 2 camisas. Quantas camisas tem neste armário?

R: O armário possui _____ camisas.

4) Se uma pessoa recebe por ano 13 salários, R\$ 960,00 reais a cada mês. Qual é o valor anual recebido por esta pessoa?

R: Esta pessoa receberá R\$ _____ anualmente.

5) Um prêmio de R\$ 162.639,00 será dividido igualmente entre 3 pessoas. Quanto cada um desses receberá?

R: Cada um receberá R\$ _____ de prêmio.

6) Numa cidade com 120.035 habitantes apenas um quinto é de crianças do sexo masculino. Quantos meninos tem nesta cidade?

R: A cidade em questão possui _____ meninos.

7) Nosso time venceu o campeonato e faremos jus ao prêmio de R\$ 9.000,00 que será dividido igualmente entre os 20 atletas do elenco. Quanto cada um receberá por este feito?

R: Cada um receberá R\$ _____ pela conquista.