

**Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Química**

# **Modelagem e Simulação da Sedimentação de Sólidos Adensantes em Fluidos de Perfuração**

José Messias Ribeiro Júnior

Seropédica  
Agosto de 2016





**Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro**  
**Instituto de Tecnologia**  
**Programa de Pós-graduação em Engenharia Química**

José Messias Ribeiro Júnior

## **Modelagem e Simulação da Sedimentação de Sólidos Adensantes em Fluidos de Perfuração**

Orientadores: DSc. Luiz Augusto da Cruz Meleiro DEQ/UFRRJ  
DSc. Luís Américo Calçada DEQ/UFRRJ

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Ciências**, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Área de Concentração em Processos Químicos

Seropédica  
Agosto de 2016

660  
R484m  
T

Ribeiro Júnior, José Messias, 1986-  
Modelagem e simulação da sedimentação de sólidos adensantes  
em fluidos de perfuração / José Messias Ribeiro Júnior. – 2016.  
83 f.: il.

Orientador: Luiz Augusto da Cruz Meleiro.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de  
Janeiro, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, 2016.  
Bibliografia: f. 69-73.

1. Engenharia química – Teses. 2. Sedimentação e depósitos –  
Teses. 3. Modelos matemáticos – Teses. 4. Lamas de perfuração –  
Teses. I. Meleiro, Luiz Augusto da Cruz, 1965- II. Universidade Fede-  
ral Rural do Rio de Janeiro. Curso de Pós-Graduação em Engenharia  
Química. III. Título.

**Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Química**

José Messias Ribeiro Júnior

## **Modelagem e Simulação da Sedimentação de Sólidos Adensantes em Fluidos de Perfuração**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Ciências**, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Área de Concentração em Processos Químicos

Dissertação aprovada em 30 de agosto de 2016

---

**DSc. Luiz Augusto da Cruz Meleiro**  
DEQ/IT/UFRRJ (Orientador)

---

**DSc. Mauricio Bezerra de Souza Jr.**  
DEQ/EQ/UFRJ

---

**DSc. Alexandre Rodrigues Tôrres**  
UERJ



# Agradecimentos

Agradeço em especial aos meus orientadores, os professores Luiz Augusto da Cruz Meleiro e Luís Américo Calçada pelo excelente trabalho em conduzirem a minha orientação de mestrado, principalmente durante o início, quando nenhuma simulação numérica funcionava ou quando os resultados obtidos eram gráficos repletos de *wiggles*, e que sem o imprescindível apoio nenhuma linha deste trabalho seria escrita.

Agradeço também as idéias e as ponderações feitas pelos professores Cláudia Míriam Scheid e André de Almeida durante as avaliações de seminário, cuja colaboração foi importante para o enriquecimento deste trabalho.

Agradeço aos professores Maurício Bezerra de Souza Jr. e Alexandre Rodrigues Tôrres pela participação na banca de defesa de minha dissertação de mestrado e pelas correções valiosas que sempre acabam passando despercebidas por desatenção (ou por burrice mesmo), e que ajudaram bastante na finalização do trabalho.

Agradeço aos meus companheiros de mestrado, em especial aos do Laboratório de escoamento de Fluidos: Leandro Azevedo, Rafael Patrício, João Márcio, Renan Barbosa, João Meneses, Izadora Piovezan, Frederico Martins, Renata Carvalho, Caroline Eulino, Felipe Godoy e Vanessa Ribeiro.

Agradeço também aos técnicos e engenheiros do LEF: Elias, Gabi, Eduardo, Sérgio e Fred (*in memoriam*), pela ajuda essencial nos trâmites burocráticos e na utilização dos equipamentos de laboratório, sem a qual eu poderia ter ocasionado um desastre no laboratório por imperícia.

Além de todos os alunos de IC que tive contato durante o meu mestrado, dentre eles o Daniel Alvim, Gabi Corradi, Bruna, Samantha, Beatriz e outros mais que peço desculpas por não citar, mas que foram importantes na conclusão deste trabalho.

Finalmente, agradeço a Petrobras e ao CENPES pelo apoio material e financeiro que auxiliaram na elaboração deste trabalho.





*"A ciência compõe-se de erros,  
que por sua vez são passos para a verdade."  
(Julio Verne)*



# Resumo

O presente trabalho teve como objetivo avaliar a capacidade de predição de modelos matemáticos simplificados para descrever a dinâmica de sedimentação de sólidos adensantes em fluidos de perfuração. Na etapa inicial deste trabalho, foram realizados experimentos de sedimentação de suspensões aquosas de barita e de calcita em colunas de vidro, com concentrações volumétricas iniciais de 6, 7%, 12% e 20% para cada sólido, e a variação da altura da interface entre a zona de clarificado e a zona de concentração constante foi registrada ao longo do tempo. A primeira abordagem fez uso de modelos conservativos, cuja velocidade relativa entre o sólido e o fluido é somente função da concentração volumétrica local do sólido. Dessa forma, os modelos conservativos utilizados para simular esses sistemas foram baseados nas leis de conservação da massa e em funções de densidade de fluxo. Para avaliar a acurácia dos resultados fornecidos pelos modelos conservativos, utilizou-se a variação da altura da interface de clarificação ao longo do tempo, como variável auxiliar para inferir a qualidade das predições fornecidas pelo modelo, visto que não se dispunha de equipamentos para determinar os perfis espaciais de concentração de sólidos. Através deste procedimento, verificou-se que os modelos conservativos foram capazes de prever a variação temporal da interface de clarificação com erro relativo menor que 10% na maior parte do tempo, exceto na região que a concentração local aumenta rapidamente. Na segunda abordagem utilizou-se um modelo simplificado, composto pela equação da continuidade e pela equação do movimento, considerando as forças de interação entre as fases sólido e líquido. O modelo simplificado descreve a variação temporal da interface de clarificação dos sistemas de sedimentação simples, com valores bastante satisfatórios e com erro relativo menor do que os resultados exibidos pelos modelos conservativos. Na etapa final deste trabalho, este mesmo modelo foi avaliado na simulação dos perfis temporais e espaciais da concentração de barita na sedimentação no fluido BR-Mul, que é um fluido real de perfuração bastante utilizado pela Petrobras. Os perfis de concentração obtidos por simulação foram comparados a dados experimentais obtidos na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQ/UFU). Neste estudo de caso, foi possível comparar diretamente a saída do modelo aos dados experimentais, e os resultados mostraram que o erro relativo do modelo foi menor para o fluido com a maior concentração inicial de barita, sobretudo nos pontos que se encontram próximos da região de compactação. No entanto, a metodologia experimental utilizada na FEQ/UFU apresenta elevada imprecisão em regiões com alta concentração de sólidos, devido ao erro experimental introduzido na utilização do equipamento emissor de raios gama.

**Palavras-chave:** Sedimentação, altura de interface, BR-Mul



# Abstract

This work has aimed to evaluate the predictive ability of simplified mathematical models to describe the dynamics of the thickening of solids in drilling fluids. In the early stages, settling experiments of barite and calcite in water-based fluids at graduated cylinders were done at initial volumetric concentrations of 6.7%, 12% and 20%, while the change of interface height was measured on the time steps. The first data modelling approach has used conservation laws, considering the relative velocity between the solid and the liquid phase as function of volumetric concentration of solids. This way, the conservation laws used to simulate these systems were based in mass conservation law and in the flux density functions. For the accuracy evaluation in the numerical data provided by conservation laws, this work has used the interface height variation through a period of time, which was determined by experiments as an auxiliary variable, to imply the prediction quality provided by the proposed model, because there was not any equipment available to determine the spatial profiles of solids concentration. Through this procedure, it was found that conservation laws was capable of predict the interface variation through a period of time with relative errors below 10%, except in regions of rapid increase of local concentration. In the second approach of modelling was used a simplified model consisting of the continuity equation and the momentum equation, considering the interaction forces between the solid and liquid phases. The simplified model describe the variation of the interface height through a period of time in several sedimentations, and the displayed results were quite satisfactory and with relative errors lower than the results showed by the conservation laws. In the final stage of this work, the simplified model was used in the simulation of time and spatial concentration profiles of the barite suspended in the BR-Mul fluid, which is a real drilling fluid often used by Petrobras. The concentration profiles obtained by simulation were compared with the experimental data reported by authors from Faculty of Chemical Engineering in Federal University of Uberlandia (FEQ/UFU). In this case study, it was possible to directly compare the model output with the experimental data, and the results has showed that the relative error of the model was lower to the fluid with the highest concentration suspensions of barite, specially in the points near to the compacted zone. However, the experimental methodology used in FEQ/UFU has exhibit much imprecision in the regions of high solids concentration, because of the experimental error in the gamma ray emitter.

**Keywords:** Settling, interface height, BR-Mul sag



# Lista de ilustrações

Figura 1.1 – Ensaio de sedimentação em batelada (COE; CLEVINGER, 1916 apud CONCHA; BÜRGER, 2003). . . . .	4
Figura 1.2 – Linhas de propagação da densidade de sólidos na sedimentação em batelada (KYNCH, 1952). . . . .	5
Figura 1.3 – Zonas de sedimentação em batelada, conforme a teoria de Kynch (1952). Adaptado de (DAMASCENO, 1992). . . . .	6
Figura 1.4 – Gráfico de fluxo de sólidos duplamente côncavo para suspensões ideais. Adaptado de (SHANNON et al., 1964). . . . .	7
Figura 1.5 – Efeito de <i>channeling</i> na sedimentação. Adaptado de (SANIN; CLARKSON; VESILIND, 2011). . . . .	8
Figura 1.6 – Interfaces na sedimentação. Adaptado de (TILLER, 1981). . . . .	9
Figura 1.7 – Testes de viscosimetria: (a) Teste de viscosimetria tradicional ( <i>VST</i> ); (b) Teste de viscosimetria com a adição de uma sapata ( <i>sag shoe</i> ). Adaptado de (ZAMORA; BELL, 2004). . . . .	11
Figura 1.8 – Esquema geral da unidade experimental utilizada para a medição da concentração local de partículas. Adaptado de (MOREIRA, 2014). . . . .	12
Figura 1.9 – Equipamento utilizado para verificar os efeitos de excentricidade do anular e da rotação da coluna. Adaptado de (NGUYEN et al., 2011). . . . .	13
Figura 2.1 – Misturador <i>Hamilton Beach</i> ® utilizado na homogeneização das suspensões de barita e de calcita. . . . .	15
Figura 2.2 – Proveta graduada de 1 litro utilizada na avaliação da altura de interface ao longo do tempo. . . . .	16
Figura 2.3 – Analisador de tamanho de partículas <i>Malvern</i> ® utilizado na análise granulométrica da barita e da calcita. . . . .	17
Figura 2.4 – Distribuição granulométrica da barita utilizada nos ensaios de sedimentação. . . . .	17
Figura 2.5 – Distribuição granulométrica da calcita utilizada nos ensaios de sedimentação. . . . .	17
Figura 2.6 – Zona de clarificado após o término do experimento de sedimentação em batelada de 365 dias (FAGUNDES, 2015). . . . .	19
Figura 2.7 – Curvas características da equação de advecção: (a) Quando a constante $m$ for positiva; (b) Quando a constante $m$ for negativa (LEVEQUE, 2002). . . . .	21
Figura 2.8 – Curvas características e solução da equação de advecção para a constante $m$ positiva (LEVEQUE, 1992). . . . .	21

Figura 2.9 – Onda de choque e curvas características da solução fraca (LEVEQUE, 1992). . . . .	22
Figura 2.10–Onda de choque com violação de entropia e curvas características para uma solução fraca instável (LEVEQUE, 1992). . . . .	23
Figura 2.11–Onda de rarefação e curvas características de uma solução fraca (LEVEQUE, 1992). . . . .	23
Figura 2.12–Aproximação de Godunov da solução local para o problema de Riemann dentro de uma célula $I_i$ em um dado tempo. Adaptado de (TORO, 2009). 24	
Figura 2.13–Função limitadora de van Leer e a região onde as funções limitadoras de fluxo são TVDs de segunda ordem. Adaptado de (SWEBY, 1984). . . . .	25
Figura 2.14–Reconstrução linear dos valores em uma célula $I$ através de MUSCL (TORO, 2009). . . . .	26
Figura 2.15–Valores extrapolados de $u_i^R$ e $u_{i+1}^L$ em cada interface $i + \frac{1}{2}$ (TORO, 2009). 27	
Figura 4.1 – Representação do tubo horizontal de comprimento $L$ e altura $D$ . . . . .	33
Figura 4.2 – Valores para a velocidade de escoamento axial em diferentes pontos do tubo de comprimento $L$ . . . . .	35
Figura 4.3 – Comparação entre os valores numérico e analítico do perfil de velocidade no final do tubo, no instante $t = 120s$ . . . . .	35
Figura 4.4 – Perfis de velocidade para as três concentrações volumétricas iniciais no instante em que as velocidades das duas fases se igualam. . . . .	37
Figura 4.5 – Representação da proveta de altura de suspensão $h$ , mostrando o referencial do eixo $y$ . . . . .	38
Figura 4.6 – Perfis de concentração para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	42
Figura 4.7 – Alturas de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	42
Figura 4.8 – Perfis de concentração para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	43
Figura 4.9 – Altura de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	44
Figura 4.10–Perfis de concentração para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	45
Figura 4.11–Altura de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	45
Figura 4.12–Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	46
Figura 4.13–Altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	47
Figura 4.14–Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	48
Figura 4.15–Altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	48
Figura 4.16–Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	49
Figura 4.17–Altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	50
Figura 4.18–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	52
Figura 4.19–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	53



Figura 4.20–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	53
Figura 4.21–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas $d_s = 10 \mu m$ . . . . .	54
Figura 4.22–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas $d_s = 30 \mu m$ . . . . .	55
Figura 4.23–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas $d_s = 60 \mu m$ . . . . .	56
Figura 4.24–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,067$ . . . . .	57
Figura 4.25–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,120$ . . . . .	58
Figura 4.26–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com $c_0 = 0,200$ . . . . .	58
Figura 4.27–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas $d_s = 10 \mu m$ . . . . .	59
Figura 4.28–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas $d_s = 30 \mu m$ . . . . .	60
Figura 4.29–Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas $d_s = 60 \mu m$ . . . . .	61
Figura 4.30–Viscosidade aparente de 5 fluidos do tipo BR-Mul em relação a taxa de cisalhamento. Adaptado de (SAVARI et al., 2013). . . . .	62
Figura 4.31–Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 29 dias.	63
Figura 4.32–Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 124 dias.	64
Figura 4.33–Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 365 dias.	65



# Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Valores iniciais das alturas de suspensão na proveta graduada e do tempo total das sedimentações em batelada. . . . .	16
Tabela 2.2 – Propriedades físicas da barita e da calcita. . . . .	18
Tabela 2.3 – Parâmetros da suspensão de BR-Mul nos experimentos de 29 dias e 124 dias. . . . .	18
Tabela 2.4 – Parâmetros da suspensão de BR-Mul no experimento de 365 dias. . . .	18
Tabela 2.5 – Valores de concentração volumétrica local de sólidos no fluido BR-Mul.	19
Tabela 2.6 – Principais funções limitadoras de fluxo de alta resolução (LEVEQUE, 2002). . . . .	26
Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados no modelo de escoamento sem sólidos. . . . .	34
Tabela 4.2 – Parâmetros adicionais para o modelo de escoamento com presença de sólidos. . . . .	36
Tabela 4.3 – Tempo total para que as velocidades das fases sólido e líquido se igualem.	37
Tabela 4.4 – Parâmetros das simulações . . . . .	39
Tabela 4.5 – funções de densidade de fluxo utilizadas na modelagem computacional.	40
Tabela 4.6 – Parâmetros relacionados a função de densidade de fluxo de Barton, Li e Spencer (1992). . . . .	40
Tabela A.1 – Altura de interface para $c_0 = 0,067$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	75
Tabela A.2 – Altura de interface para $c_0 = 0,120$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	76
Tabela A.3 – Altura de interface para $c_0 = 0,200$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	77
Tabela A.4 – Valores do erro relativo para a sedimentação de barita utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto. . . . .	78
Tabela A.5 – Altura de interface para $c_0 = 0,067$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	79
Tabela A.6 – Altura de interface para $c_0 = 0,120$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	80
Tabela A.7 – Altura de interface para $c_0 = 0,200$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959). . . . .	81
Tabela A.8 – Valores do erro relativo para a sedimentação de calcita utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto. . . . .	82
Tabela A.9 – Valores do erro relativo para a sedimentação de barita no fluido de perfuração BR-Mul, utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto. . . . .	83



# Lista de símbolos

$A_p$	Área da seção transversal de uma partícula esférica;
$b$	Parâmetro proposto para correção no gradiente de pressão;
$c$	Concentração volumétrica dos sólidos;
$c_0$	Concentração volumétrica inicial dos sólidos;
$C_{Ds}$	Coefficiente de arrasto;
$c_{max}$	Concentração volumétrica máxima dos sólidos;
$D$	Diâmetro do tubo;
$d_{[3,2]}$	Diâmetro médio de Sauter;
$d_{[4,3]}$	Diâmetro médio volumétrico;
$d_{50}$	Mediana do diâmetro de partículas;
$d_s$	Diâmetro médio das partículas sólidas;
$f_{bk}(c)$	Função volumétrica de densidade em relação a concentração;
$F_D$	Força de arrasto das partículas;
$f_{LL}$	Força de interação líquido-líquido;
$f_{Lw}$	Força de interação líquido-parede;
$f_{Ls}$	Força de interação líquido-sólido;
$f_{sL}$	Força de interação sólido-líquido;
$f_{sw}$	Força de interação sólido-parede;
$f_{ss}$	Força de interação sólido-sólido;
$g$	Aceleração da gravidade;
$h$	Altura da proveta;
$L$	Comprimento do tubo;
$P$	Pressão;
$q$	Constante positiva para a função de densidade de Barton;

$q_s$	Velocidade superficial dos sólidos;
$Re_s$	Número de Reynolds;
$S$	Fluxo de partículas;
$t$	Tempo;
$t_r$	Tempo de relaxação das partículas sólidas;
$v_0$	Parâmetro da função de densidade de fluxo de Barton para a velocidade terminal de uma partícula;
$v_1$	Parâmetro da função de densidade de fluxo de Barton para a velocidade de escoamento de líquido;
$V(c)$	Velocidade dos sólidos;
$\vec{v}_L$	Velocidade do líquido;
$v_{Ly}$	Velocidade inicial de líquido na direção y;
$v_{Ly0}$	Velocidade inicial de líquido na direção y;
$v_{Lz}$	Velocidade inicial de líquido na direção z;
$v_{Lz0}$	Velocidade inicial de líquido na direção z;
$v_{Lz\infty}$	Velocidade de líquido no novo estado estacionário;
$V_p$	Volume de uma partícula esférica;
$\vec{v}_s$	Velocidade dos sólidos;
$v_{s0}$	Velocidade inicial de sedimentação;
$v_{sy}$	Velocidade inicial de sólidos na direção y;
$v_{sz}$	Velocidade inicial de sólidos na direção z;
$v_{sz0}$	Velocidade inicial de sólidos na direção z;
$v_\infty$	Velocidade terminal de uma partícula;
$x$	Direção no eixo x;
$y$	Direção no eixo y;
$z$	Direção no eixo z;
$\Delta P_z$	Queda de pressão na direção z;

$\Delta t$	Intervalo de tempo;
$\Delta x$	Intervalo de espaço no eixo x;
$\epsilon_{s0}$	Concentração inicial de sólidos;
$\epsilon_{sU}$	Concentração da lama;
$\eta$	Viscosidade aparente de um fluido;
$\theta$	Ângulo de inclinação;
$\lambda_p$	Autovalor para a lei de conservação;
$\mu_L$	Viscosidade do líquido;
$\mu_r$	Viscosidade relativa entre a suspensão e o líquido;
$\rho_L$	Densidade do líquido;
$\rho_s$	Densidade dos sólidos;
$\tau$	Tensão de cisalhamento de um fluido;
$\overrightarrow{\tau}_L$	Tensão de estresse efetivo para a fase líquida;
$\overrightarrow{\tau}_s$	Tensão de estresse efetivo para a fase dos sólidos.





# Sumário

	<b>Lista de ilustrações</b>	<b>xiii</b>
	<b>Lista de tabelas</b>	<b>xvii</b>
	<b>Lista de símbolos</b>	<b>xix</b>
	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>3</b>
1.1	Princípios de sedimentação	3
1.2	Sedimentação de adensantes	11
<b>2</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>15</b>
2.1	Ensaio de sedimentação em batelada para a barita e a calcita	15
2.2	Ensaio de sedimentação em batelada para o fluido BR-Mul	18
2.3	Métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais parciais	20
2.3.1	Método de Lax-Friedrichs	20
2.3.2	Problema de Riemann	20
2.3.2.1	Solução exata do problema de Riemann para a equação de advecção	20
2.3.2.2	Solução exata do problema de Riemann para a lei de conservação não-linear	22
2.3.3	Método de Godunov	24
2.3.4	Métodos TVD	24
2.3.4.1	Funções limitadoras de fluxo para métodos <i>upwind</i>	25
2.3.4.2	Esquema MUSCL	25
2.3.4.3	O método de MUSCL–Hancock (MHM)	27
2.3.5	Método das linhas	27
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>29</b>
<b>3.1</b>	<b>Equações de conservação de massa</b>	<b>29</b>
<b>3.2</b>	<b>Equações do movimento</b>	<b>29</b>
3.2.1	Forças de interação	30
3.2.1.1	Força de interação entre sólidos e líquido	30
3.2.1.2	Força de interação entre líquido e sólidos	31
3.2.1.3	Forças de interação entre mesma fase	31
3.2.1.4	Coefficiente de arrasto utilizado nas equações do movimento	31
3.2.2	Tempo de relaxação	32

<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>33</b>
<b>4.1</b>	<b>Escoamento transiente sem presença de sólidos</b>	<b>33</b>
<b>4.2</b>	<b>Escoamento transiente com presença de sólidos</b>	<b>36</b>
4.2.1	Tempo de relaxação para uma suspensão de sólidos monodispersos	36
<b>4.3</b>	<b>Sedimentação de sólidos adensantes em batelada</b>	<b>38</b>
4.3.1	Modelos conservativos	39
4.3.1.1	Resultados da sedimentação de barita	41
4.3.1.2	Resultados da sedimentação de calcita	46
4.3.2	Modelo de sedimentação simplificado proposto	51
4.3.2.1	Resultados da sedimentação de barita	51
4.3.2.2	Resultados da sedimentação de calcita	57
4.3.2.3	Simulação dos perfis de concentração para o fluido BR-Mul	62
	<b>Conclusões</b>	<b>67</b>
	<b>Referências</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE A – TABELAS COM OS ERROS RELATIVOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES</b>	<b>75</b>
<b>A.1</b>	<b>Erros relativos para a barita</b>	<b>75</b>
<b>A.2</b>	<b>Erros relativos para a calcita</b>	<b>79</b>
<b>A.3</b>	<b>Erros relativos para o fluido BR-Mul</b>	<b>83</b>

# Introdução

A sedimentação de sólidos suspensos em fluidos de perfuração de petróleo pode gerar diversos problemas na indústria petrolífera. Por isso, o conhecimento do perfil de sedimentação do fluido de perfuração utilizado na abertura dos poços de petróleo é essencial para evitar situações indesejáveis, que possam gerar acidentes, ou até mesmo o colapso total da linha de perfuração.

O processo de sedimentação ocorre espontaneamente com o deslocamento das partículas sólidas presentes no fluido de perfuração que decantam devido à ação da gravidade, além de outros fatores que alteram a velocidade com que estas partículas se deslocam em direção ao fundo do poço de petróleo.

Devido à enorme dificuldade de prever a taxa de sedimentação destas partículas sólidas suspensas, vários autores desenvolveram modelos para descrever o comportamento de determinadas suspensões ao longo do tempo. Porém, até o momento não há disponível na literatura um modelo genérico que consiga prever, com baixos desvios, o perfil de sedimentação de qualquer suspensão.

Neste sentido, o principal objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático que seja capaz de simular a sedimentação das partículas sólidas presentes em um fluido de perfuração com precisão aceitável. O modelo matemático do processo de sedimentação consiste de um sistema de equações diferenciais parciais (EDPs), com duas propostas de solução. A primeira abordagem faz uso de modelos conservativos, onde a velocidade relativa entre o sólido e o fluido é somente função da concentração volumétrica do sólido. Baseado nesta teoria é possível descrever o processo através da equação da continuidade, onde a variação espacial da concentração é substituída por funções de densidade de fluxo. Assim, o modelo matemático que descreve o processo de sedimentação é resolvido através de métodos para equações hiperbólicas, como o método de Godunov e o método de Lax-Friedrichs. Na segunda abordagem, utilizou-se um modelo simplificado composto pela equação da continuidade e a equação do movimento, considerando as forças de interação entre as fases sólido e líquido. Este sistema de EDPs foi resolvido através do método das linhas, onde a dimensão espacial foi discretizada utilizando o método das diferenças finitas e a integração no tempo foi feita com o método de Gear. Todos os modelos foram resolvidos através de programas desenvolvidos em FORTRAN.

Para validar os modelos propostos neste trabalho, dois sistemas de sedimentação foram avaliados. Inicialmente foram realizados experimentos de bancada em uma proveta graduada contendo suspensões aquosas de dois adensantes, barita e calcita, nos quais a variação da altura da interface entre a suspensão e o líquido clarificado foi medida ao longo do tempo com a finalidade de compará-la com os valores correspondentes obtidos através de simulação computacional. Posteriormente, os perfis temporais e espaciais de

concentração de sólidos adensantes em um fluido de perfuração industrial obtidos por simulação foram comparados a dados experimentais desta variável, obtidos na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQ/UFU). Os resultados demonstraram a boa capacidade de predição do modelo proposto e apontam para o seu potencial de aplicação como ferramenta de suporte à perfuração e produção em poços de petróleo.

A organização deste trabalho foi da seguinte forma: A base bibliográfica utilizada no desenvolvimento dos modelos propostos nas simulações computacionais é descrita no Capítulo 1. A metodologia experimental da sedimentação de adensantes em suspensões aquosas e os materiais utilizados são especificados no Capítulo 2. O equacionamento utilizado no desenvolvimento dos modelos propostos para as simulações computacionais é apresentado no Capítulo 3. Os dados obtidos através da simulação computacional, a comparação com dados experimentais e as discussões sobre os resultados obtidos são descritos no Capítulo 4. Por fim, as conclusões obtidas, as considerações finais e as propostas para trabalhos futuros são destacados no final desta dissertação.

# 1 Revisão de Literatura

Neste capítulo são descritos alguns dos principais trabalhos sobre a sedimentação de sólidos e os fluidos de perfuração utilizados na indústria química. Vários destes autores desenvolveram modelos matemáticos baseados em observações empíricas, enquanto que outros propuseram soluções gráficas ou melhorias em modelos bastante difundidos, em especial à teoria de Kynch (1952).

## 1.1 Princípios de sedimentação

Um dos primeiros autores a analisar os fatores que afetam a sedimentação de partículas sólidas em suspensões diluídas em água foi Hazen (1904), que constatou que a quantidade de sólidos removidos em um sedimentador é diretamente proporcional à área de sedimentação e inversamente proporcional à vazão de suspensão que entra no tanque, e concluiu que o volume total do sedimentador não é um fator determinante no projeto de tanques de sedimentação.

Os trabalhos de Nichols (1908) e Ashley (1909) foram os primeiros a avaliar o efeito da temperatura e da viscosidade na sedimentação de sólidos em suspensão. Forbes (1912) avaliou experimentalmente quatro tipos diferentes de lama e demonstrou que a eficiência da sedimentação diminui com o aumento da altura da coluna de sedimentação e que substâncias eletrolíticas aceleram a decantação de sólidos. Entretanto, foi Mishler (1912) o primeiro a avaliar experimentalmente que as taxas de sedimentação de sólidos são diferentes para suspensões diluídas e para suspensões concentradas.

Através da observação de uma série de testes de sedimentação em batelada com suspensões de diferentes concentrações, Coe e Clevenger (1916) estabeleceram a primeira teoria de sedimentação baseada no balanço macroscópico de sólidos e fluido em um tanque de sedimentação. O cálculo da capacidade do equipamento em relação à concentração inicial e à velocidade inicial da sedimentação para cada ensaio de sedimentação é dado pela Equação 1.1 (COE; CLEVINGER, 1916 apud DAMASCENO, 1992).

$$q_s = \frac{v_{s0}}{\frac{1}{\epsilon_{s0}} - \frac{1}{\epsilon_{sU}}} \quad (1.1)$$

Onde  $q_s$  é a velocidade superficial dos sólidos alimentados no sedimentador,  $v_{s0}$  é a velocidade inicial de sedimentação num ensaio em batelada com concentração inicial  $\epsilon_{s0}$  e  $\epsilon_{sU}$  é a concentração da lama.

Após alguns testes de decantação de sangue em um tubo de ensaio, Boycott (1920) verificou que as células sanguíneas decantam mais rapidamente em tubos inclinados do que

em tubos verticais. Maiores descrições teóricas desse fenômeno foram apresentadas por Ponder (1925) e Nakamura e Kuroda (1937), acompanhados de validação experimental.

Coe e Clevenger (1916 apud COMINGS, 1940) demonstraram que a sedimentação em batelada de uma suspensão inicialmente homogênea gera quatro zonas de sedimentação: uma zona de clarificado *A*, uma zona de concentração inicial constante *B*, uma zona de transição com concentrações variáveis *C* e uma zona de compactação *D*, conforme a Figura 1.1. No entanto, segundo Comings (1940), a sedimentação contínua de suspensões compressíveis varia de acordo com a altura da zona de sedimentação e que o uso da metodologia proposta por Coe e Clevenger (1916) não é aconselhada.

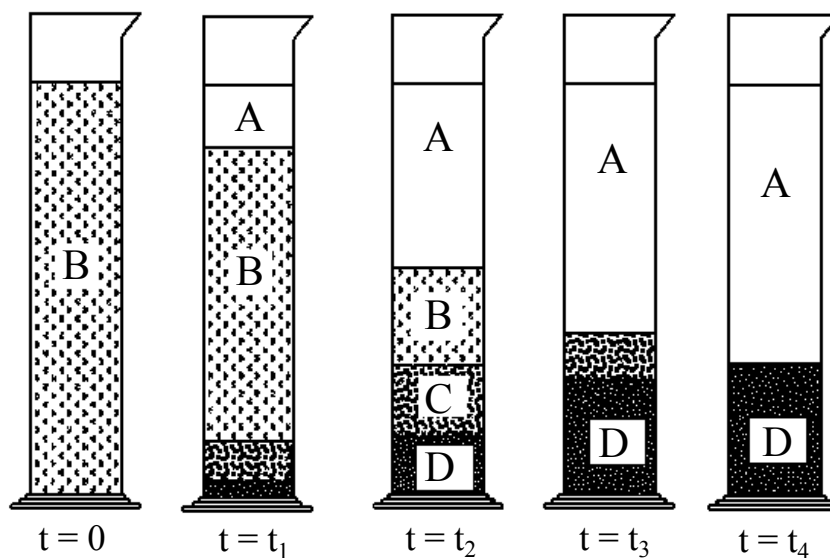


Figura 1.1 – Ensaio de sedimentação em batelada (COE; CLEVINGER, 1916 apud CONCHA; BÜRGER, 2003).

Por isso, Kynch (1952) formulou uma nova teoria para o processo de sedimentação apenas com o uso de uma equação da continuidade, sem a necessidade de conhecimento detalhado das forças que atuam sobre as partículas. Na elaboração de sua teoria, foram feitas as seguintes suposições:

- A concentração de partículas é uniforme ao longo da horizontal;
- A concentração inicial aumenta em direção ao fundo do recipiente;
- A velocidade dos sólidos tende a zero na medida em que a densidade aumenta;
- A velocidade de queda das partículas na sedimentação é determinada apenas pela concentração local das partículas;
- Os efeitos de parede podem ser ignorados;
- As partículas possuem o mesmo tamanho e forma.

A teoria de Kynch (1952) pressupõe a existência de uma interface superior de sedimentação entre a zona de clarificado e a zona de concentração constante e que a mudança da densidade de sólidos na suspensão se propaga como ondas do fundo do recipiente até esta interface. O conhecimento da interface de sedimentação, juntamente com a concentração inicial das partículas é suficiente para determinar a variação da velocidade de sedimentação dos sólidos, de acordo com a Equação 1.2 e a Equação 1.3.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + V(c) \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

$$V(c) = -\frac{\partial S}{\partial c} \quad (1.3)$$

Onde  $c$  é a concentração volumétrica de sólidos,  $V(c)$  é a velocidade dos sólidos e  $S$  é o fluxo de partículas.

Na Figura 1.2, é possível verificar a curva de sedimentação em batelada e as linhas de propagação de densidade de sólidos, cuja posição da interface superior varia em relação ao tempo. Na Figura 1.3 é possível observar as zonas de sedimentação em batelada e como o processo ocorre ao longo do tempo, cuja comparação com os ensaios de Coe e Clevenger (1916 apud CONCHA; BÜRGER, 2003) é feita.

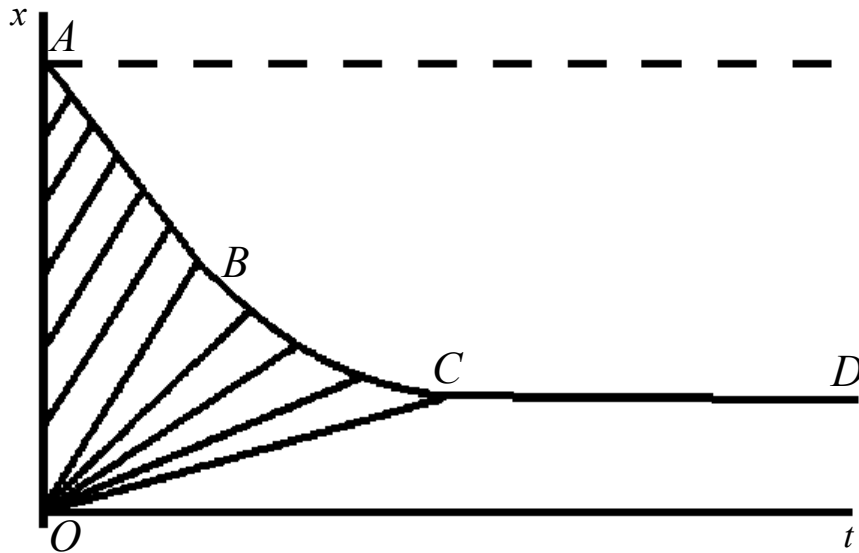


Figura 1.2 – Linhas de propagação da densidade de sólidos na sedimentação em batelada (KYNCH, 1952).

Richardson e Zaki (1954) examinaram experimentalmente o efeito da concentração de partículas suspensas em relação a sua taxa de sedimentação e propuseram uma correlação para sistemas fluidizados de sólidos e líquido. Talmage e Fitch (1955) elaboraram um procedimento gráfico para o cálculo da área de seção transversal de um sedimentador e compararam a utilização da teoria de sedimentação de Coe e Clevenger (1916) e a teoria

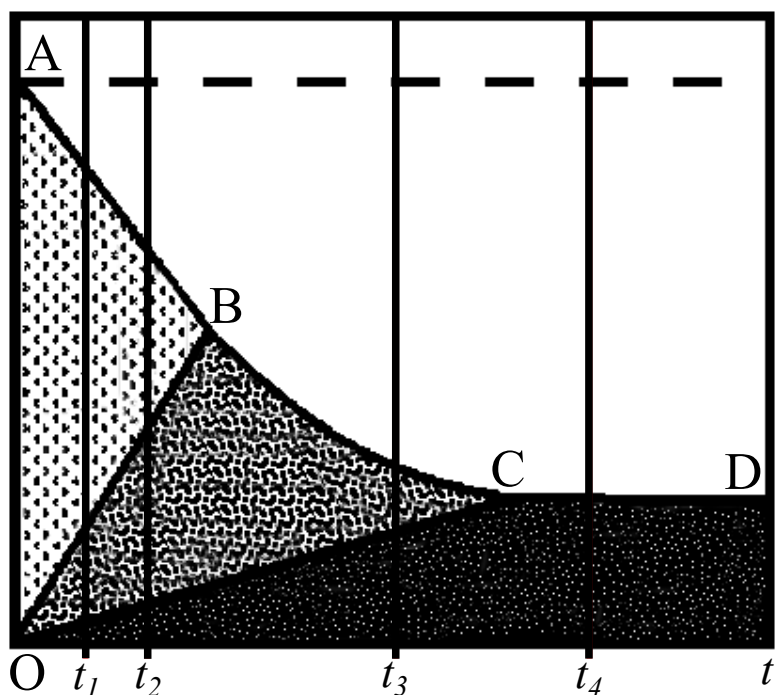


Figura 1.3 – Zonas de sedimentação em batelada, conforme a teoria de Kynch (1952). Adaptado de (DAMASCENO, 1992).

de sedimentação em batelada de Kynch (1952), e verificaram que as duas metodologias são equivalentes apenas a baixas concentrações.

Yoshioka, Hotta e Tanaka (1955) desenvolveram um método gráfico para a determinação da distribuição de concentração em relação à altura de uma sedimentação em batelada de diferentes suspensões floculantes homogêneas. Talmage e Fitch (1955) e Hassett (1958) consideraram a utilização do modelo teórico de Kynch (1952) para o desenvolvimento de um tanque de sedimentação gravitacional de fluxo contínuo.

Maude e Whitmore (1958) propuseram uma relação teórica entre a concentração e a velocidade de sedimentação de partículas em suspensões não floculantes, através de uma relação empírica com o número de Reynolds, a distribuição granulométrica e a esfericidade das partículas sólidas.

Shannon et al. (1964) apresentaram um método geral para prever o comportamento de suspensões ideais na sedimentação em batelada. Foram feitos vários experimentos com esferas de vidro em água e constatou-se a ocorrência de dupla concavidade no gráfico de fluxo de sólidos por concentração, conforme Figura 1.4.

De acordo com Shannon e Tory (1966 apud CONCHA; BUSTOS, 1991), uma suspensão ideal deve obedecer os seguintes critérios:

- As partículas sólidas são pequenas (em relação ao recipiente), e possuem os mesmos tamanhos, formatos e densidades;



- As partículas sólidas e o fluido na suspensão são incompressíveis;
- Não existe transferência de massa entre os componentes;
- A velocidade de sedimentação em qualquer ponto na suspensão é somente função da concentração local da partícula.

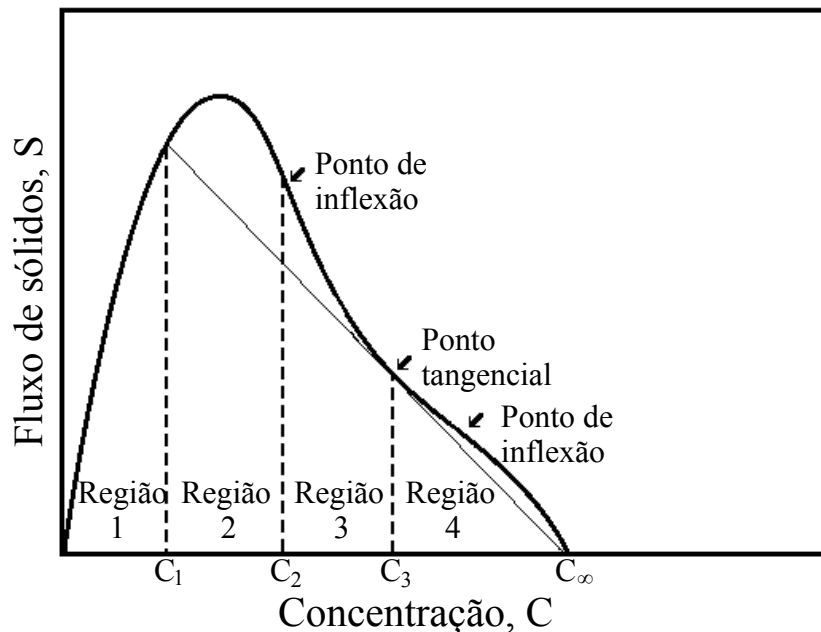


Figura 1.4 – Gráfico de fluxo de sólidos duplamente côncavo para suspensões ideais. Adaptado de (SHANNON et al., 1964).

Scott (1968) fez experimentos com suspensões de sílica em sedimentadores contínuos e observou o comportamento não-ideal da sedimentação de suspensões flocculantes, como a formação de vários canais estreitos, conhecido como *channeling*, de acordo com a Figura 1.5. Este efeito acelera a sedimentação das partículas sólidas e por isso, a teoria de Kynch (1952) e de Talmage e Fitch (1955) apresentam desvios para a sedimentação de suspensões compressíveis.

Shirato et al. (1970) foram de fato os primeiros a solucionarem numericamente o problema da sedimentação de suspensões densas que são compressíveis e permeáveis, através do uso de coeficientes variáveis. Adorján (1975 apud DAMASCENO, 1992) e Adorján (1976 apud DAMASCENO, 1992) mostrou que, no caso de operações com suspensões que levam a formação de sedimentos compressíveis, o sedimentador pode ser melhor projetado com auxílio de ensaios de adensamento em célula de compressão e permeabilidade.

D'Ávila (1976 apud DAMASCENO, 1992) formulou um modelo matemático bastante elegante para a sedimentação binária isotérmica em batelada, utilizando a teoria das misturas. Este autor mostrou que, devido à restrição cinemática existente no fundo do recipiente, onde tanto a velocidade do fluido quanto a do sólido devem ser nulas, o

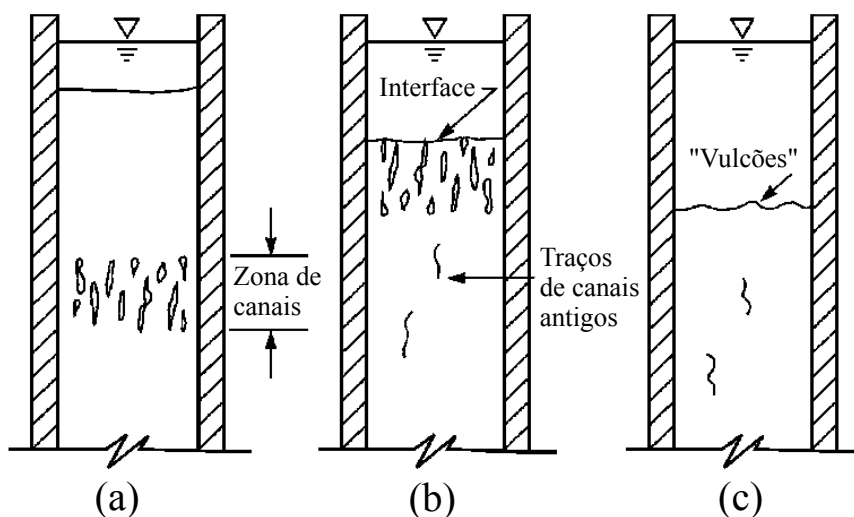


Figura 1.5 – Efeito de *channeling* na sedimentação. Adaptado de (SANIN; CLARKSON; VESILIND, 2011).

problema de sedimentação em batelada pode ser abordado apenas pela resolução das equações da continuidade e do movimento relativos ao sólido, com a adoção de hipóteses constitutivas relativas à tensão nos sólidos e à força resistiva, a fim de tornar o sistema determinado.

D'Ávila e Sampaio (1977 apud DAMASCENO, 1992) estudaram o projeto de sedimentadores a partir da solução numérica do sistema de equações diferenciais proposto por D'Ávila (1976), usando uma equação constitutiva para a tensão nos sólidos linear em relação à porosidade.

Tiller e Leu (1980) desenvolveram um método para determinar os parâmetros para a permeabilidade e a pressão exercida nos sólidos. O modelo consiste num conjunto de equações empíricas para determinar os valores médios da porosidade e da pressão nos sólidos, que são utilizados para a obtenção destes parâmetros graficamente.

Com o intuito de estender o modelo de Kynch (1952) para a sedimentação de suspensões compressíveis, Tiller (1981) elaborou um modelo que considera a presença de duas interfaces ao longo da sedimentação: a primeira entre a zona de clarificado e a zona de concentração constante, e a segunda entre a zona de concentrações variáveis e a zona de compactação, conforme a Figura 1.6.

Devido à dificuldade em estabelecer as duas curvas de interface propostas por Tiller (1981), Fitch (1983) sugeriu a utilização de duas retas tangentes ao gráfico: uma na curva de sedimentação e outra na zona de compressão. Porém, as duas metodologias propostas encontraram sérias limitações devido a incapacidade de visualizar o aumento da interface inferior na zona de sedimentado com o tempo.

Nunziato (1983 apud NGUYEN, 2009) analisou o problema da sedimentação com mistura de duas fases através da abordagem do *continuum*, onde a conservação do momento de

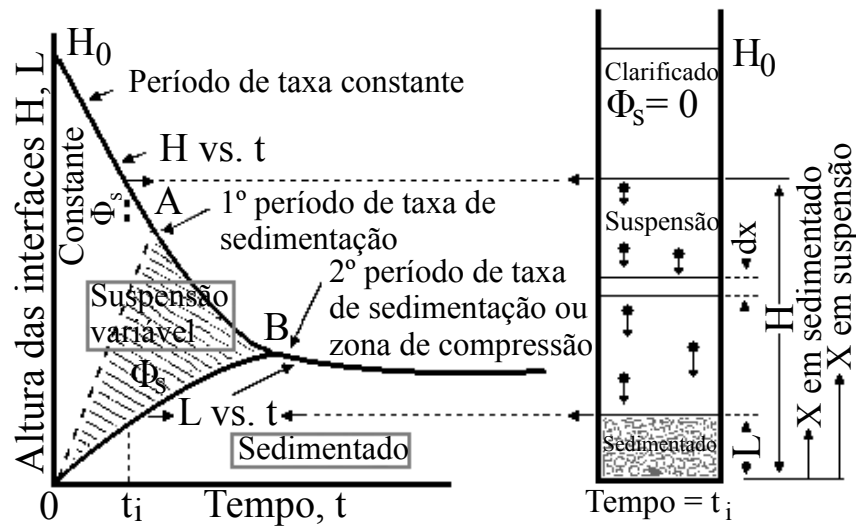


Figura 1.6 – Interfaces na sedimentação. Adaptado de (TILLER, 1981).

cada fase pode ser escrita separadamente para ambas as fases da mistura, exceto quando elas se interagem. A principal vantagem desta abordagem é a extensão dos modelos para suspensões com altas concentrações.

Wakeman e Holdich (1984 apud GALVIN; WATERS, 1987) mostraram que na zona de compactação, as forças inerciais são desprezíveis se comparadas com as forças gravitacionais e de arrasto. No entanto, um pouco acima dessa zona, as forças inerciais são significantes devido a mudança brusca na concentração de sólidos.

Givler e Mikatarian (1987) desenvolveram um modelo de escoamento fluido-partícula baseado na presença de partículas rígidas, esféricas e monodispersas num líquido Newtoniano incompressível. Os balanços de massa e de momento são dadas para cada fase de acordo com a teoria de mistura do *continuum*. As interações entre as fases são dominadas por forças de arrasto interfacial e pelo gradiente de pressão.

Bustos e Concha (1988) construíram um modelo hiperbólico para a função de densidade de fluxo com dois pontos de inflexão, baseado no modelo de Kynch (1952). Este modelo resulta numa metodologia baseada em soluções fracas globais para todos os cinco diferentes comportamentos verificados durante a sedimentação, são estes:

1. A concentração inicial aumenta rapidamente até a concentração máxima;
2. A concentração inicial muda repentinamente e então aumenta continuamente até a concentração máxima;
3. A concentração aumenta continuamente da concentração inicial até a concentração máxima;
4. A concentração inicial muda repentinamente e então aumenta continuamente, seguido por um aumento brusco até a concentração máxima;

5. A concentração inicial aumenta continuamente e registra um salto até a concentração máxima.

Independente do modo de sedimentação, o estado final de todos os processos de sedimentação se resumem a duas regiões: uma suspensão com concentração máxima e uma região de clarificado no topo.

Complementando os resultados obtidos em trabalhos anteriores, Concha e Bustos (1991) apresentaram um processo cinemático hiperbólico unificado para a teoria de sedimentação de Kynch (1952), utilizando um método de solução gráfico.

Stamatakis e Tien (1992) desenvolveram um método capaz de prever a sedimentação em batelada de suspensões polidispersas utilizando as equações da continuidade de ambas as fases de sólidos e de fluido, e incorporando correlações para estimar as velocidades de sedimentação de partículas de tamanhos diferentes. No entanto, a resolução das equações necessita de condições de contorno variáveis, o que aumenta drasticamente a dificuldade de resolução do modelo.

Vesilind e Jones (1993) estudaram o efeito de *channelling* em algumas suspensões, como o carbonato de cálcio, e verificou que este efeito permite o escape de fluido da zona de compactação, o que acelera a queda da interface devido a diluição das zonas superiores e a compressão da zona de sedimentado.

Bürger e Tory (2000) utilizaram várias funções de densidade de fluxo na equação da continuidade e resolveram o problema da sedimentação em batelada e da sedimentação contínua através de métodos matemáticos para leis de conservação. Posteriormente, Bürger et al. (2000) adicionaram um termo difusivo na equação hiperbólica, para compensar o efeito da floculação na sedimentação de sólidos compressíveis e Bürger, Damasceno e Karlsen (2004) modificaram o modelo anterior para suspensões floculantes em recipientes com seção transversal variável.

Quispe, Concha e Toledo (2000) simularam o processo de sedimentação de uma suspensão ideal com um modelo discreto, onde as forças gravitacionais, de interação entre as partículas, e o movimento dispersivo são processos que competem entre si. Os autores obtiveram resultados computacionais para a sedimentação de partículas esféricas rígidas monodispersas em água próximos aos dados experimentais.

Zamora e Bell (2004) modificaram um teste de viscosimetria (*VST*), adicionando uma sapata no fundo (*VSST*), conforme a Figura 1.7. Esta modificação de baixo custo foi desenvolvida para aumentar a consistência, a sensibilidade e a precisão do teste de viscosimetria original. Os autores utilizaram o *VST*, o *VSST* e a sedimentação em *flow loop* para investigar o comportamento da sedimentação de fluidos de perfuração visco-elástico do tipo Herschel-Bulkley e obtiveram resultados preliminares utilizando um programa de fluidodinâmica computacional (*CFD*).

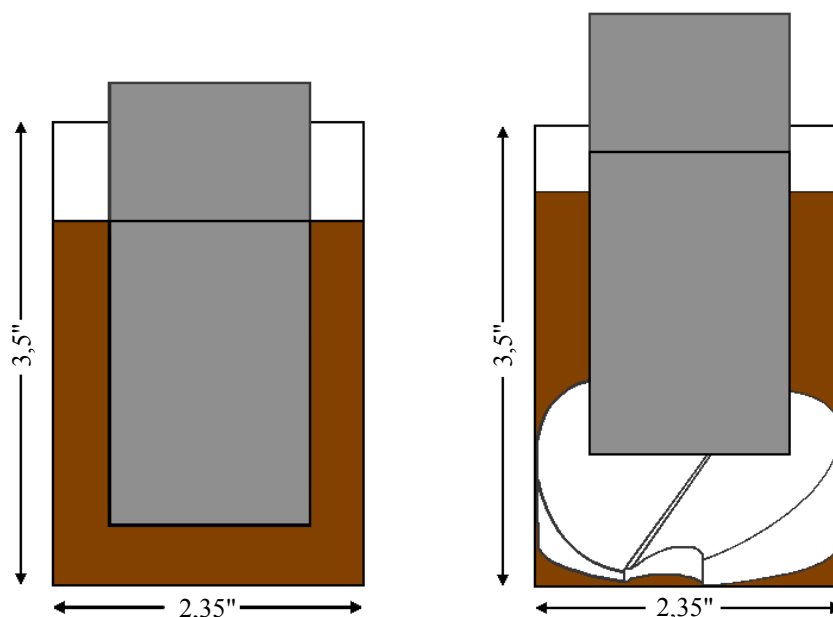


Figura 1.7 – Testes de viscosimetria: (a) Teste de viscosimetria tradicional (*VST*); (b) Teste de viscosimetria com a adição de uma sapata (*sag shoe*). Adaptado de (ZAMORA; BELL, 2004).

## 1.2 Sedimentação de adensantes

A sedimentação de materiais densos suspensos nos fluidos de perfuração pode ocasionar vários problemas durante a perfuração e conclusão do poço (OMLAND et al., 2007).

A sedimentação geralmente começa a uma taxa constante e as partículas são continuamente depositadas no fundo do poço, formando um leito de estrutura solta que gradualmente se consolida como resultado do peso dos sólidos acumulados. A formação dessa zona de material compactado e sua subsequente recirculação podem gerar severos problemas operacionais, como dificuldade do controle do poço, perda de circulação, instabilidades e entupimentos (ZAMORA; BELL, 2004).

Hanson et al. (1990) investigaram a sedimentação de barita em poços altamente inclinados, e descreveram dois processos-chave para minimizar a sedimentação de barita. Primeiro, a variação de densidade é causada pela queda de sólidos compactados no fundo do poço. Segundo, a maior parte das compactações de sólidos ocorrem enquanto o fluido está circulando no poço.

Saasen et al. (1995) avaliaram experimentalmente a sedimentação da barita em condições estáticas e dinâmicas. Os autores relataram propriedades viscoelásticas, suficiente para a formação de gel necessária para manter a barita em suspensão.

Bern et al. (1998) estudaram a sedimentação dinâmica de barita circulando fluidos de perfuração à base óleo dentro um tubo de perfuração excêntrico à baixa velocidade. Os autores relataram que a rotação do tubo de perfuração previne a formação de sedimentos e auxilia na ressuspensão dos sólidos já compactados no fundo.

Skalle et al. (1999) examinaram a sedimentação de barita em tubos inclinados em condições estáticas e dinâmicas, e concluíram que a decantação é maior quando o regime de escoamento é laminar e indicaram que os parâmetros reológicos podem ser usados para prever problemas de estabilidade.

Tehrani e Zamora (2004) analisaram as propriedades reológicas de dois tipos de fluidos de perfuração: o primeiro à base óleo e o segundo à base polimérica. Foi verificado que a taxa de sedimentação dinâmica de fluidos com aditivos poliméricos é maior do que em fluidos com base óleo em bentonita.

Arouca e Damasceno (2005) estudaram a sedimentação de suspensões através de um modelo baseado na mecânica do contínuo e avaliaram a concentração local das partículas sólidas em diferentes posições numa proveta graduada. Os autores utilizaram um equipamento emissor de raios gama, conforme a Figura 1.8, e compararam os valores experimentais de concentração volumétrica do fluido BR-Mul com os resultados obtidos através de simulação, demonstrando que a precisão do modelo era satisfatória.

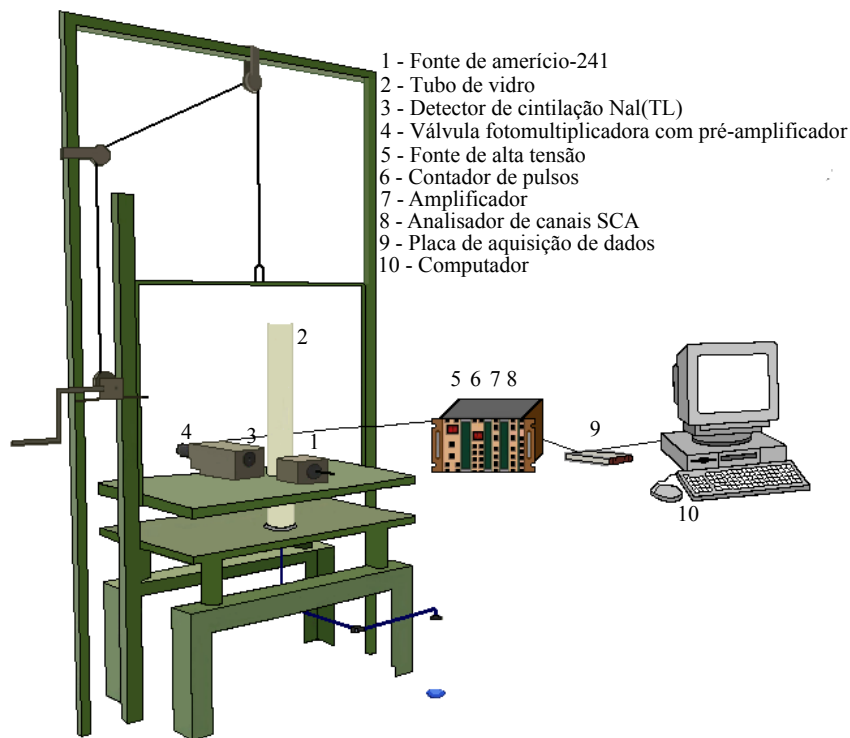


Figura 1.8 – Esquema geral da unidade experimental utilizada para a medição da concentração local de partículas. Adaptado de (MOREIRA, 2014).

Hemphill e Ravi (2006) reportaram que um dos principais mecanismos que podem induzir a sedimentação dinâmica da barita é a rotação da coluna de perfuração.

Paslay, Sathuvalli e Payne (2007) descreveram a sedimentação dinâmica de fluidos de perfuração considerando o comportamento do sistema de partículas em um fluido de Bingham num anular inclinado com pratos paralelos.

Nguyen et al. (2009) analisaram a sedimentação de partículas de barita no escoamento de fluidos Newtonianos. Um sistema de quatro equações diferenciais parciais foi utilizado para descrever a sedimentação dinâmica de barita e foram conduzidos vários experimentos em um *flow loop*, de acordo com a Figura 1.9, para verificar os efeitos de excentricidade do anular e da rotação da coluna e os resultados do modelo matemático proposto.

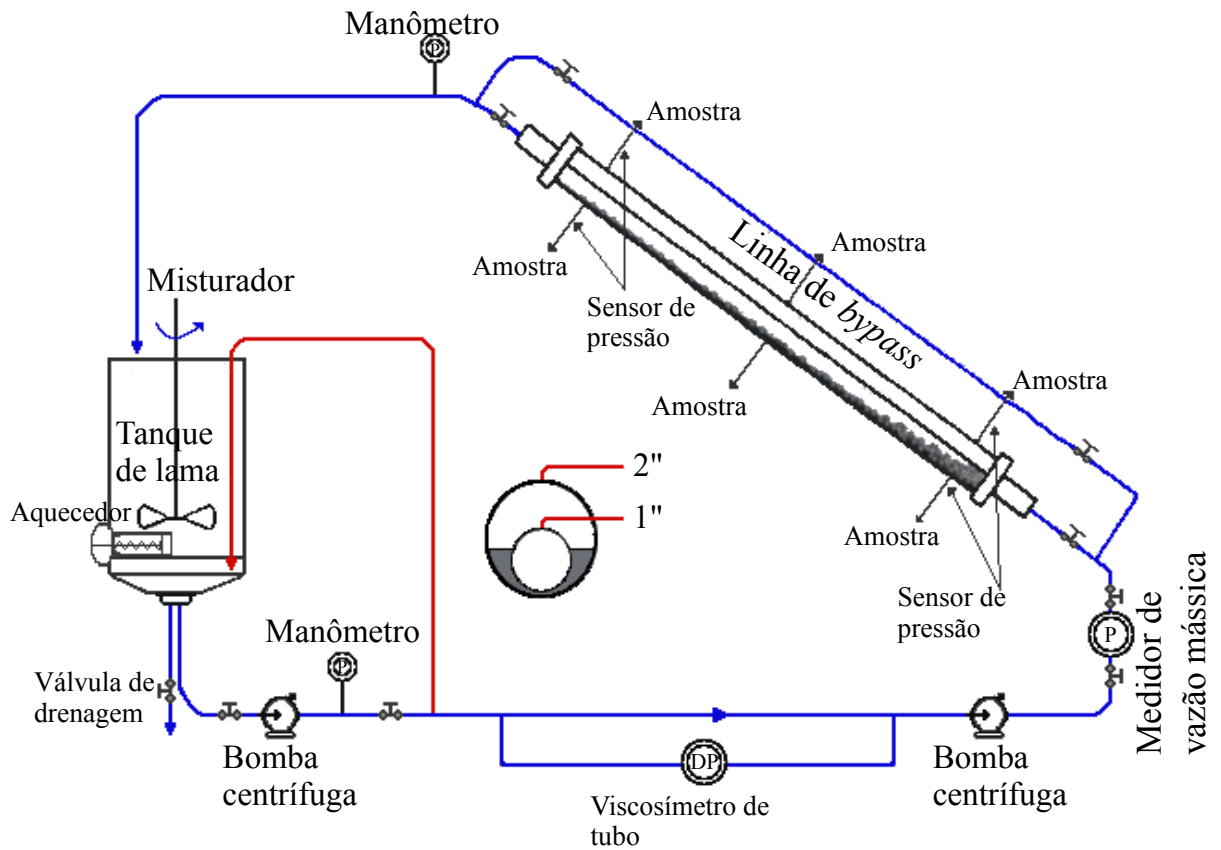


Figura 1.9 – Equipamento utilizado para verificar os efeitos de excentricidade do anular e da rotação da coluna. Adaptado de (NGUYEN et al., 2011).





## 2 Materiais e métodos

Neste capítulo, são mostrados os equipamentos utilizados e a metodologia empregada na obtenção dos dados experimentais. Além disso, são descritos todos os métodos matemáticos que foram aplicados na resolução dos modelos que serão apresentados nos capítulos posteriores.

### 2.1 Ensaios de sedimentação em batelada para a barita e a calcita

Os ensaios de sedimentação de adensantes em batelada foram realizados utilizando várias suspensões aquosas, com diferentes concentrações volumétricas de sólidos e de líquido. Os sólidos utilizados foram a barita, devido a sua presença no fluido de perfuração BR-Mul, e a calcita para efeito de comparação. Todos os ensaios foram feitos em uma proveta graduada de 1 litro, onde as suspensões foram homogeneizadas em um misturador *Hamilton Beach*®, mostrado na Figura 2.1, e transferidas imediatamente para a proveta, permitindo a sedimentação livre das partículas, conforme ilustrado na Figura 2.2. A partir deste momento, a altura da interface entre a zona clarificada e a zona de sedimentação livre foi registrada manualmente a cada intervalo de tempo, até que a variação da altura de sólidos sedimentados no fundo da proveta não apresentasse variação perceptível.



Figura 2.1 – Misturador *Hamilton Beach*® utilizado na homogeneização das suspensões de barita e de calcita.



Figura 2.2 – Proveta graduada de 1 litro utilizada na avaliação da altura de interface ao longo do tempo.

Os experimentos foram realizados com suspensões aquosas de barita e de calcita, utilizando as concentrações volumétricas iniciais de 6, 7%, 12% e 20%. Todos os ensaios de sedimentação livre foram feitos em triplicata, cujos valores iniciais de altura de suspensão são descritos na Tabela 2.1 e a média dos valores experimentais medidos ao longo do tempo são descritos no Apêndice A juntamente com os erros relativos das simulações.

Tabela 2.1 – Valores iniciais das alturas de suspensão na proveta graduada e do tempo total das sedimentações em batelada.

Concentração volumétrica (%)	Barita		Calcita	
	Altura (m)	Tempo (s)	Altura (m)	Tempo (s)
0,067	0,322	3000	0,329	3600
0,120	0,325	3600	0,325	4200
0,200	0,325	4800	0,326	9000

As densidades médias da barita e da calcita foram medidos através de teste de picnometria e os diâmetros médios de partículas de cada mineral foram avaliados em um analisador de tamanho de partículas *Malvern*®, como mostra a Figura 2.3.

O gráfico da distribuição granulométrica da barita é apresentado na Figura 2.4 e o da calcita na Figura 2.5. Os resultados obtidos para o diâmetro médio de partículas e a densidade dos sólidos são mostrados na Tabela 2.2.



Figura 2.3 – Analisador de tamanho de partículas *Malvern*® utilizado na análise granulométrica da barita e da calcita.

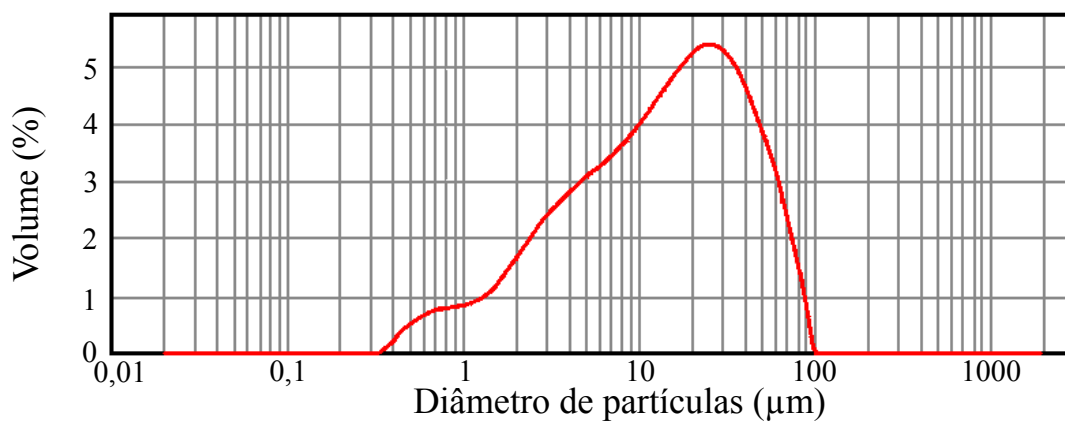


Figura 2.4 – Distribuição granulométrica da barita utilizada nos ensaios de sedimentação.

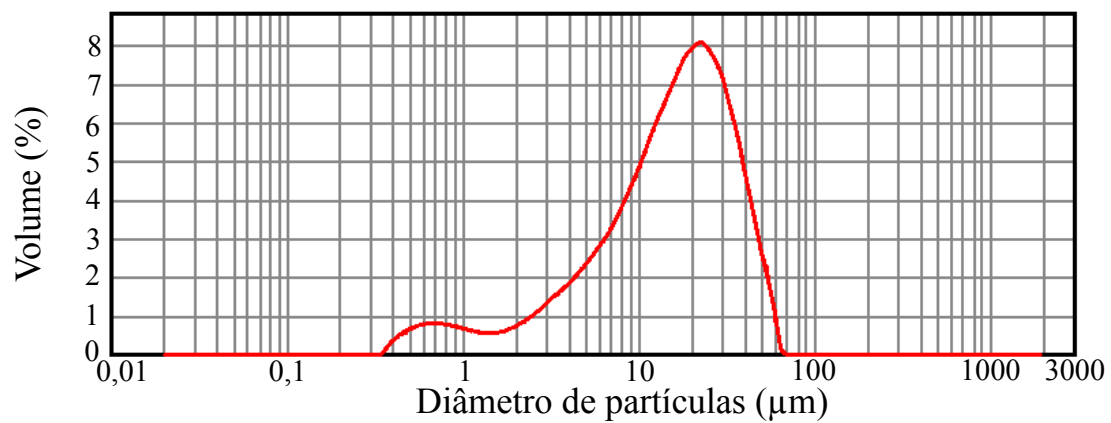


Figura 2.5 – Distribuição granulométrica da calcita utilizada nos ensaios de sedimentação.

Tabela 2.2 – Propriedades físicas da barita e da calcita.

Sólido	Densidade ( $g \cdot cm^{-3}$ )	Diâmetro médio ( $\mu m$ )		
		$d_{[4,3]}$	$d_{[3,2]}$	$d_{50}$
Barita	$3,92 \pm 0,06$	21,045	5,321	14,797
Calcita	$2,78 \pm 0,06$	18,795	6,018	16,795

## 2.2 Ensaios de sedimentação em batelada para o fluido BR-Mul

A avaliação da sedimentação do fluido de perfuração BR-Mul foi realizado pela Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia por Fagundes (2015), com dois fluidos BR-Mul de diferentes concentrações volumétricas iniciais de sólidos. O fluido BR-Mul é composto por uma mistura de água e n-parafina na fase líquida e principalmente de barita na fase sólida.

Foram efetuados no total três experimentos com duração de 29 dias, 124 dias e 365 dias respectivamente. Os experimentos de 29 dias e 124 dias utilizaram o fluido BR-Mul com as propriedades físicas descritas na Tabela 2.3 e o experimento de 365 dias com as propriedades físicas mostradas na Tabela 2.4.

Tabela 2.3 – Parâmetros da suspensão de BR-Mul nos experimentos de 29 dias e 124 dias.

Variável	Valor	Unidade
$\rho_L$	1060	$kg \cdot m^{-3}$
$\rho_s$	3600	$kg \cdot m^{-3}$
$d_s$	25	$\mu m$
$c_0$	0,086	$rad$
$L$	0,27	$m$

Tabela 2.4 – Parâmetros da suspensão de BR-Mul no experimento de 365 dias.

Variável	Valor	Unidade
$\rho_L$	1146	$kg \cdot m^{-3}$
$\rho_s$	4500	$kg \cdot m^{-3}$
$d_s$	25	$\mu m$
$c_0$	0,140	$rad$
$L$	0,21	$m$

O equipamento utilizado para a obtenção destes valores é visto na Figura 1.8 e os valores finais de concentração volumétrica local de sólidos em relação à altura da pro-

veta graduada que foram avaliados nos três ensaios de sedimentação são mostrados na Tabela 2.5.

Após o término do experimento de 365 dias, é possível visualizar uma região de clarificado no topo da proveta graduada, porém esta região é bastante turva, conforme a Figura 2.6.

Tabela 2.5 – Valores de concentração volumétrica local de sólidos no fluido BR-Mul.

Altura (m)	Experimento de 29 dias	Experimento de 124 dias	Experimento de 365 dias
0,005	0,0968	—	0,1924
0,010	0,0900	—	0,1916
0,015	—	0,1074	—
0,020	—	0,1047	0,1874
0,030	—	—	0,1836
0,040	—	0,0903	0,1777
0,050	—	0,0845	—
0,060	—	—	0,1697
0,080	—	—	0,1588
0,120	0,0859	—	0,1445
0,160	—	—	0,1387
0,180	—	—	0,0030
0,190	—	0,0801	—
0,200	—	—	0,0048
0,210	—	-0,0147	—
0,240	0,0857	—	—

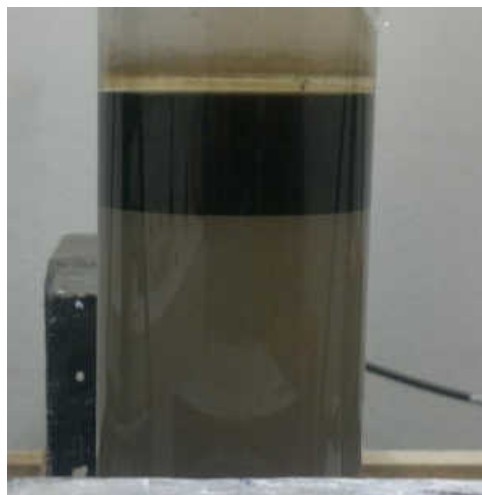


Figura 2.6 – Zona de clarificado após o término do experimento de sedimentação em batelada de 365 dias (FAGUNDES, 2015).

## 2.3 Métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais parciais

As equações diferenciais parciais surgem com muita frequência durante o processo de modelagem matemática de fenômenos físicos. Um exemplo deste tipo de modelo é a lei de conservação representada pela Equação 2.1, que é representada por uma equação diferencial parcial hiperbólica, cuja variável dependente é função do tempo e do espaço. Para a resolução deste tipo de equação, deve-se fornecer uma condição inicial para cada ponto espacial e possivelmente algumas condições de contorno, se o domínio espacial for fechado.

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(u(x, t))}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

Para assegurar a estabilidade de qualquer método utilizado para resolver uma equação diferencial hiperbólica, a condição de Courant-Friedrichs-Lewy, representada na Equação 2.2, deve ser satisfeita.

$$\left| \frac{\lambda_p \Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad (2.2)$$

Onde  $\lambda_p$  são os autovalores da lei de conservação,  $\Delta t$  é o intervalo de tempo e  $\Delta x$  é o espaçamento entre as células da malha.

### 2.3.1 Método de Lax-Friedrichs

O método proposto por Lax (1954) para a resolução de uma equação hiperbólica não-linear, escrita conforme a Equação 2.1, é bastante simples e tem como forma a Equação 2.3. A principal vantagem do método é a não necessidade de resolver problemas de Riemann a cada intervalo de tempo. No entanto, o método de Lax-Friedrichs introduz uma difusão numérica artificial, que gera resultados numéricos insatisfatórios, exceto quando  $\Delta x \rightarrow 0$ .

$$u_i^{n+1} = \frac{1}{2} (u_{i-1}^n + u_{i+1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (f(u_{i+1}^n) - f(u_{i-1}^n)) \quad (2.3)$$

### 2.3.2 Problema de Riemann

Segundo LeVeque (1992), o problema de Riemann consiste na resolução da lei de conservação com valores iniciais particulares e de dois estados constantes separados por uma descontinuidade.

#### 2.3.2.1 Solução exata do problema de Riemann para a equação de advecção

Quando a lei de conservação é uma equação de advecção, exemplificada pela Equação 2.4, as curvas características se tornam constantes, conforme ilustrado na Figura 2.7 e a solução

da equação de advecção varia de acordo com o sentido das curvas características, conforme mostrado na Figura 2.8.

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial u(x, t)}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

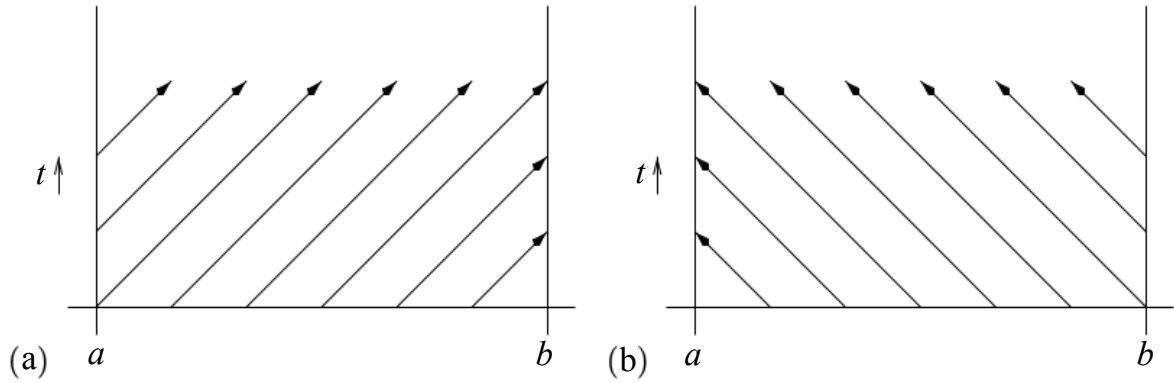


Figura 2.7 – Curvas características da equação de advecção: (a) Quando a constante  $m$  for positiva; (b) Quando a constante  $m$  for negativa (LEVEQUE, 2002).

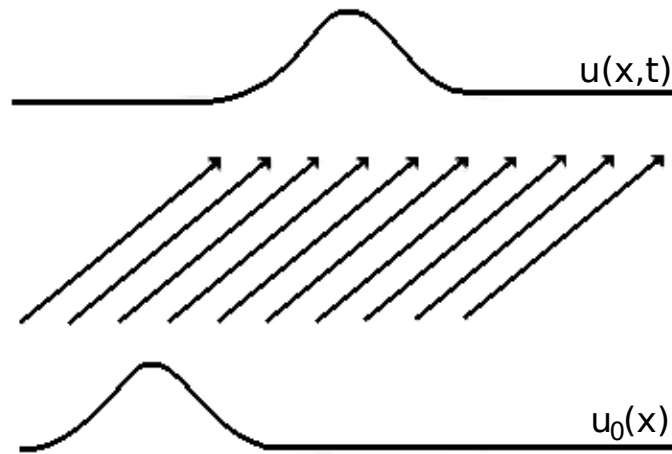


Figura 2.8 – Curvas características e solução da equação de advecção para a constante  $m$  positiva (LEVEQUE, 1992).

A solução exata da equação de advecção, com condição inicial  $u(x, 0)$  e com condição de contorno  $u(a, t)$  em  $x = a$  é dada pela Equação 2.5.

$$u(x, t) = \begin{cases} u(a, t) \left( t - \frac{(x-a)}{m} \right) & \text{se } a < x < a + m(t - t_0) \\ u(x, 0) (x - m(t - t_0)) & \text{se } a + m(t - t_0) < x < b \end{cases} \quad (2.5)$$

### 2.3.2.2 Solução exata do problema de Riemann para a lei de conservação não-linear

Quando a lei de conservação é uma equação diferencial hiperbólica não-linear, exemplificada na Equação 2.1, a solução ao longo das curvas características depende da relação entre o valor do fluxo de entrada na interface  $i - \frac{1}{2}$ , e do valor do fluxo de saída na interface  $i + \frac{1}{2}$ , em cada célula  $I = [i - \frac{1}{2}, i + \frac{1}{2}]$ , e cujos valores dependem de  $u_L$  e  $u_R$ , conforme o exemplo na Equação 2.6 para uma descontinuidade em  $x = 0$ .

$$u(x, 0) = \begin{cases} u_L & x < 0 \\ u_R & x > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Dependendo dos valores de  $u_L$  e  $u_R$ , o problema de Riemann pode ser resolvido através de inúmeras soluções fracas (*weak solutions*), e algumas delas podem gerar soluções sem sentido físico. Por isso é necessário avaliar cada caso, de acordo com os valores de  $u_L$  e  $u_R$ .

caso  $u_L > u_R$

Neste caso, existe uma única solução fraca, que gera uma onda de choque de acordo com a Figura 2.9, e cuja solução é dada pela Equação 2.7. O valor de  $s$  é a velocidade de choque na qual a descontinuidade avança, mostrada na Equação 2.8.

$$u(x, t) = \begin{cases} u_L & x < st \\ u_R & x > st \end{cases} \quad (2.7)$$

$$s = \frac{f(u_L) - f(u_R)}{u_L - u_R} \quad (2.8)$$

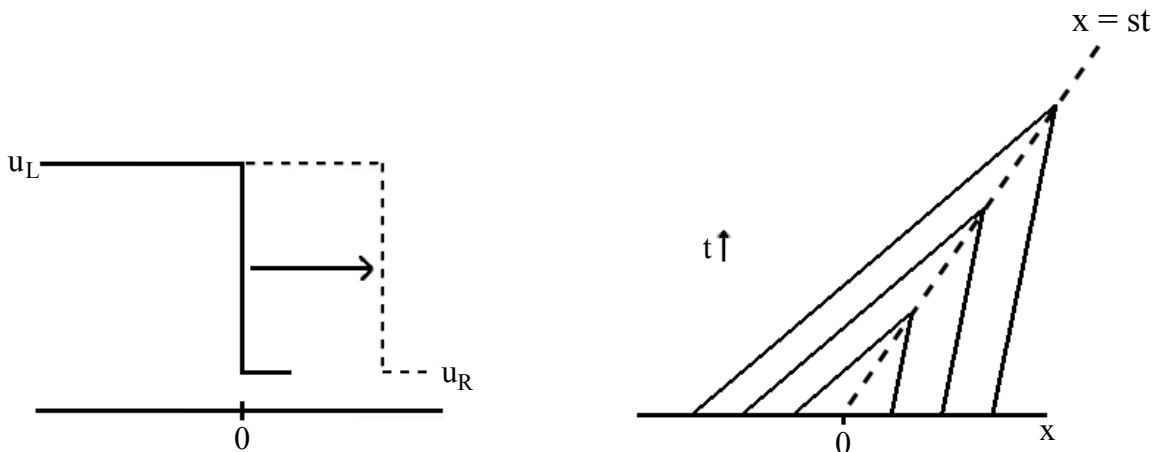


Figura 2.9 – Onda de choque e curvas características da solução fraca (LEVEQUE, 1992).



caso  $u_L < u_R$

Neste caso existem infinitas soluções fracas, e uma dessas soluções é obtida de maneira semelhante ao caso anterior. Porém, esta solução é instável para perturbações, porque as curvas características se afastam da região de choque, gerando uma violação de entropia, conforme descrito pela Figura 2.10.

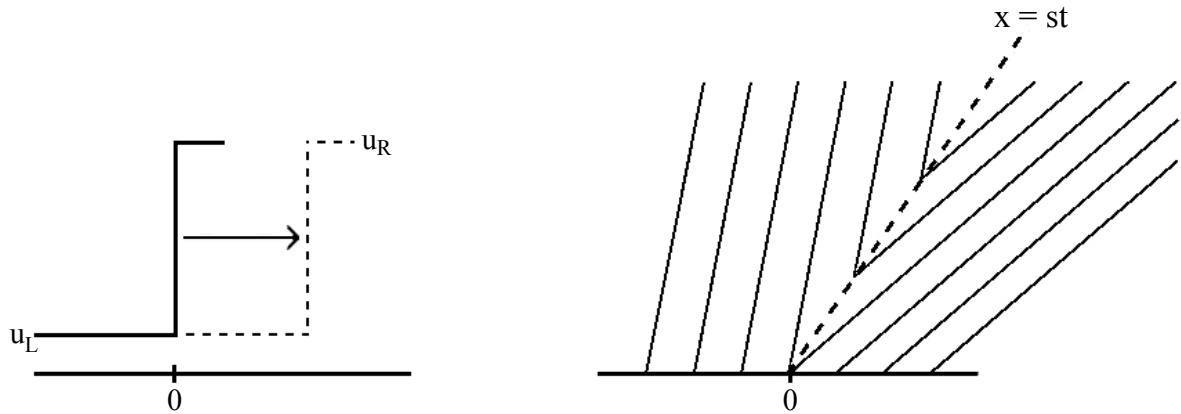


Figura 2.10 – Onda de choque com violação de entropia e curvas características para uma solução fraca instável (LEVEQUE, 1992).

A melhor solução fraca para este problema é através do conceito de ondas de rarefação, que é estável para perturbações, conforme a Figura 2.11, e cujos valores desta solução fraca são descritos na Equação 2.9.

$$u(x, t) = \begin{cases} u_L & x < u_L t \\ \frac{x}{t} & u_L t \leq x \leq u_R t \\ u_R & x > u_R t \end{cases} \quad (2.9)$$

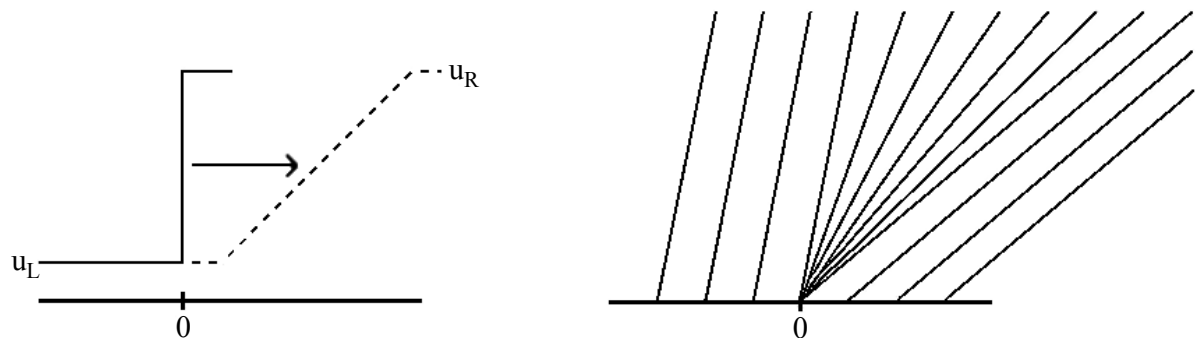


Figura 2.11 – Onda de rarefação e curvas características de uma solução fraca (LEVEQUE, 1992).

### 2.3.3 Método de Godunov

O método proposto por Godunov (1959) é uma extensão do modelo *upwind* aplicado para leis de conservação não-lineares. A principal dificuldade na aplicação do método é a resolução de problemas de Riemann em cada célula do domínio para todos os intervalos de tempo, como mostra a Figura 2.12.

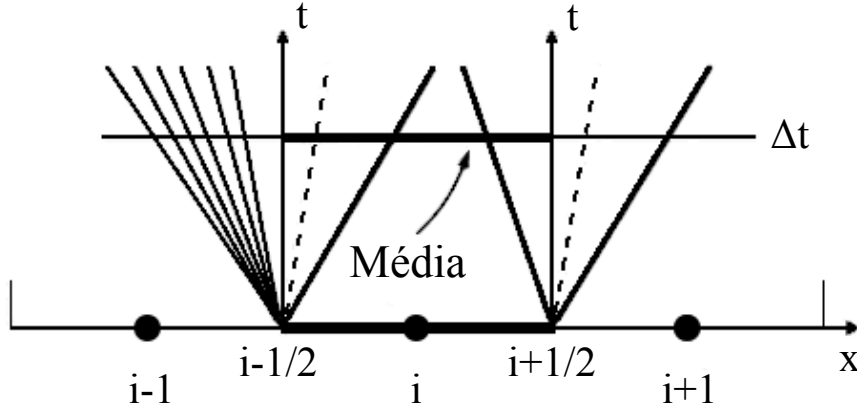


Figura 2.12 – Aproximação de Godunov da solução local para o problema de Riemann dentro de uma célula  $I_i$  em um dado tempo. Adaptado de (TORO, 2009).

A forma conservativa do método de Godunov é apresentada na Equação 2.10.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F(\hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n)) - F(\hat{u}(u_{i-1}^n, u_i^n))] \quad (2.10)$$

Onde o termo  $F(\hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n))$  representa a função de fluxo, que varia de acordo com o tipo de solução fraca implementada. Para uma equação diferencial hiperbólica convexa, com  $f''(u(x, t)) = 0$  para  $\forall x$ , existem cinco casos possíveis, dependentes do autovalor da função  $f(u(x, t))$  e da velocidade de choque  $s$ , como mostra a Equação 2.11.

$$\left\{ \begin{array}{ll} f'(u_i^n), f'(u_{i+1}^n) \geq 0 & \hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n) = u_i^n \\ f'(u_i^n), f'(u_{i+1}^n) \leq 0 & \hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n) = u_{i+1}^n \\ f'(u_i^n) \geq 0 \geq f'(u_{i+1}^n) & \hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n) = u_i^n \text{ se } s > 0 \\ f'(u_i^n) \geq 0 \geq f'(u_{i+1}^n) & \hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n) = u_{i+1}^n \text{ se } s < 0 \\ f'(u_i^n) < 0 < f'(u_{i+1}^n) & \hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n) = u_0 \text{ (rarefação transônica)} \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Quando ocorre a rarefação transônica, o valor de  $\hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n)$  será um valor intermediário a  $u_i^n$  e  $u_{i+1}^n$ , desde que  $f'(\hat{u}(u_i^n, u_{i+1}^n)) = 0$ .

### 2.3.4 Métodos TVD

Um método TVD (*Total variation diminishing*) garante que a variação total dos valores iniciais não aumenta ao longo do tempo para todos os valores de  $u^n$  (LEVEQUE,

1992), conforme a Equação 2.12. Esta exigência permite a convergência de um método numérico consistente e conservativo.

$$TV(u^{n+1}) \leq TV(u^n) \quad (2.12)$$

#### 2.3.4.1 Funções limitadoras de fluxo para métodos *upwind*

O objetivo principal de uma função limitadora de fluxo é aumentar a precisão de um método e garantir as propriedades de um método TVD. A região na qual a função limitadora de segunda ordem no espaço deve passar é mostrada na Figura 2.13, e depende dos valores da razão de fluxo  $r_{i\pm\frac{1}{2}}$  em cada extremidade da célula  $I = [i - \frac{1}{2}, i + \frac{1}{2}]$ , de acordo com a Equação 2.13.

$$r_{i+\frac{1}{2}} = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{u_{i+1}^n - u_i^n} \quad (2.13)$$

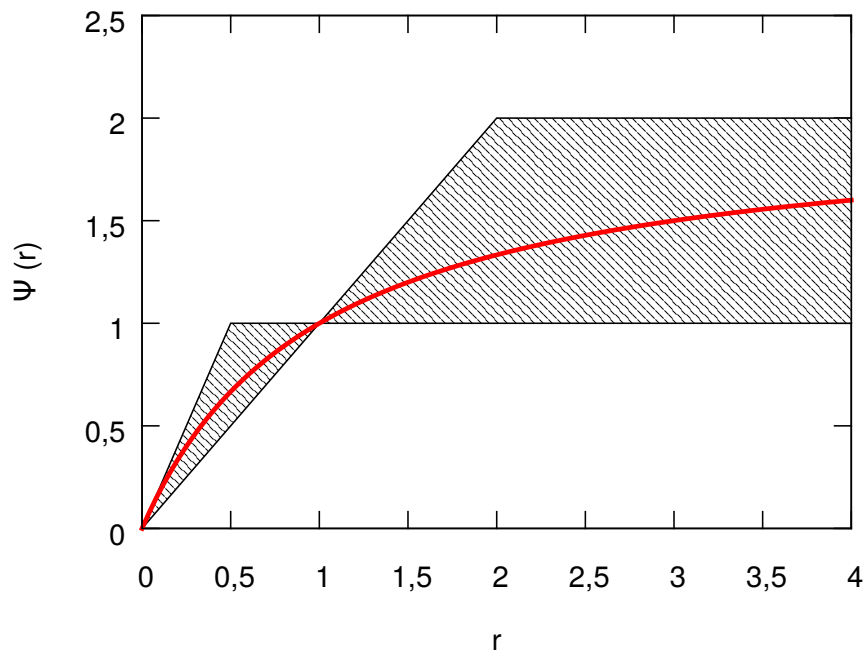


Figura 2.13 – Função limitadora de van Leer e a região onde as funções limitadoras de fluxo são TVDs de segunda ordem. Adaptado de (SWEBY, 1984).

Algumas das principais funções limitadoras de fluxo são mostradas na Tabela 2.6.

#### 2.3.4.2 Esquema MUSCL

Van Leer (1977) introduziu a ideia de modificar os valores constantes no método de primeira ordem de Godunov (1959), como o primeiro passo para obter maior ordem de precisão. Este procedimento é conhecido como MUSCL (*Monotone Upstream-centred Scheme for Conservation Laws*).

Tabela 2.6 – Principais funções limitadoras de fluxo de alta resolução (LEVEQUE, 2002).

Nome	Função
Minmod	$\max(0, \min(1, r))$
Superbee	$\max(0, \min(1, 2r), \min(2, r))$
MC	$\max(0, \min(2, (1+r)/2, 2r))$
van Leer	$\frac{r+ r }{1+ r }$

O modo mais simples de modificar o valor constante  $u_i^n$  em cada célula  $I$ , é através de uma função linear, conforme Equação 2.14.

$$u_i(x) = u_i^n + \frac{(x - x_i)}{\Delta x} \Psi(r) \quad (2.14)$$

Os valores nos extremos de cada célula tem papel fundamental no esquema MUSCL, conforme Equação 2.15, onde  $\Psi(r_{i\pm\frac{1}{2}})$  normalmente representa uma função limitadora de fluxo que possui propriedades do método TVD. A representação desta reconstrução é mostrada na Figura 2.14.

$$u(x, t) = \begin{cases} u_i^L = u_i^n - \frac{1}{2} \Psi(r_{i-\frac{1}{2}}) \\ u_i^R = u_i^n + \frac{1}{2} \Psi(r_{i+\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (2.15)$$

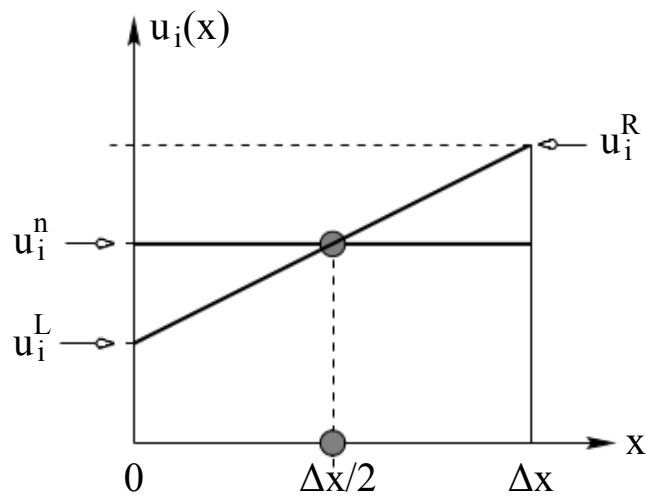


Figura 2.14 – Reconstrução linear dos valores em uma célula  $I$  através de MUSCL (TORO, 2009).

### 2.3.4.3 O método de MUSCL–Hancock (MHM)

Neste método, os valores dos extremos de cada célula,  $u_i^L$  e  $u_i^R$ , obtidos através do esquema MUSCL, são extrapolados utilizando a Equação 2.16. O objetivo é manter esses valores constantes dentro da célula  $I = [i - \frac{1}{2}, i + \frac{1}{2}]$ , de acordo com a Figura 2.15.

$$u(x, t) = \begin{cases} \bar{u}_i^L = u_i^L + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} [f(u_i^L) - f(u_i^R)] \\ \bar{u}_i^R = u_i^R + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} [f(u_i^L) - f(u_i^R)] \end{cases} \quad (2.16)$$

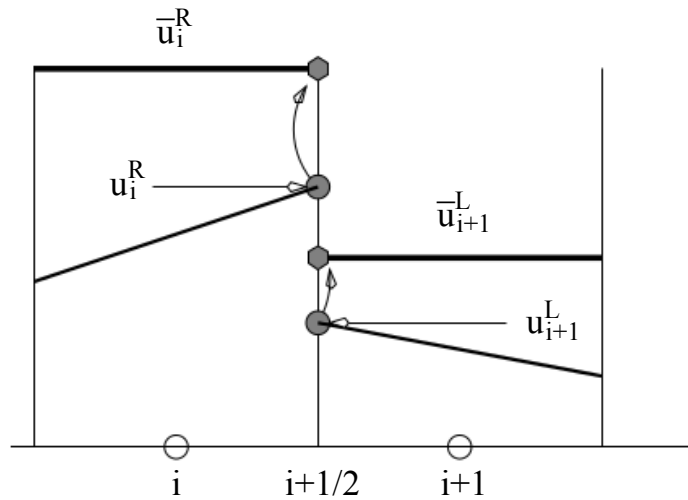


Figura 2.15 – Valores extrapolados de  $u_i^R$  e  $u_{i+1}^L$  em cada interface  $i + \frac{1}{2}$  (TORO, 2009).

Estes valores obtidos são utilizados analogamente ao método de primeira ordem de Godunov (1959). Porém, ao invés dos valores médio de cada célula, os fluxos de entrada e de saída são calculados com os valores obtidos nas fronteiras, como mostra a Equação 2.17.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F(\hat{u}(\bar{u}_i^R, \bar{u}_{i+1}^L)) - F(\hat{u}(\bar{u}_{i-1}^R, \bar{u}_i^L))] \quad (2.17)$$

### 2.3.5 Método das linhas

O método das linhas é um procedimento numérico no qual as derivadas parciais espaciais de uma equação diferencial parcial são aproximadas algebricamente, normalmente através de diferenças finitas (SCHIESSER; GRIFFITHS, 2009).

As equações diferenciais resultantes somente são independentes de uma variável com uma condição inicial, sendo geralmente a variável tempo nas aplicações físicas. Deste modo, a aproximação pelo método das linhas substitui um sistema de equações diferenciais parciais por um sistema de equações diferenciais ordinários com condições iniciais (SCHIESSER; GRIFFITHS, 2009).



## 3 Modelagem matemática

A modelagem matemática dos processos de sedimentação investigados neste trabalho consiste de um sistema de equações diferenciais parciais (EDPs), representado pelas equações de conservação da massa e de movimento, além de correlações empíricas e constitutivas para descrever forças viscosas, de interação e de arrasto. Portanto, neste capítulo é apresentado o equacionamento utilizado para as fases de sólidos e de líquido, além das forças de interação entre estas fases, e os parâmetros destas equações.

### 3.1 Equações de conservação de massa

As equações de conservação de massa podem ser expressas em função da concentração volumétrica  $c$  e das velocidades das fases individuais (SHOOK; ROCO, 1991). A equação de conservação de massa para a fase sólida é dada pela Equação 3.1 e para a fase líquida pela Equação 3.2.

$$\frac{\partial (c\rho_s)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (c\rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial [(1-c)\rho_L]}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(1-c)\rho_L \vec{v}_L] = 0 \quad (3.2)$$

Para o escoamento bidimensional transiente, considerando que as densidades da fase sólida e da fase líquida são constantes ao longo do tempo, as equações de conservação de massa em duas dimensões, para cada uma das duas fases, podem ser descritas pela Equação 3.3 e pela Equação 3.4, respectivamente.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -c \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} - v_{sy} \frac{\partial c}{\partial y} - c \frac{\partial v_{sz}}{\partial z} - v_{sz} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial (1-c)}{\partial t} = -(1-c) \frac{\partial v_{Ly}}{\partial y} + v_{Ly} \frac{\partial c}{\partial y} - (1-c) \frac{\partial v_{Lz}}{\partial z} + v_{Lz} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.4)$$

### 3.2 Equações do movimento

As equações do movimento para as partículas e para o fluido são dadas pela Equação 3.5 e pela Equação 3.6. Nestas equações, as forças de interações entre as fases são modelados separadamente porque elas atuam em diferentes partes da superfície de contorno do volume de controle (SHOOK; ROCO, 1991).

$$\frac{D(c\rho_s \vec{v}_s)}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot (c\rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\vec{\nabla} (cP) + c\rho_s \vec{g} + c \left( \vec{f}_{sL} + \vec{f}_{ss} + \vec{f}_{sw} \right) \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{D[(1-c)\rho_L \vec{v}_L]}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot [(1-c)\rho_L \vec{v}_L \vec{v}_L] = \\ & -\vec{\nabla} [(1-c)P] + (1-c)\rho_L \vec{g} + (1-c) \left( \vec{f}_{Ls} + \vec{f}_{LL} + \vec{f}_{Lw} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para um problema transiente bidimensional, as equações do movimento para as duas fases se transformam em quatro equações, duas para cada componente, de acordo com a Equação 3.7 e a Equação 3.8.

$$\begin{cases} \frac{\partial v_{sy}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_s c} \left( c \frac{\partial P}{\partial y} - P \frac{\partial c}{\partial y} \right) - g_y + \frac{1}{\rho_s} (f_{sL}^y + f_{ss}^y + f_{sw}^y) - v_{sy} \frac{\partial v_{sz}}{\partial z} - v_{sz} \frac{\partial v_{sy}}{\partial z} \\ \frac{\partial v_{sz}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_s c} \left( c \frac{\partial P}{\partial y} - P \frac{\partial c}{\partial y} \right) - g_z + \frac{1}{\rho_s} (f_{sL}^z + f_{ss}^z + f_{sw}^z) - v_{sz} \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} - v_{sy} \frac{\partial v_{sz}}{\partial y} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L (1-c)} \left( (1-c) \frac{\partial P}{\partial y} - P \frac{\partial c}{\partial y} \right) - g_y + \frac{1}{\rho_L} (f_{Ls}^y + f_{LL}^y + f_{Lw}^y) \\ \quad - v_{Ly} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial z} - v_{Lz} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial z} \\ \frac{\partial v_{Lz}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L (1-c)} \left( (1-c) \frac{\partial P}{\partial z} - P \frac{\partial c}{\partial z} \right) - g_z + \frac{1}{\rho_L} (f_{Ls}^z + f_{LL}^z + f_{Lw}^z) \\ \quad - v_{Lz} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial y} - v_{Ly} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial y} \end{cases} \quad (3.8)$$

### 3.2.1 Forças de interação

As forças de interação presentes na Equação 3.7 e na Equação 3.8 são descritas a seguir. As forças de interação entre líquido-parede  $\vec{f}_{Lw}$  e sólidos-parede  $\vec{f}_{sw}$  são desconsideradas porque as forças interfaciais são predominantes, a menos que a concentração volumétrica seja muito baixa ou o diâmetro das partículas seja muito grande.

#### 3.2.1.1 Força de interação entre sólidos e líquido

A força de interação entre as fases sólido e líquido depende do valor da força de arrasto  $F_D$ . Devido ao efeito de população nas partículas circundantes, que se aglomeram e aumentam progressivamente o valor da força de arrasto, é necessária a modificação desta equação. Através dos resultados experimentais de Richardson e Zaki (1954) é obtida a força de arrasto para partículas esféricas isométricas nestas condições, conforme a Equação 3.9.

$$\vec{F}_D = \frac{C_{Ds} \rho_L (\vec{v}_L - \vec{v}_s) A_p}{2d_s (1-c)^{1,7}} |\vec{v}_L - \vec{v}_s| \quad (3.9)$$

A força de interação sólido-líquido é proporcional á força de arrasto por unidade de volume. Dividindo a Equação 3.9 pelo volume da esfera, obtém-se a Equação 3.10.

$$\vec{f}_{sL} = \frac{3C_{Ds} \rho_L (\vec{v}_L - \vec{v}_s)}{4d_s (1-c)^{1,7}} |\vec{v}_L - \vec{v}_s| \quad (3.10)$$



### 3.2.1.2 Força de interação entre líquido e sólidos

A força de interação líquido-sólido é causada pela força de interação da fase sólida em uma unidade de volume. O somatório das forças de interação interfaciais por unidade de volume da suspensão são nulas, conforme a Equação 3.11.

$$c \vec{f}_{sL} + (1 - c) \vec{f}_{Ls} = 0 \quad (3.11)$$

Substituindo a Equação 3.10 na Equação 3.11, obtém-se a Equação 3.12.

$$\vec{f}_{Ls} = -c \frac{3C_{Ds}\rho_L (\vec{v}_L - \vec{v}_s)}{4d_s(1 - c)^{2,7}} |\vec{v}_L - \vec{v}_s| \quad (3.12)$$

### 3.2.1.3 Forças de interação entre mesma fase

Quando a concentração volumétrica aumenta, a força sólido-sólido se torna significativa e deve ser adicionada à equação do movimento. Por outro lado, a força líquido-líquido pode ser negligenciada, pois a interação entre as duas fases é predominante.

No entanto, à medida que a concentração volumétrica diminui, a força líquido-líquido deve ser considerada em detrimento à força sólido-sólido. A Equação 3.13 demonstra a relação das forças com o tensor de estresse efetivo  $\vec{\tau}$ .

$$\begin{cases} \vec{f}_{ss} = -\frac{1}{c} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_s \\ \vec{f}_{LL} = -\frac{1}{(1 - c)} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_L \end{cases} \quad (3.13)$$

Considerando o comportamento de fluido Newtoniano, a viscosidade relativa da suspensão para a fase sólida é calculada através da correlação de Einstein (1906), escrita na Equação 3.14.

$$\mu_r = 1 + 2,5c \quad (3.14)$$

### 3.2.1.4 Coeficiente de arrasto utilizado nas equações do movimento

O coeficiente de arrasto  $C_{Ds}$  é utilizado nas forças de interação das fases sólida e líquida. Considerando o regime de escoamento de Stokes e o valor do coeficiente adimensional de Reynolds,  $Re_s < 0,2$ , o coeficiente de arrasto para uma partícula é descrito na Equação 3.15.

$$C_{Ds} = \frac{24}{Re_s} \quad (3.15)$$

Onde o número de Reynolds para uma partícula,  $Re_s$  é mostrado na Equação 3.16.

$$Re_s = \frac{d_s(1 - c) |v_L - v_s| \rho_L}{\mu_L} \quad (3.16)$$

### 3.2.2 Tempo de relaxação

Se uma partícula de sólido com velocidade  $v_s$  é introduzida em um fluido de velocidade  $v_L$ , as forças principais que atuam sobre esta partícula são a força de arrasto e a inércia. O processo de aceleração pode ser descrito pela Equação 3.17.

$$(V_p) \frac{d(v_L - v_s)}{dt} = -\vec{F}_D \quad (3.17)$$

Considerando o efeito de população, conforme Richardson e Zaki (1954), a força de arrasto por unidade de volume pode ser reescrito através da Equação 3.10.

O tempo de relaxação para a transferência de momento entre o fluido e a partícula pode ser reescrito na forma disposta pela Equação 3.18 (SHOOK; ROCO, 1991).

$$\frac{d(v_L - v_s)}{dt} = -\frac{(v_L - v_s)}{t_r} \quad (3.18)$$

Substituindo a força de interação sólido-líquido pela derivada na Equação 3.18, o tempo de relaxação  $t_r$  é obtido através da Equação 3.19.

$$t_r = \frac{4 \rho_s d_P (1 - c_0)^{1.7}}{3 \rho_L C_D |v_L - v_s|} \quad (3.19)$$

Se o tempo de relaxação for pequeno comparado ao tempo de outros fenômenos, pode-se considerar que a mistura entre as fases de sólido e de líquido atua como um fluido homogêneo.

## 4 Resultados e Discussões

### 4.1 Escoamento transiente sem presença de sólidos

Para a validação do modelo proposto num escoamento transiente sem a presença de sólidos, ou seja, uma versão simplificada do problema, foi utilizada a Equação 3.8 (repetida abaixo para maior conveniência), considerando o valor de  $c = 0$ .

$$\begin{cases} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L(1-c)} \left( (1-c) \frac{\partial P}{\partial y} - P \frac{\partial c}{\partial y} \right) - g_y + \frac{1}{\rho_L} (f_{Ls}^y + f_{LL}^y + f_{Lw}^z) \\ \quad - v_{Ly} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial z} - v_{Lz} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial z} \\ \frac{\partial v_{Lz}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L(1-c)} \left( (1-c) \frac{\partial P}{\partial z} - P \frac{\partial c}{\partial z} \right) - g_z + \frac{1}{\rho_L} (f_{Ls}^z + f_{LL}^z + f_{Lw}^y) \\ \quad - v_{Lz} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial y} - v_{Ly} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial y} \end{cases}$$

O modelo matemático é utilizado para descrever o problema do escoamento horizontal de um fluido Newtoniano de alta viscosidade, sujeito a um gradiente de pressão linear no interior de um tubo de comprimento  $L$  e diâmetro  $D$ , conforme ilustrado na Figura 4.1. Após algumas manipulações algébricas, o modelo se resume às equações do movimento de Navier-Stokes, de acordo com a Equação 4.1.

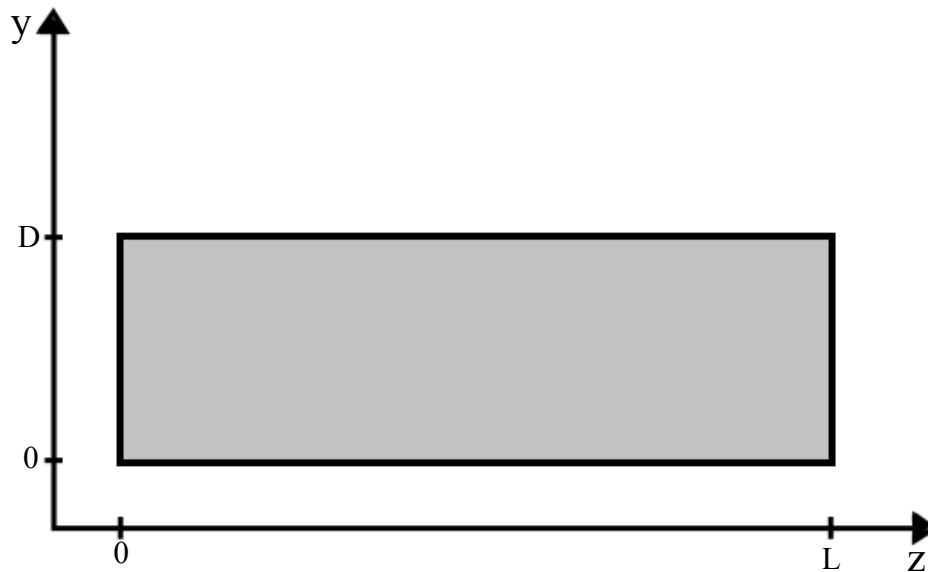


Figura 4.1 – Representação do tubo horizontal de comprimento  $L$  e altura  $D$ .

$$\begin{cases} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial P}{\partial y} + g \cos(\theta) + \frac{\mu_L}{\rho_L} \left( \frac{\partial^2 v_{Ly}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{Ly}}{\partial z^2} \right) - v_{Ly} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial y} - v_{Lz} \frac{\partial v_{Ly}}{\partial z} \\ \frac{\partial v_{Lz}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial P}{\partial z} + g \sin(\theta) + \frac{\mu_L}{\rho_L} \left( \frac{\partial^2 v_{Lz}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{Lz}}{\partial z^2} \right) - v_{Ly} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial y} - v_{Lz} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial z} \end{cases} \quad (4.1)$$

As condições iniciais do modelo de escoamento sem sólidos são dadas na Equação 4.2 e as condições de contorno do sistema na Equação 4.3.

$$\begin{cases} t = 0 & v_{Ly} = v_{Ly0} & 0 < y < D, 0 < z < L \\ t = 0 & v_{Lz} = v_{Lz0} & 0 < y < D, 0 < z < L \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} z = 0 & v_{Ly} = v_{Ly0}, v_{Lz} = v_{Lz0} & \forall t \\ z = L & \frac{\partial v_{Ly}}{\partial z} = 0, \frac{\partial v_{Lz}}{\partial y} = 0 & \forall t \\ y = 0 & v_{Ly} = 0, v_{Lz} = 0 & \forall t \\ y = D & v_{Ly} = 0, v_{Lz} = 0 & \forall t \end{cases} \quad (4.3)$$

Os parâmetros utilizados na Equação 4.1 estão dispostos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados no modelo de escoamento sem sólidos.

Variável	Valor	Unidade
$\mu_L$	0,0620	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$\rho_L$	850,6	$kg \cdot m^{-3}$
$\Delta P_z$	200	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
$v_{Lz0}$	0,1557	$m \cdot s^{-1}$
$v_{Ly0}$	0	$m \cdot s^{-1}$
$L$	10,67	$m$
$D$	0,1016	$m$
$\theta$	0	$rad$

A integração do sistema foi feita até o instante  $t = 120s$  e os perfis de velocidade em diferentes pontos do tubo horizontal são mostrados na Figura 4.2.

$$v_{Lz\infty} = \frac{\Delta P}{2\mu_L L} (y^2 - Dy) \quad (4.4)$$

Para verificar a acurácia da solução numérica do modelo matemático descrito pela Equação 4.1, o perfil de velocidade do escoamento de líquido no instante  $t = 120s$  e na posição  $L = 10,67m$  (final do tubo) foi comparado com a solução analítica, dada pela Equação 4.4 extraída de Bird, Stewart e Lightfoot (2002). A resolução do modelo matemático do processo foi calculada através de um integrador numérico que utiliza o método das linhas e que fornece soluções com grande precisão, como mostra a Figura 4.3.

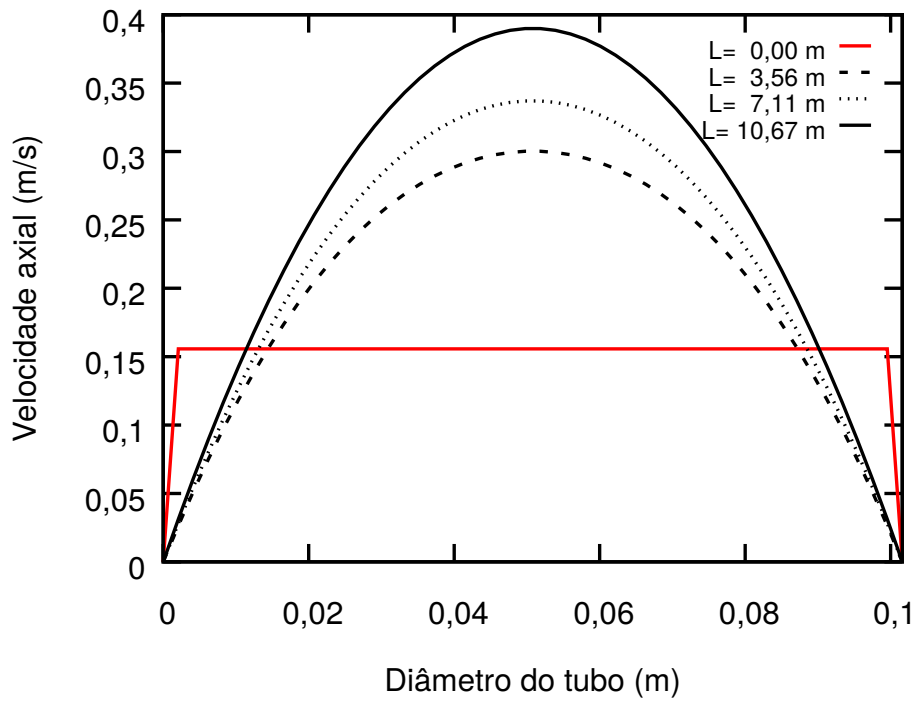


Figura 4.2 – Valores para a velocidade de escoamento axial em diferentes pontos do tubo de comprimento  $L$ .

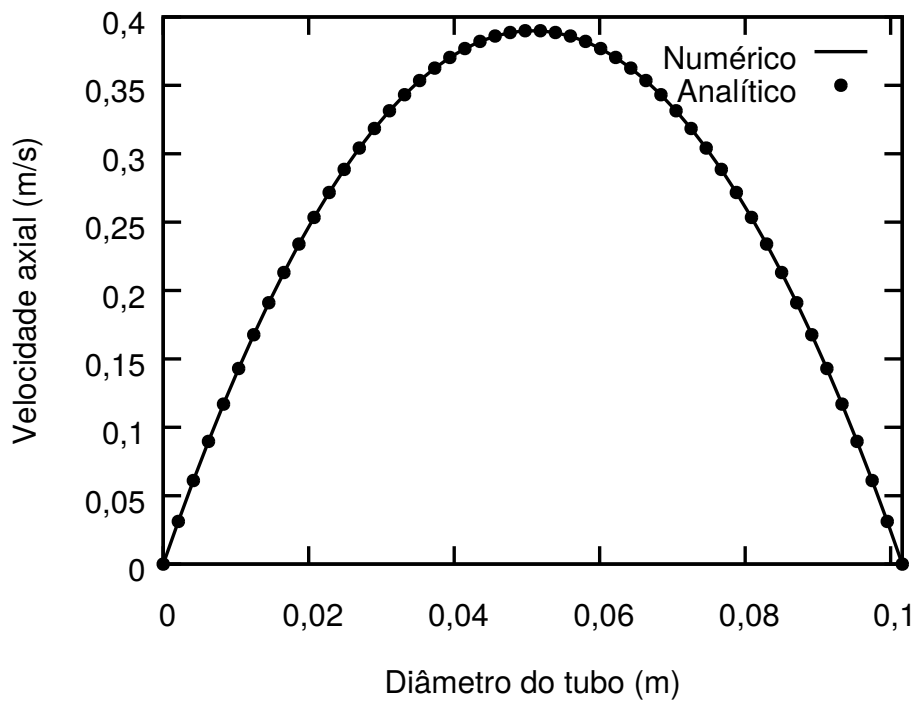


Figura 4.3 – Comparação entre os valores numérico e analítico do perfil de velocidade no final do tubo, no instante  $t = 120$  s.

## 4.2 escoamento transiente com presença de sólidos

### 4.2.1 Tempo de relaxação para uma suspensão de sólidos monodispersos

Com o objetivo de avaliar o escoamento de uma suspensão de sólidos monodispersos, foi elaborado um modelo de transporte hidráulico capaz de prever o tempo necessário no qual as partículas sólidas adquirem a mesma velocidade do líquido na entrada do tubo.

O modelo consiste em duas equações do movimento, onde a fase de sólidos e a fase de líquido são modeladas pela Equação 4.5.

$$\begin{cases} \frac{\partial v_{sy}}{\partial t} = -\frac{1}{c\rho_s} \left[ c \frac{\partial P}{\partial z} + c(f_{sL}^z + f_{ss}^z) \right] \\ \frac{\partial v_{Ly}}{\partial t} = -\frac{1}{(1-c)\rho_L} \left[ (1-c) \frac{\partial P}{\partial z} + (1-c)(f_{Ls}^z + f_{LL}^z) \right] \end{cases} \quad (4.5)$$

As condições iniciais do modelo de escoamento com a presença de sólidos monodispersos são mostrados na Equação 4.6 e as condições de contorno do sistema são as mesmas do problema anterior, ou seja, são descritas pela Equação 4.3.

Os parâmetros utilizados nas equações são iguais aos utilizados para o modelo de escoamento sem sólidos, conforme Tabela 4.1, acrescidos pelos valores do diâmetro médio de partícula e da densidade de sólidos da barita utilizada neste trabalho, de acordo com a Tabela 4.2.

$$\begin{cases} t = 0 & v_{sz} = v_{sz0} & 0 < y < D, z = 0 \\ t = 0 & v_{Lz} = v_{Lz0} & 0 < y < D, z = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Tabela 4.2 – Parâmetros adicionais para o modelo de escoamento com presença de sólidos.

Variável	Valor	Unidade
$d_s$	21,045	$\mu m$
$\rho_s$	3920	$kg \cdot m^{-3}$

As simulações foram feitas utilizando as concentrações volumétricas iniciais de 6,7%, 12% e 20%. Para efeito de comparação, calcularam-se os valores de tempo obtidos através do modelo proposto e com a equação de tempo de relaxação obtida através do balanço das forças de arrasto e de inércia, conforme Equação 3.19.

Os perfis obtidos quando as velocidades dos sólidos se igualam com a velocidade de líquido são mostrados na Figura 4.4, e os valores de tempo obtidos pelo modelo e pela Equação 3.19 são apresentados na Tabela 4.3.

Como o valor do tempo de relaxação das partículas é muito pequeno, tanto no modelo quanto na equação, pode-se considerar que as suspensões de sólidos em líquido se comportam como um fluido homogêneo a partir do tempo inicial.

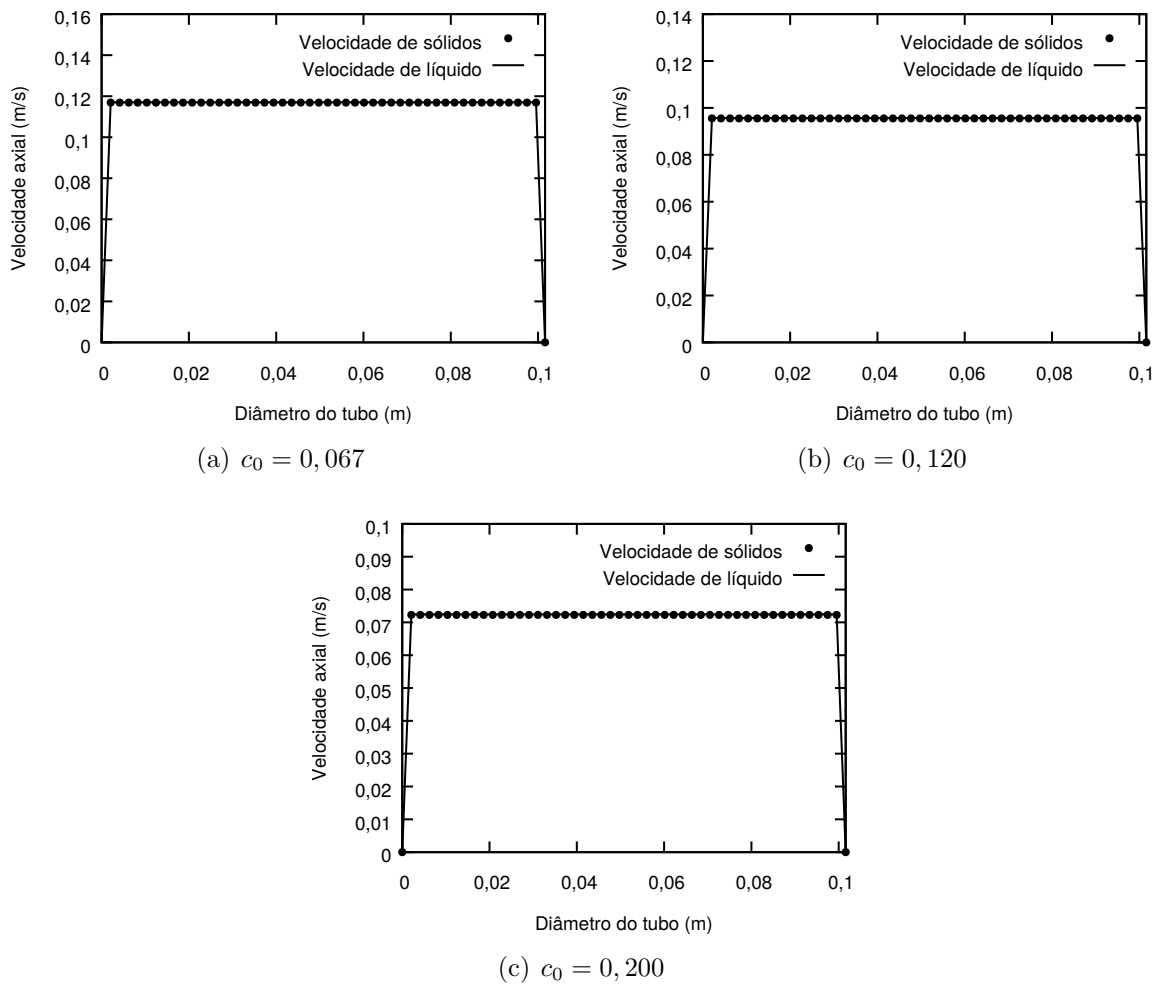


Figura 4.4 – Perfis de velocidade para as três concentrações volumétricas iniciais no instante em que as velocidades das duas fases se igualam.

Tabela 4.3 – Tempo total para que as velocidades das fases sólido e líquido se igualem.

Concentração inicial (%)	Tempo — modelo ( $\mu s$ )	Tempo — Equação 3.19 ( $\mu s$ )
6,7	6,70	1,29
12,0	4,68	1,10
20,0	2,74	0,85

### 4.3 Sedimentação de sólidos adensantes em batelada

O modelo matemático do processo de sedimentação consiste de um sistema de equações diferenciais parciais (EDPs), com duas propostas de solução. A primeira abordagem (subseção 4.3.1) faz uso de modelos conservativos, onde a velocidade relativa entre o sólido e o fluido é somente função da concentração volumétrica do sólido. Baseado nesta teoria é possível descrever o processo através da equação da continuidade, onde a variação espacial da concentração é substituída por funções de densidade de fluxo. Assim, o modelo matemático que descreve o processo de sedimentação é resolvido através de métodos para equações hiperbólicas, como o método de Godunov e o método de Lax-Friedrichs. Na segunda abordagem (subseção 4.3.2), utilizou-se um modelo simplificado composto pela equação da continuidade e a equação do movimento, considerando as forças de interação entre as fases sólido e líquido.

A representação do sistema utilizado na modelagem para a simulação da curva de sedimentação da barita e da calcita em uma proveta graduada está representada na Figura 4.5, e as condições de contorno do sistema são descritos pela Equação 4.7.

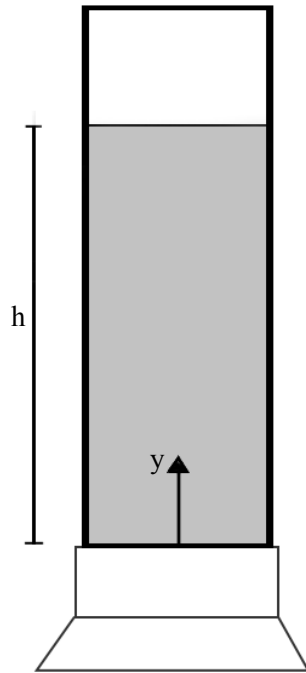


Figura 4.5 – Representação da proveta de altura de suspensão  $h$ , mostrando o referencial do eixo  $y$ .

$$\begin{cases} y < 0 & c = 0, v_{sy} = 0 & \forall t \\ y > h & c = 0, v_{sy} = 0 & \forall t \end{cases} \quad (4.7)$$

As propriedades físicas do fluido são descritas na Tabela 4.4, e a dos sólidos na Tabela 2.2.



Tabela 4.4 – Parâmetros das simulações

Variável	Valor	Unidade
$\rho_L$	1000	$kg \cdot m^{-3}$
$\mu_L$	0,001	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

### 4.3.1 Modelos conservativos

De acordo com a teoria de sedimentação de Kynch (1952), a velocidade relativa entre os sólidos e o fluido é somente função da concentração volumétrica de sólidos. Baseado nesta teoria, é possível descrever o processo através da equação da continuidade, de acordo com a Equação 4.8, cujas condições iniciais são descritas pela Equação 4.9.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial [cv_s(c)]}{\partial y} = 0 \quad (4.8)$$

$$\begin{cases} 0 & y > h \\ c_0 & 0 \leq y \leq h \\ c_{max} & y < 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Utilizando a lei de conservação, foram estudadas quatro funções de densidade de fluxo, que são funções cujo valor é  $f_{bk}(c) = cv_s(c)$  e que possuem ao menos duas raízes reais de valores 0 e  $c_{max}$ , para descrever a concentração volumétrica de sólidos ao longo da altura de uma proveta.

De acordo com Bürger e Tory (2000), as funções de densidade de fluxo possuem as seguintes propriedades destacadas na Equação 4.10. Todas as funções de densidade de fluxo utilizadas nas simulações, são descritas na Tabela 4.5.

$$\begin{cases} f_{bk}(c) < 0 \quad \text{para} \quad 0 < c < c_{max} \\ f_{bk}(0) = f_{bk}(c_{max}) = 0 \\ f'_{bk}(0) < 0 \\ f'_{bk}(c_{max}) > 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

A primeira função de densidade de fluxo foi proposta por Richardson e Zaki (1954) e descreve a velocidade de sólidos dependente da concentração local e da velocidade terminal da partícula, sem levar em conta a porosidade da zona de compactação formada no fundo do recipiente, pois a concentração volumétrica máxima admitida é  $c_{max} = 1$ .

A segunda função de densidade de fluxo, obtida por Michaels e Bolger (1962) relata a mesma dependência, mas impõe uma concentração volumétrica máxima na qual as partículas podem se compactar.

A terceira função de densidade de fluxo, formulada por Shannon, Stroupe e Tory (1963), considera a ocorrência de dupla concavidade no gráfico de fluxo de sólidos, e foi

Tabela 4.5 – funções de densidade de fluxo utilizadas na modelagem computacional.

Número	Autor	Função	$c_{max}$
(1)	Richardson e Zaki (1954)	$f_{bk}(c) = -cv_{\infty} (1 - c)^{4,7}$	1
(2)	Michaels e Bolger (1962)	$f_{bk}(c) = -cv_{\infty} \left(1 - \frac{c}{c_{max}}\right)^{4,7}$	0,5
(3)	Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)	$f_{bk}(c) = v_{\infty}(-0,33843c + 1,37672c^2 - 1,62275c^3 - 0,11264c^4 + 1,11744c^5)$	0,5
(4)	Barton, Li e Spencer (1992)	$f_{bk}(c) = v_0c \left(1 - \frac{c}{c_{max}}\right)^q + v_1c^2 (c_{max} - c)$	0,5

adaptada para incluir a velocidade terminal de Stokes (1851) para uma única partícula, de modo que as densidades de ambas as fases e a viscosidade do fluido possam ser incluídas na resolução da equação da continuidade. Além disso, o último termo da função de densidade foi modificado para que uma das raízes reais do polinômio seja a concentração máxima  $c_{max} = 0,5$ .

A quarta função de densidade de fluxo, reportada por Barton, Li e Spencer (1992) descreve uma equação similar à obtida por Michaels e Bolger (1962), com a adição de um segundo termo, com a finalidade de corrigir a velocidade de queda das partículas com a velocidade de ascensão da fase líquida. Os parâmetros desta equação são descritos na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Parâmetros relacionados a função de densidade de fluxo de Barton, Li e Spencer (1992).

Variável	Valor	Unidade	Descrição
$v_0$	$v_{\infty}$	$ms^{-1}$	Velocidade terminal de uma única partícula (STOKES, 1851)
$v_1$	$v_{\infty}c(1 - c)^{3,7}$	$ms^{-1}$	Velocidade de escoamento de líquido (RICHARDSON; ZAKI, 1954)
$q$	4,7		Constante positiva

A resolução da lei de conservação de massa é feita através de métodos para equações hiperbólicas. A Equação 4.8 foi resolvida através do método de Godunov (1959) e do método de Lax (1954) e Friedrichs (1954), com passo de integração no tempo  $dt = 1s$  e quantidade de células na malha baseado no valor do número de Courant-Friedrichs-Lewy próximo à 1. As simulações foram feitas com as suspensões de barita e de calcita e os resultados obtidos para a sedimentação dos sólidos foram apresentados considerando a concentração volumétrica inicial das suspensões. Foram gerados perfis de concentração

para cada função de densidade de fluxo e a altura da interface entre a zona clarificada e a zona de sedimentação livre foi computada a cada instante de tempo igual ao passo de integração.

#### 4.3.1.1 Resultados da sedimentação de barita

Os resultados da simulação da sedimentação livre da suspensão de barita em uma proveta foram divididos em relação as concentrações volumétricas iniciais  $c_0 = 6,7\%$ ,  $c_0 = 12,0\%$  e  $c_0 = 20,0\%$ . Os gráficos de concentração em relação à altura da proveta exibem 10 perfis de concentração separados por instantes de tempo equivalentes e os gráficos de altura de interface exibem 4 curvas de sedimentação ao longo do tempo, cada uma de acordo com a função de densidade de fluxo utilizada.

##### Concentração volumétrica inicial $c_0 = 0,067$

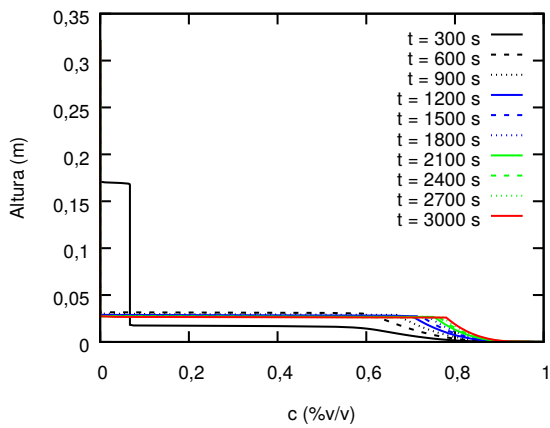
Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,067$ , para cada função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.6. Através desses resultados, é possível verificar a diferença do comportamento dos perfis de concentração e a influência na velocidade com que a interface se desloca ao longo tempo, conforme ilustra a Figura 4.7.

De todos os resultados, o modelo de Richardson e Zaki (1954) apresenta o menor tempo de sedimentação e a menor altura de interface. Esse comportamento pode ser justificado pela consideração da concentração volumétrica máxima na qual esta função de densidade de fluxo é modelada,  $c_{max} = 1$ , enquanto que as outras funções de densidade de fluxo simularam as alturas finais de interface em um posição mais elevada.

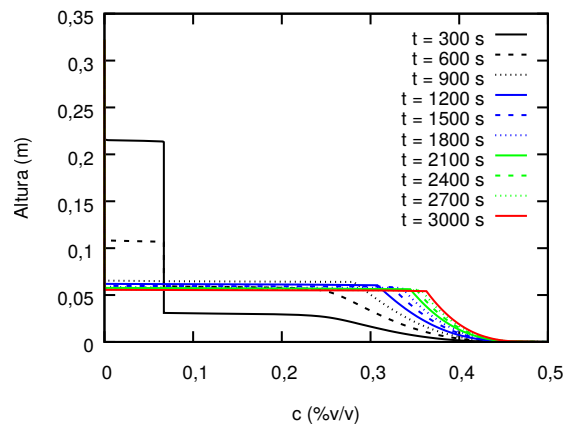
Através da Figura 4.7, é possível verificar que as funções de densidade de fluxo de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) apresentaram os melhores resultados em comparação aos valores experimentais, e que a função de Shannon, Stroupe e Tory (1963) apresentou um resultado de sedimentação tardio, mas com a altura final da interface um pouco menor que o valor experimental e maior que a altura de interface obtida pela função de densidade de fluxo de Richardson e Zaki (1954).

Nestes resultados, percebe-se que existe uma diferença nos resultados obtidos com o método de Godunov (1959) e com o método de Lax (1954). Esta variação se deve à difusividade artificial presente no método de Lax-Friedrichs, e que exhibe resultados que não têm sentido físico para o problema da sedimentação, como é possível constatar com o aumento da altura de interface depois de atingida a altura de interface final.

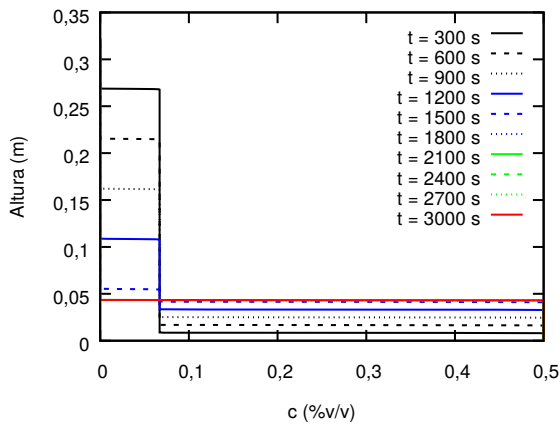
Na Tabela A.1, estão apresentados os erros relativos obtidos pelos quatro modelos em vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,067$  para a barita.



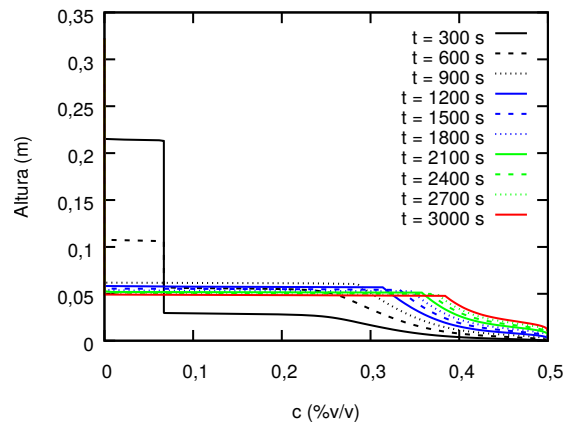
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)

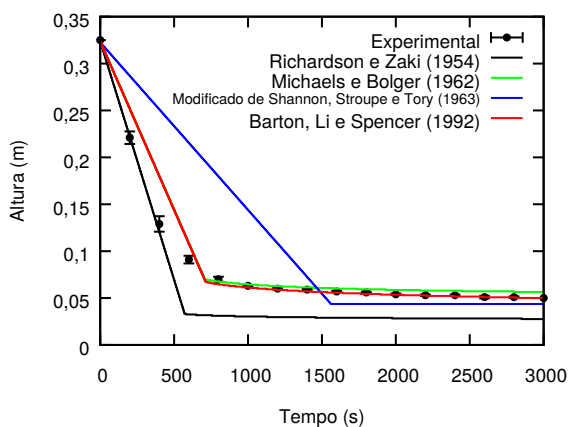


(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)

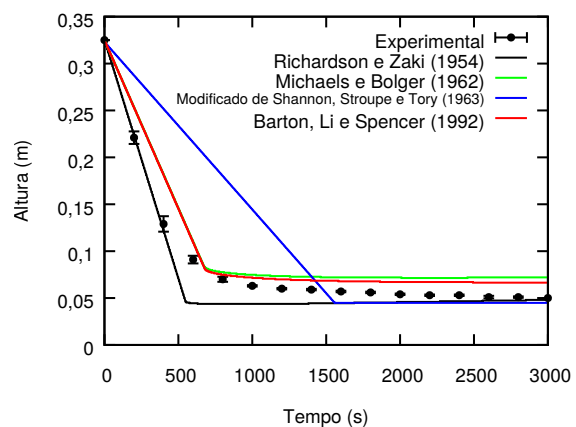


(d) Barton, Li e Spencer (1992)

Figura 4.6 – Perfis de concentração para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,067$ .



(a) Método de Godunov (1959)



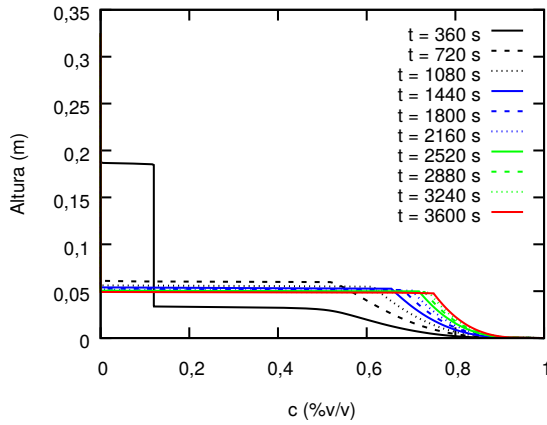
(b) Método de Lax (1954)

Figura 4.7 – Alturas de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,067$ .

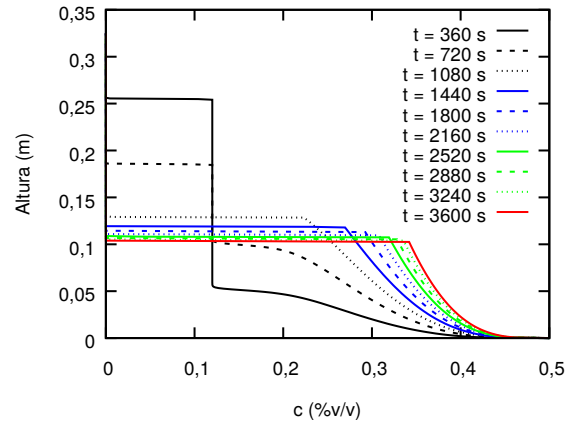
Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,120$

Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,120$  para cada função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.8. Através desses resultados, é possível verificar

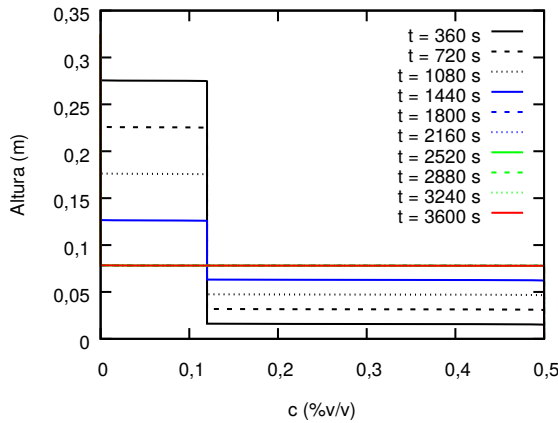
que o comportamento dos perfis de concentração mantiveram a mesma tendência que foi observada nas simulações com  $c_0 = 0,067$ .



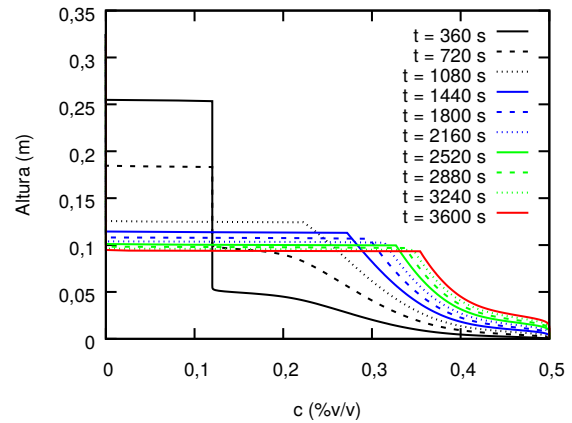
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)



(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)



(d) Barton, Li e Spencer (1992)

Figura 4.8 – Perfis de concentração para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,120$ .

Ao observar a Figura 4.9, é possível perceber que as funções de densidade de fluxo de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) novamente obtiveram os melhores resultados para a estimação da altura de interface, e que nesta concentração volumétrica, a função de densidade de fluxo de Shannon, Stroupe e Tory (1963) conseguiu prever com maior precisão o comportamento da queda de altura da interface até a zona de concentrações variáveis.

Na Tabela A.2, são apresentados os erros relativos obtidos pelos quatro modelos em vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,120$  para a barita.

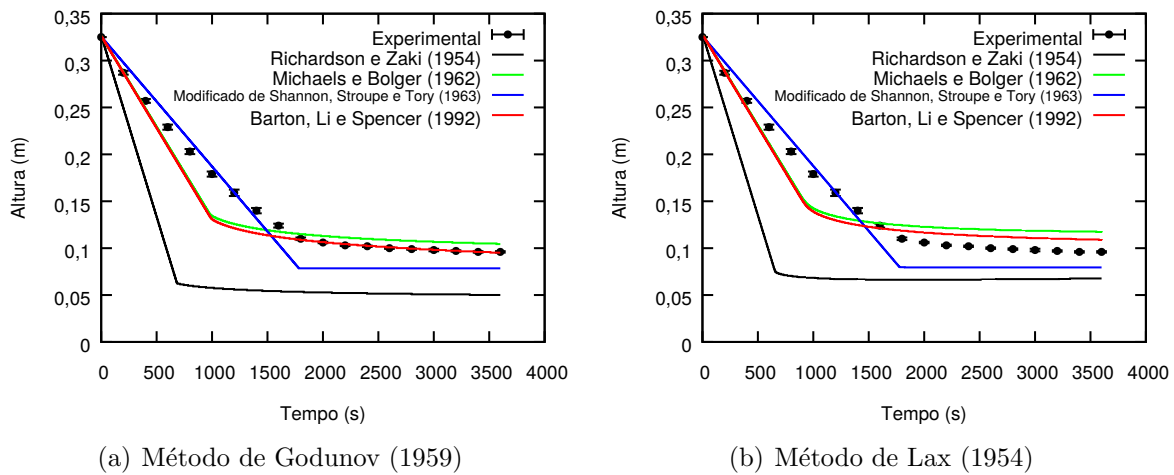


Figura 4.9 – Altura de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,120$ .

#### Concentração volumétrica inicial $c_0 = 0,200$

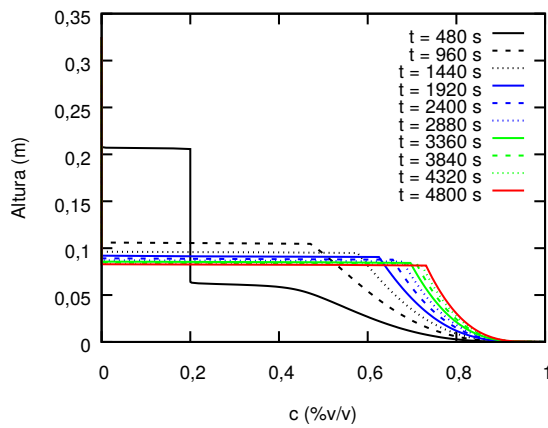
Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,200$  para cada função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.10. Através desses resultados, é possível verificar que o comportamento dos perfis de concentração mantiveram a mesma tendência das concentrações volumétricas iniciais anteriores.

De acordo com a Figura 4.11, as funções de densidade de fluxo de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) foram as únicas funções que obtiveram resultados satisfatórios para a simulação da altura de interface ao longo do tempo, apesar da diferença observada na queda da altura de interface nos primeiros 3000 segundos.

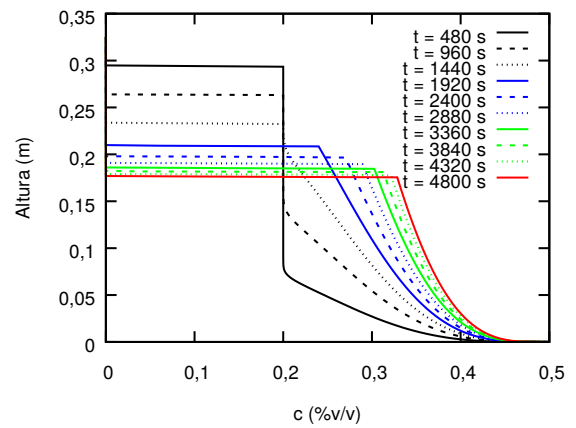
Em relação aos modelos de Shannon, Stroupe e Tory (1963) e de Richardson e Zaki (1954), estes apresentaram altos desvios para o cálculo da altura de interface e não mostraram ser capazes de prever o comportamento correto da sedimentação da barita.

Na Tabela A.3, é possível verificar a diferença dos erros relativos obtidos pelos quatro modelos em vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$  para a barita.

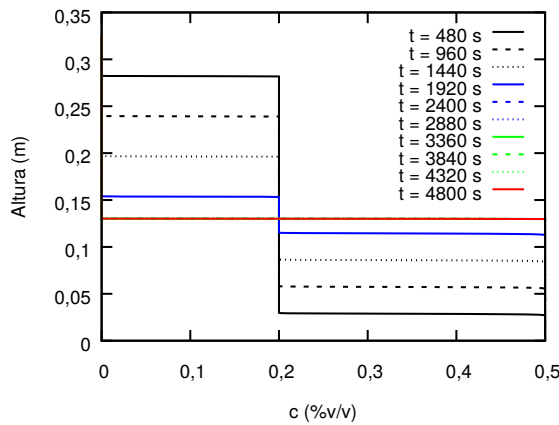
Em todas as simulações para a barita, os modelos de Michaels e Bolger (1962) e Barton, Li e Spencer (1992) foram os que apresentaram os melhores resultados nas três concentrações volumétricas iniciais.



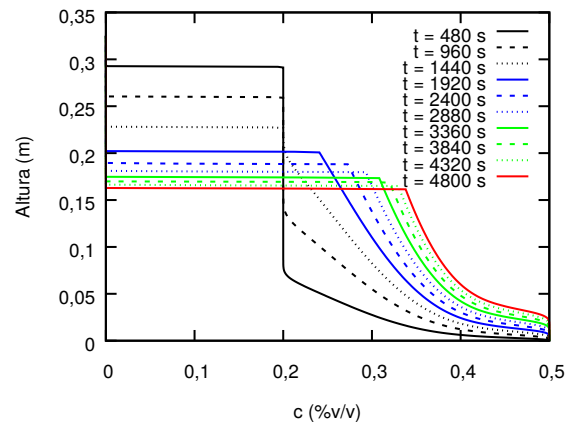
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)

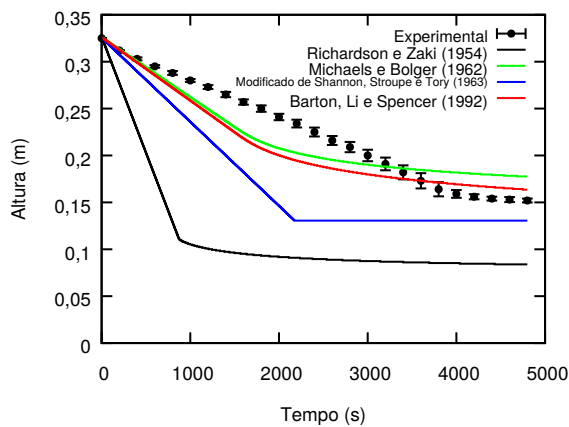


(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)

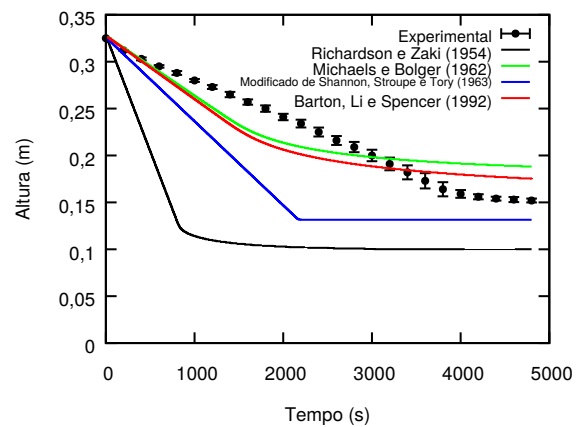


(d) Barton, Li e Spencer (1992)

Figura 4.10 – Perfis de concentração para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,200$ .



(a) Método de Godunov (1959)



(b) Método de Lax (1954)

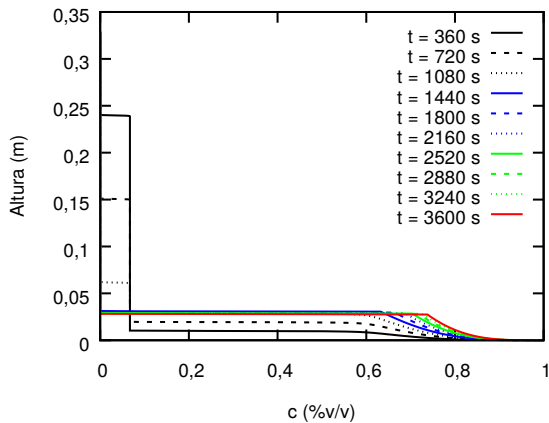
Figura 4.11 – Altura de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,200$ .

#### 4.3.1.2 Resultados da sedimentação de calcita

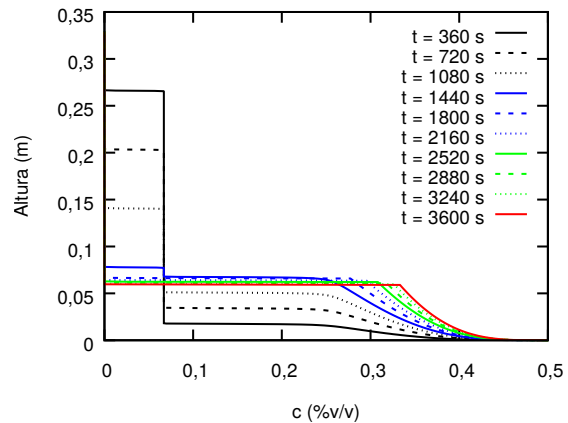
Os resultados da simulação da sedimentação livre da suspensão de calcita em uma proveta foram divididos em relação as concentrações volumétricas iniciais  $c_0 = 6,7\%$ ,  $c_0 = 12,0\%$  e  $c_0 = 20,0\%$ . Os gráficos de concentração em relação à altura da proveta exibem 10 perfis de concentração separados por instantes de tempo equivalentes e os gráficos de altura de interface exibem 4 curvas de sedimentação ao longo do tempo, cada uma de acordo com a função de densidade de fluxo utilizada.

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,067$

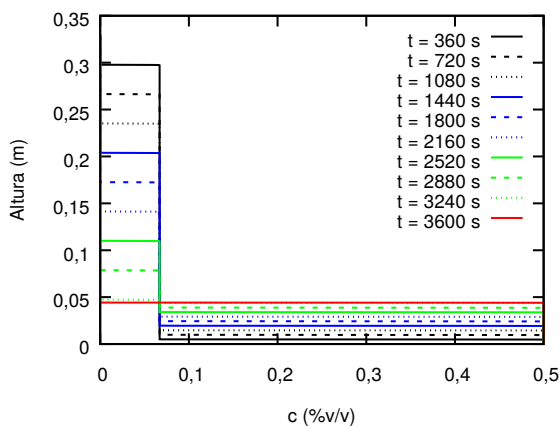
Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,067$ , para todas as função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.12. Através desses resultados, verificou-se a diferença no comportamento dos perfis de concentração e na velocidade com que a interface se desloca ao longo tempo.



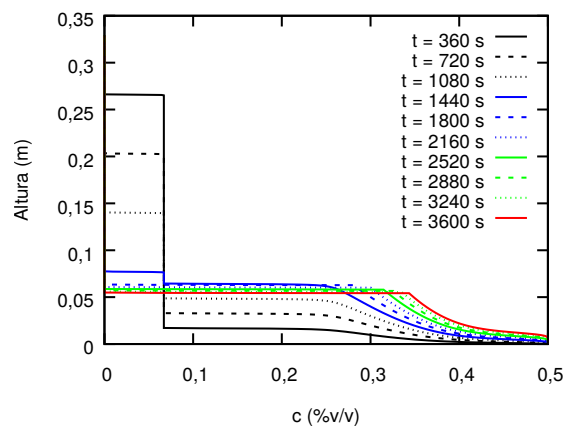
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)



(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)



(d) Barton, Li e Spencer (1992)

Figura 4.12 – Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,067$ .



Como pode ser observado na Figura 4.13, todas as funções de densidade de fluxo nesta simulação apresentaram altos desvios em relação aos valores obtidos experimentalmente no início da sedimentação, e o modelo de Richardson e Zaki (1954) foi o que melhor ajustou a altura de interface nesta região, mas obteve uma altura de interface final menor devido à consideração de concentração volumétrica máxima  $c_{max} = 1$ , enquanto que o modelo adaptado de Shannon, Stroupe e Tory (1963) apresentou o maior desvio de valores no início da sedimentação de calcita. Já os modelos de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) apresentaram alta discordância durante a queda da interface, mas obtiveram boa capacidade preditiva para a altura final da sedimentação.

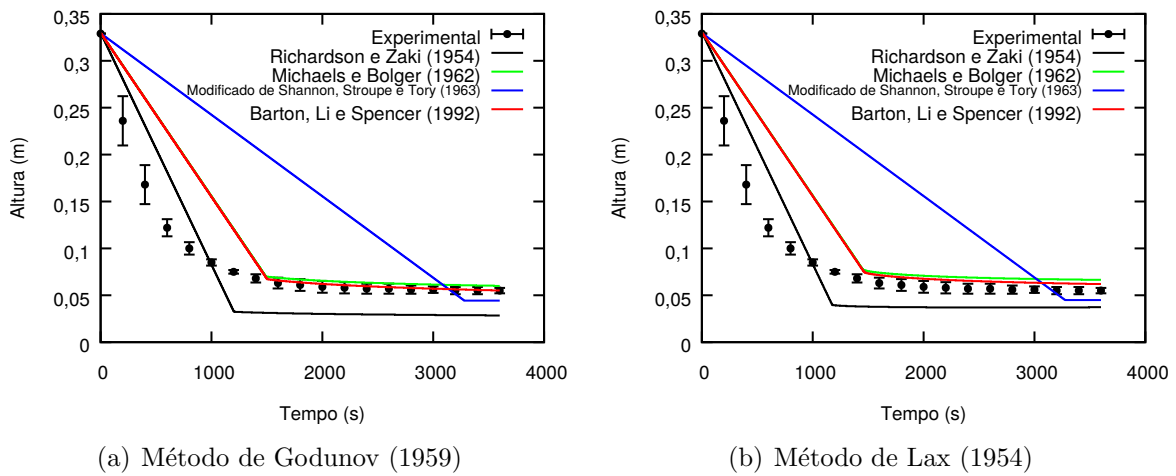


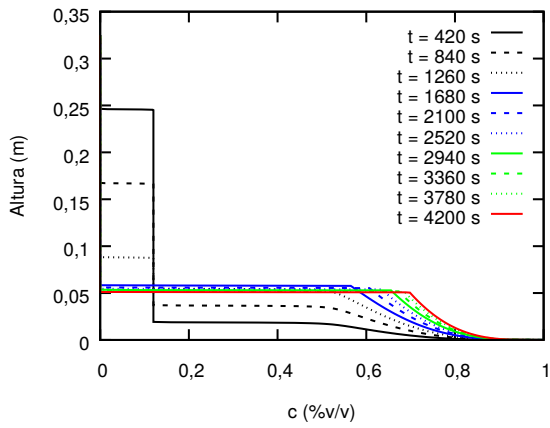
Figura 4.13 – Altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,067$ .

Na Tabela A.5, é possível verificar a diferença dos erros relativos obtidos pelos quatro modelos em vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,067$  para a calcita.

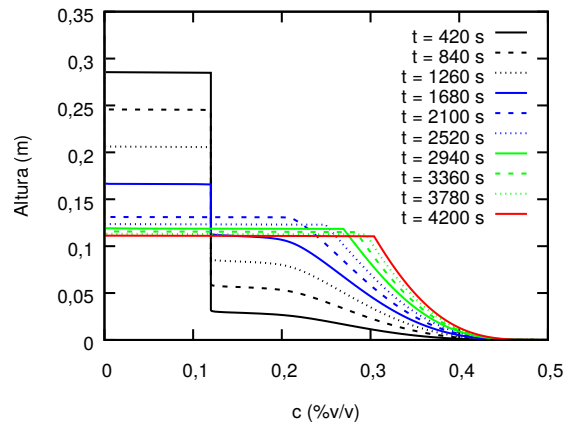
#### Concentração volumétrica inicial $c_0 = 0,120$

Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,120$ , para cada função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.14. Através desses resultados pode-se verificar a diferença no comportamento dos perfis de concentração e a influência na velocidade de queda da interface ao longo do tempo.

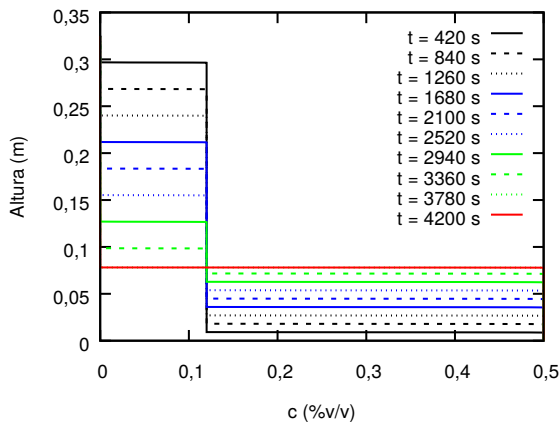
Nesta concentração volumétrica inicial, conforme pode ser observado na Figura 4.15, os modelos de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) ajustaram muito bem aos valores de curva da interface ao longo do tempo, mas a altura final de sedimentação não alcançou boa exatidão. Em contraste, o modelo de Shannon, Stroupe e Tory (1963) obteve razoável concordância com os valores experimentais no início da sedimentação, porém forneceu melhor resultado na predição da altura final de sedimentado.



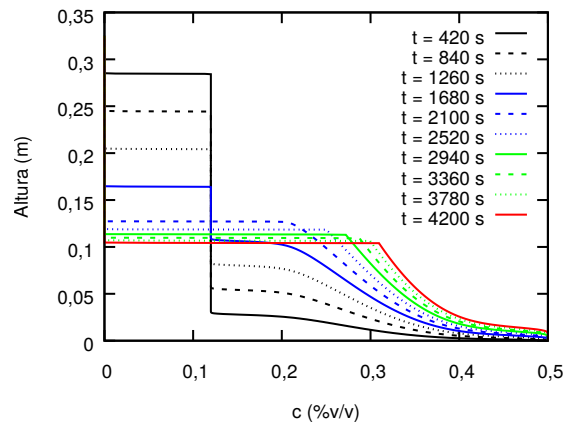
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)

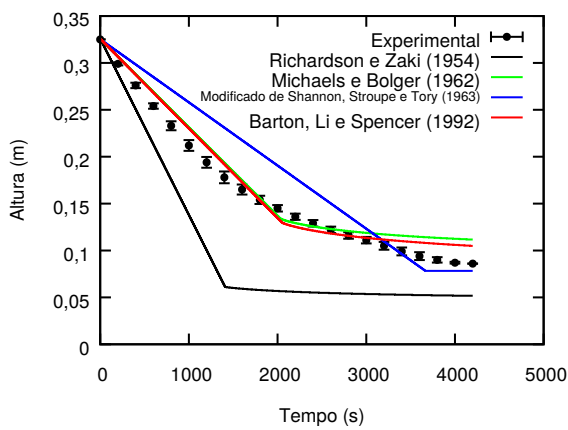


(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)

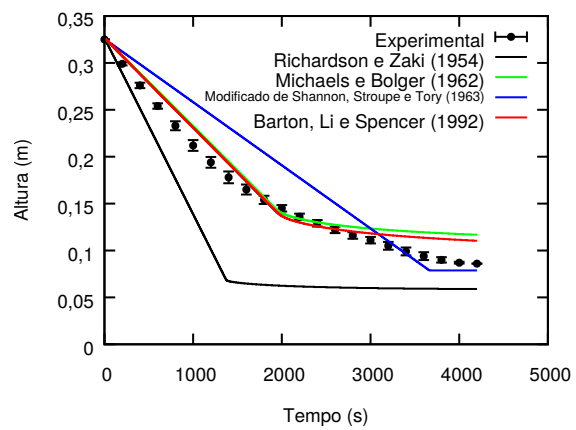


(d) Barton, Li e Spencer (1992)

Figura 4.14 – Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,120$ .



(a) Método de Godunov (1959)



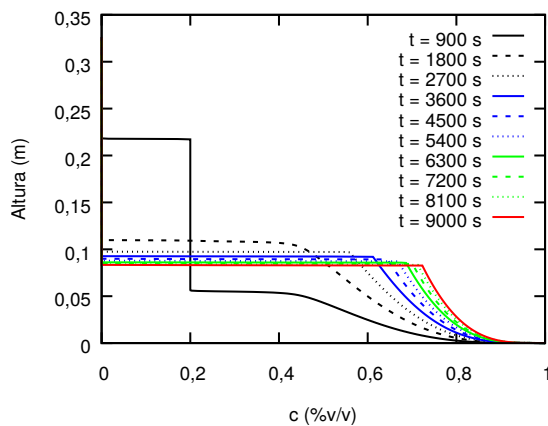
(b) Método de Lax (1954)

Figura 4.15 – Altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,120$ .

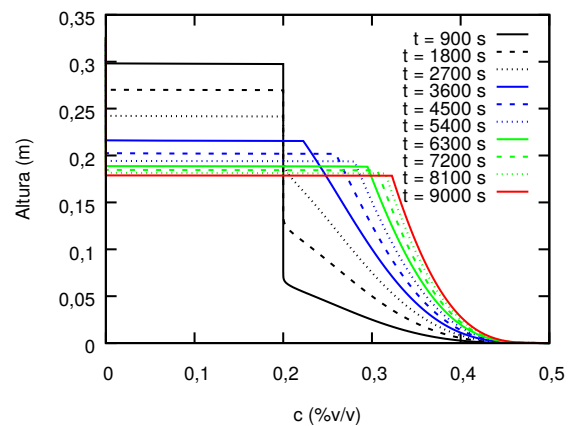
Na Tabela A.6 é disponibilizado a diferença dos erros relativos obtidos pelos quatro modelos nos vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,120$  para a calcita.

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$

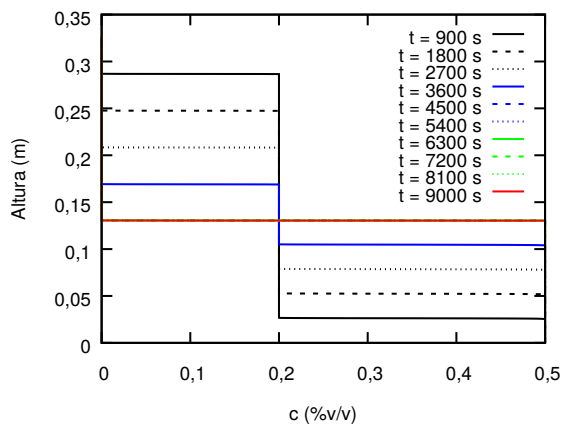
Os perfis de concentração volumétrica com  $c_0 = 0,200$ , para cada função de densidade de fluxo são mostrados na Figura 4.16. Com esses resultados, é possível destacar a diferença do comportamento dos perfis de concentração e a influência na velocidade com que a interface se desloca ao longo tempo.



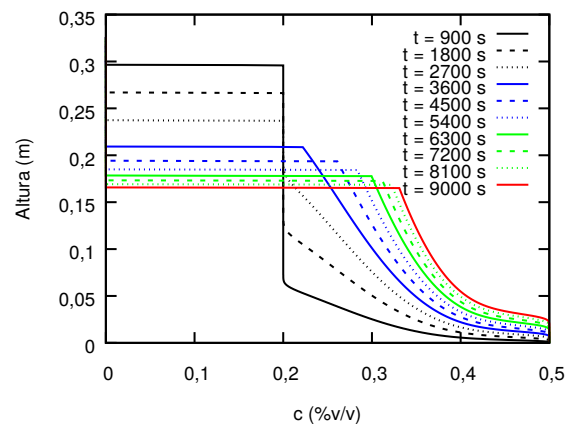
(a) Richardson e Zaki (1954)



(b) Michaels e Bolger (1962)



(c) Modificado de Shannon, Stroupe e Tory (1963)

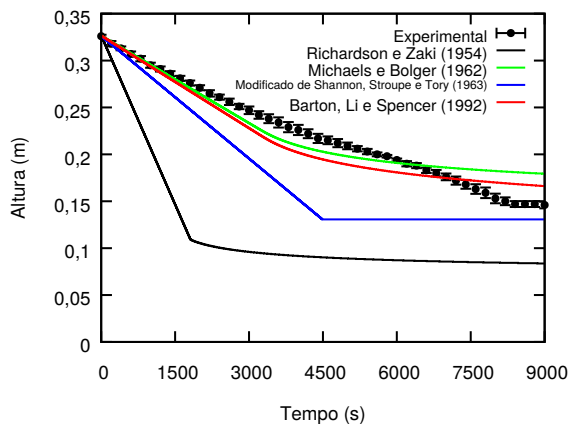


(d) Barton, Li e Spencer (1992)

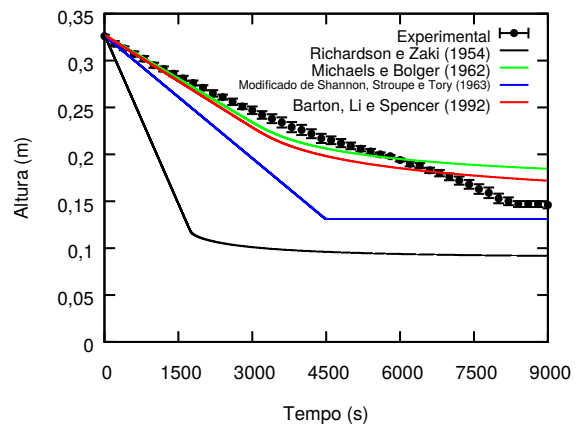
Figura 4.16 – Perfis de concentração para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,200$ .

Analisando os resultados apresentados na Figura 4.17, observa-se que apenas os modelos de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) obtiveram bons resultados em relação aos valores experimentais. As funções de densidade de fluxo de Shannon, Stroupe e Tory (1963) e de Richardson e Zaki (1954) não conseguiram prever bem os valores da interface de clarificação ao longo do tempo..

Na Tabela A.7 é apresentado a diferença dos erros relativos obtidos pelos quatro modelos nos vários instantes de tempo de concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$  para a calcita.



(a) Método de Godunov (1959)



(b) Método de Lax (1954)

Figura 4.17 – Altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,200$ .

Em todas as simulações para a calcita, os modelos de Michaels e Bolger (1962) e Barton, Li e Spencer (1992) novamente apresentaram os melhores resultados para as três concentrações volumétricas iniciais.

### 4.3.2 Modelo de sedimentação simplificado proposto

Com o intuito de avaliar a sedimentação de sólidos adensantes em batelada, considerando as forças de interação entre as fases sólido e líquido, foi proposto um modelo simplificado baseado na equação da continuidade e na equação do movimento, representado pela Equação 4.11. As condições iniciais utilizadas na modelagem da sedimentação são descritas pela Equação 4.12.

$$\begin{cases} \frac{\partial c}{\partial t} = -c \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} - v_{sy} \frac{\partial c}{\partial y} \\ \frac{\partial v_{sy}}{\partial t} = g - f_{sL}^y - f_{ss}^y - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial y} - v_{sy} \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\begin{cases} t = 0 & c = c_0 & 0 < y < h \\ t = 0 & v_{sy} = v_\infty & 0 < y < h \end{cases} \quad (4.12)$$

As forças de interação deste modelo foram caracterizadas através da Equação 3.10 e da Equação 3.13, e o gradiente de pressão foi determinado através do balanço com a força peso e a densidade da suspensão, conforme a Equação 4.13 .

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -bg (\rho_s c + \rho_L (1 - c)) \quad (4.13)$$

Este sistema de EDPs foi resolvido através do método das linhas, onde a dimensão espacial foi discretizada utilizando o método das diferenças finitas e a integração no tempo foi feita com o método de Gear. O gradiente de pressão no modelo foi corrigido com a adição de um parâmetro  $b$ , mostrado na Equação 4.14, que relaciona empiricamente a força peso com a concentração volumétrica inicial  $c_0$  e a concentração volumétrica máxima de sedimentado, cujo valor é  $c_{max} = 0,45$ , para estas simulações.

$$b = \frac{c_{max}}{6c_0 (c_0^2 - 0,15c_0 + 0,006)} \quad (4.14)$$

As simulações foram feitas para os mesmos dados experimentais utilizados anteriormente nos modelos hiperbólicos baseados na lei de conservação de massa.

#### 4.3.2.1 Resultados da sedimentação de barita

Neste teste, os valores experimentais foram comparados com os valores obtidos nas simulações e, além disso, foram avaliadas as influências do diâmetro médio das partículas e da viscosidade do fluido durante o processo de sedimentação.

#### Comparação entre os valores experimentais e os resultados numéricos

O modelo proposto foi simulado com três concentrações volumétricas iniciais diferentes de barita, e os erros relativos para os três resultados estão dispostos na Tabela A.4.

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,067$

Através do resultado apresentado na Figura 4.18, é possível verificar que o modelo se ajustou bem aos valores experimentais. Para esta concentração volumétrica inicial, a queda da interface durante todo o processo de sedimentação apresentou comportamento similar ao obtido em laboratório.

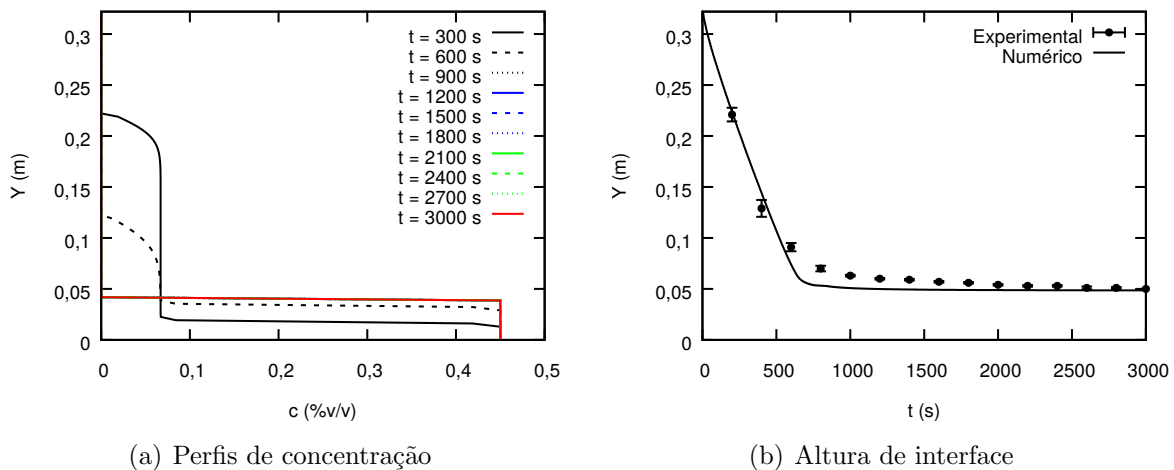
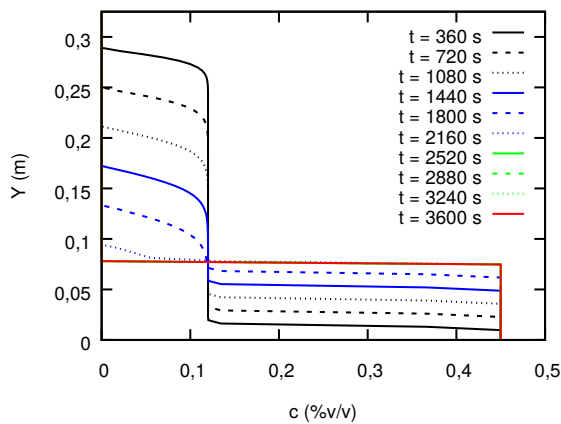


Figura 4.18 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,067$ .

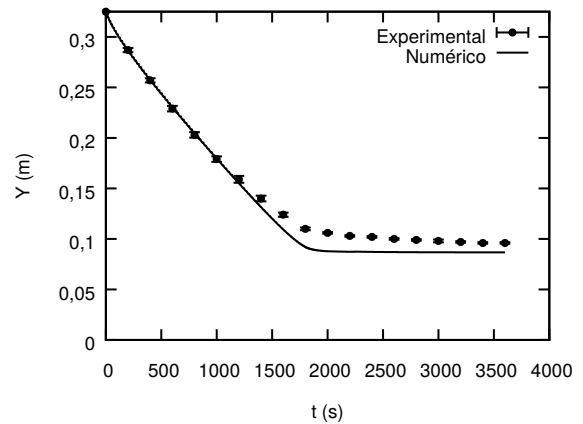
A única exceção se deve à altura da queda de interface próximo à região compreendida entre a zona de clarificado e a zona de sedimentados, que acontece aproximadamente entre 500 e 1000 segundos de simulação, porque o modelo tem dificuldade em avaliar o rápido aumento da concentração local nesta região.

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,120$

Nesta simulação, conforme ilustrado na Figura 4.19, o resultado numérico apresentou um leve desvio na altura final de interface de sedimentação, provavelmente por causa da queda acentuada da altura de interface na região de compressão dos sólidos. Porém, nos experimentos de sedimentação livre, a altura da interface ainda diminui gradativamente, embora em velocidade bem reduzida.

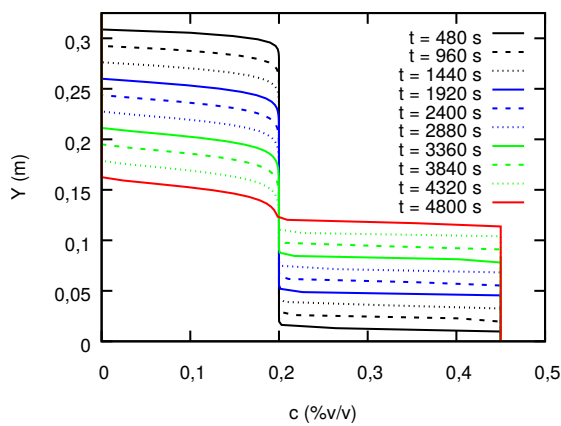


(a) Perfis de concentração

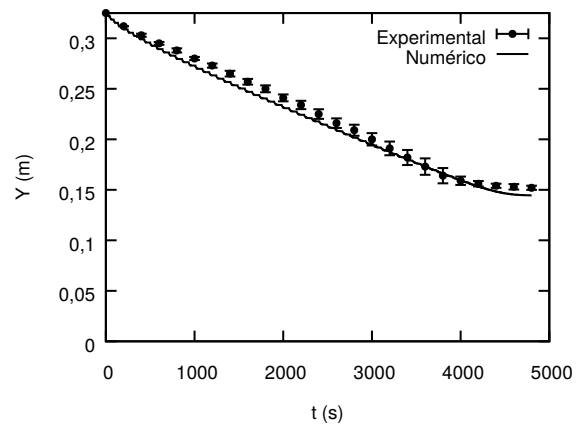


(b) Altura de interface

Figura 4.19 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,120$ .



(a) Perfis de concentração



(b) Altura de interface

Figura 4.20 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com  $c_0 = 0,200$ .

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$

Para a concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$ , o resultado da simulação numérica foi capaz de prever com bastante precisão a queda de interface de clarificação ao longo do tempo, inclusive na região entre a zona de clarificado e a zona de compactação, conforme pode ser verificado na Figura 4.20.

Os resultados obtidos para as três concentrações volumétricas iniciais na sedimentação de barita foram bastantes satisfatórios e conseguiram prever bem o fenômeno da sedimentação.

## Influência do diâmetro de partículas e da viscosidade na sedimentação de barita

Além das simulações anteriores visando reproduzir as condições experimentais, também foram avaliadas a influência da variação da viscosidade do fluido e o efeito da alteração do diâmetro médio das partículas de barita. Para tanto, utilizaram-se três valores diferentes para a viscosidade do líquido e três valores distintos para o diâmetro médio das partículas, com a concentração inicial volumétrica de 6,7%.

Os resultados de simulação apresentados na Figura 4.21, na Figura 4.22 e na Figura 4.23 demonstram que o aumento da viscosidade do fluido diminui a velocidade de queda da interface de clarificação, devido ao aumento da força de arrasto, e que a diminuição do diâmetro médio de partículas aumenta o tempo necessário para que todos os sólidos sedimentem.

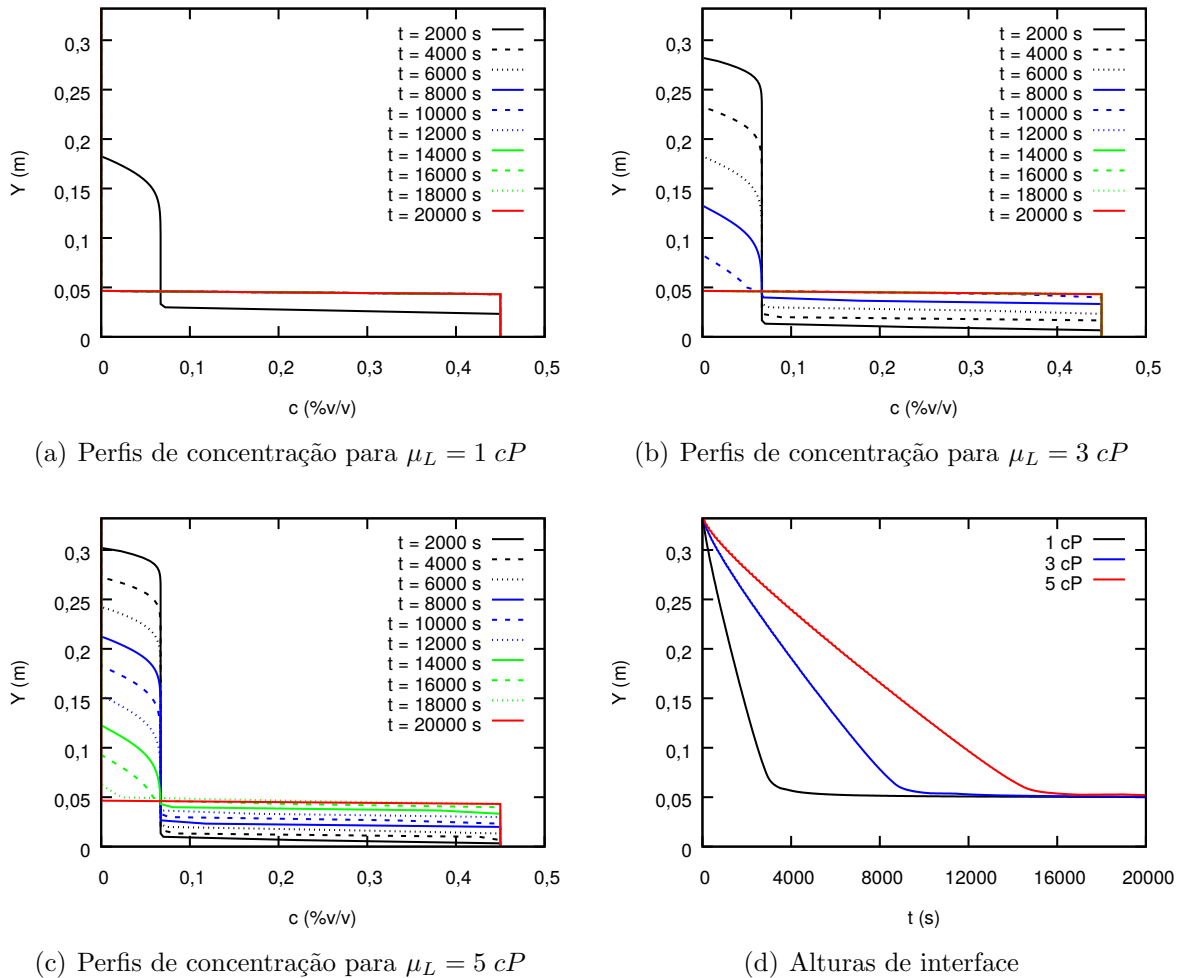
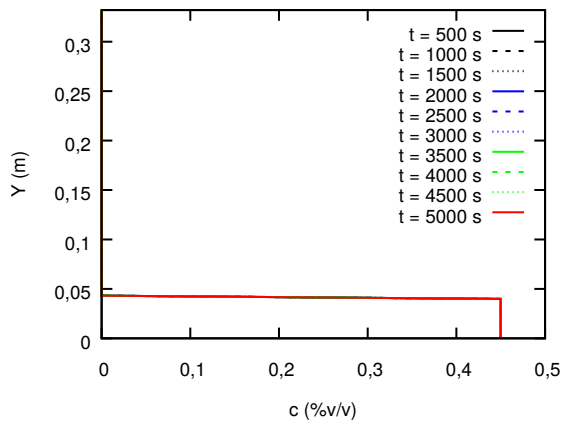
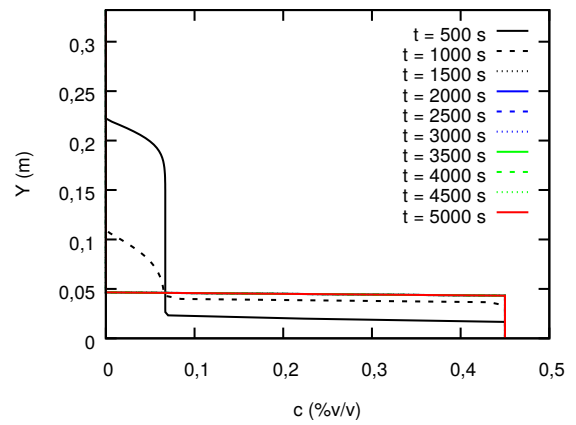


Figura 4.21 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 10 \mu m$

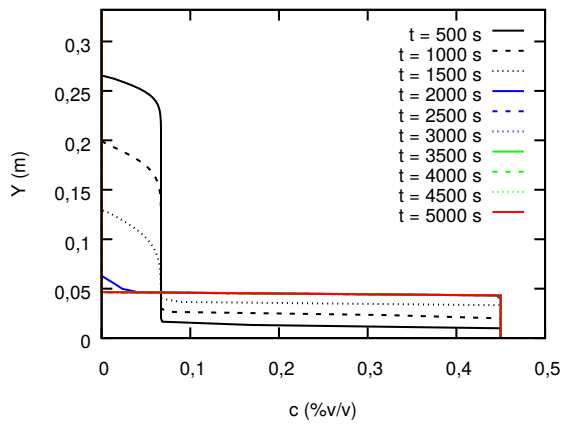




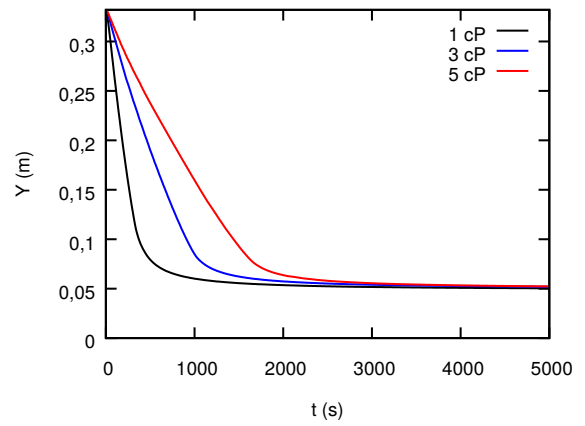
(a) Perfis de concentração para  $\mu_L = 1 \text{ cP}$



(b) Perfis de concentração para  $\mu_L = 3 \text{ cP}$

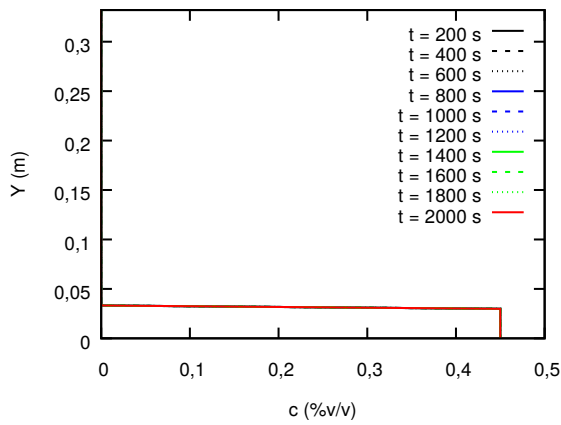


(c) Perfis de concentração para  $\mu_L = 5 \text{ cP}$

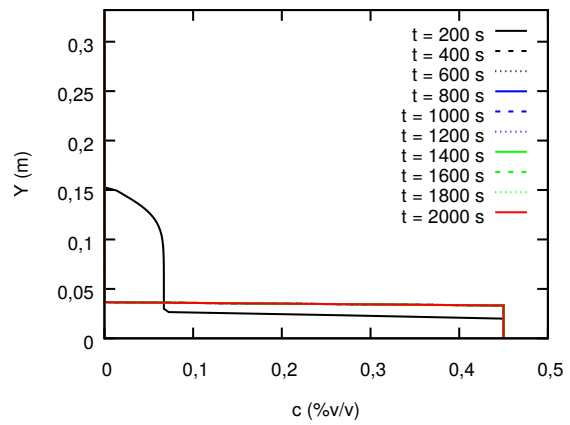


(d) Alturas de interface

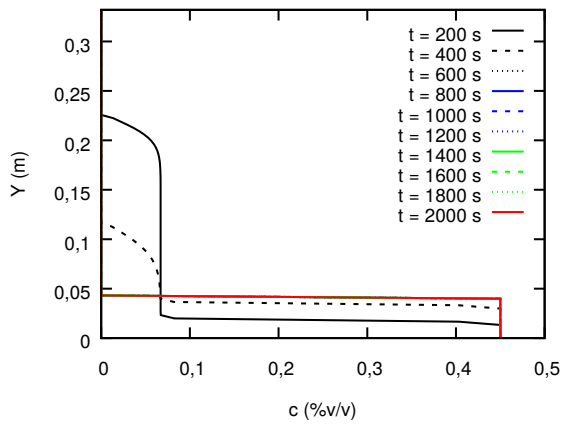
Figura 4.22 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 30 \mu m$



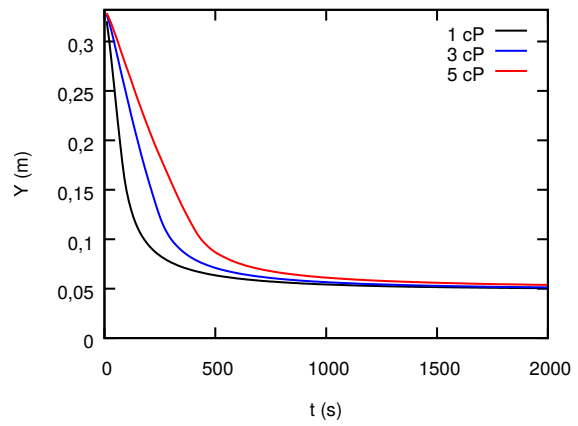
(a) Perfis de concentração para  $\mu_L = 1 \text{ cP}$



(b) Perfis de concentração para  $\mu_L = 3 \text{ cP}$



(c) Perfis de concentração para  $\mu_L = 5 \text{ cP}$



(d) Alturas de interface

Figura 4.23 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de barita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 60 \mu\text{m}$

### 4.3.2.2 Resultados da sedimentação de calcita

Assim como foi feito para a barita, os valores experimentais da sedimentação da calcita foram comparados com os valores obtidos nas simulações, onde também foram avaliadas a influência do diâmetro médio de partículas e da viscosidade do fluido durante o processo de sedimentação.

#### Comparação entre os valores experimentais e os resultados numéricos

O modelo simplificado proposto neste trabalho foi simulado com as três concentrações de calcita e os resultados são exibidos nas figuras abaixo. Os erros relativos para os três resultados estão dispostos na Tabela A.8.

#### Concentração volumétrica inicial $c_0 = 0,067$

De acordo com a Figura 4.24, é possível verificar que o modelo proposto foi capaz de prever a altura da interface de clarificação em função do tempo com boa precisão em todas as etapas da sedimentação.

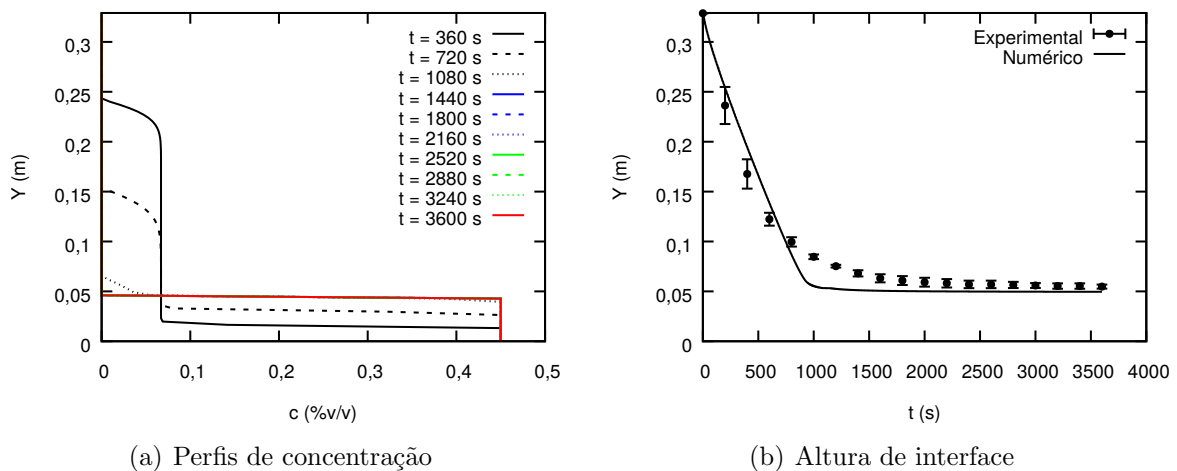


Figura 4.24 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,067$ .

#### Concentração volumétrica inicial $c_0 = 0,120$

Os resultados de simulação obtidos para a concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,120$  também conseguiram prever bem a altura de interface de clarificação no início e no final da sedimentação, mas não obtiveram sucesso na região entre a zona de clarificado e a zona de compressão dos sólidos, conforme pode ser observado na Figura 4.25. Esta deficiência provavelmente se deve à alta diferença da concentração volumétrica local num pequeno espaço da proveta.

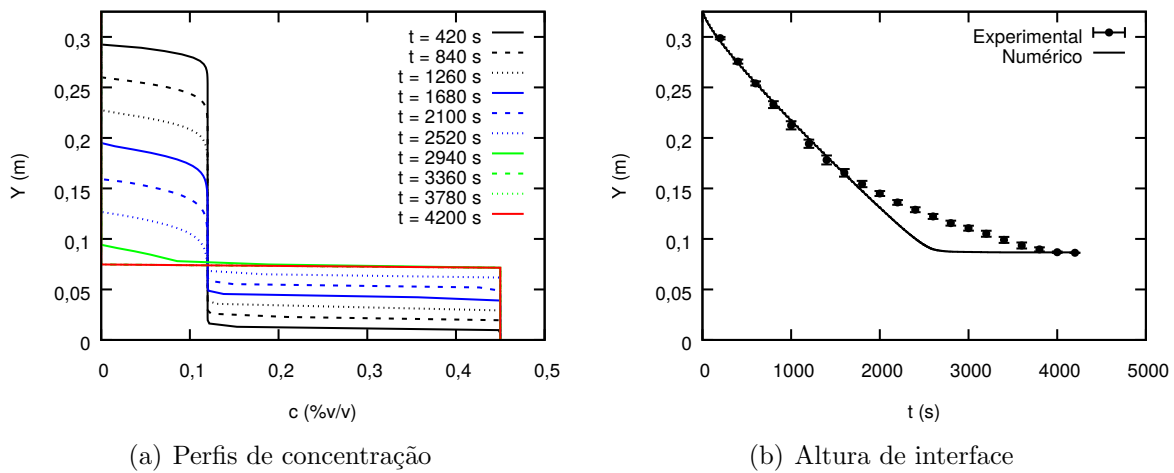


Figura 4.25 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,120$ .

Concentração volumétrica inicial  $c_0 = 0,200$

Conforme ilustrado na Figura 4.26, os resultados numéricos apresentaram desvios relativamente altos em comparação com as outras simulações no início da sedimentação. No entanto, a altura final de sedimentação foi alcançada com razoável precisão numérica. O motivo para o desempenho inferior do modelo nessa simulação provavelmente se deve ao maior efeito de interação sólido-sólido e sólido-líquido, devido à maior concentração volumétrica inicial de calcita, visto que a aglomeração das partículas sólidas aumentam a intensidade da força de arrasto, cujos efeitos não são bem modelados pelas correlações utilizadas.

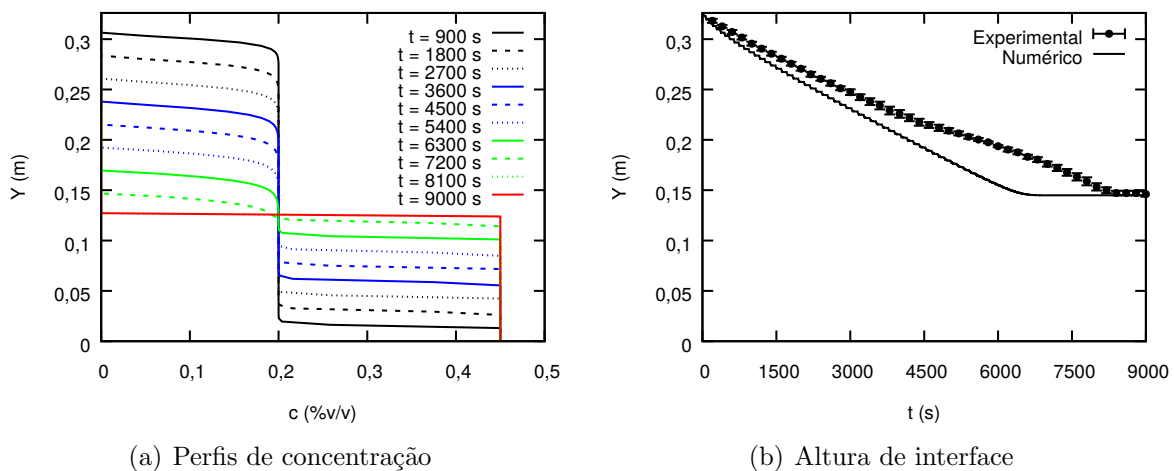
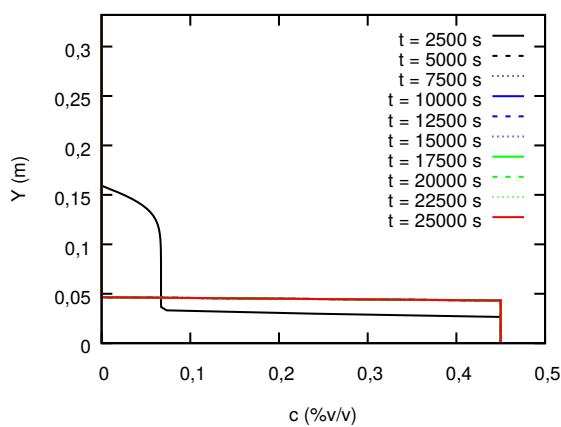


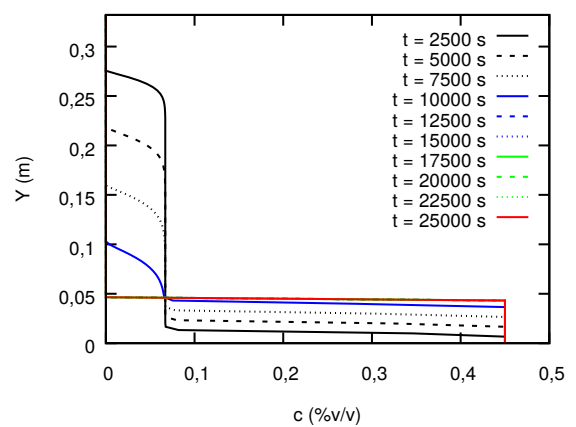
Figura 4.26 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com  $c_0 = 0,200$ .

## Influência do diâmetro de partículas e da viscosidade na sedimentação de calcita

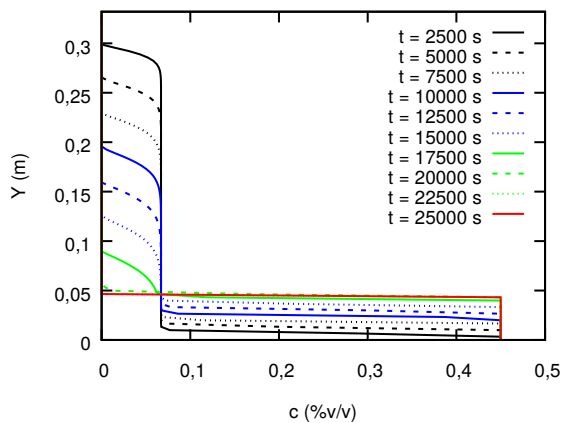
De maneira análoga à simulação da sedimentação de barita, foram utilizados três valores diferentes para a viscosidade do líquido e três valores distintos para o diâmetro médio das partículas, com a concentração inicial volumétrica de 6,7%. Os resultados de simulação apresentados na Figura 4.21, na Figura 4.22 e na Figura 4.23 demonstram mais uma vez que o aumento da viscosidade do fluido diminui a velocidade de queda da interface de clarificação, devido ao aumento da força de arrasto, e que a diminuição do diâmetro médio de partículas aumenta o tempo necessário para que todos os sólidos sedimentem.



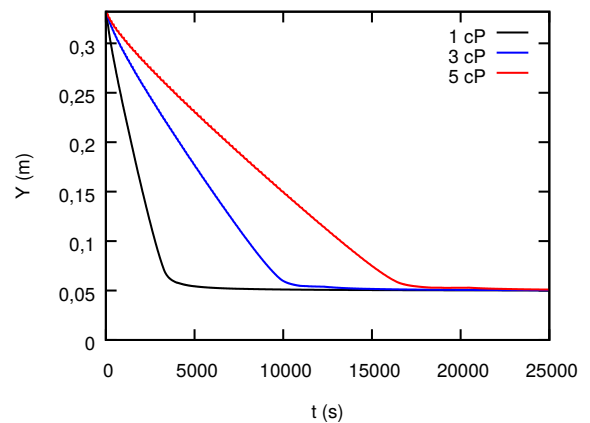
(a) Perfis de concentração para  $\mu_L = 1 \text{ cP}$



(b) Perfis de concentração para  $\mu_L = 3 \text{ cP}$

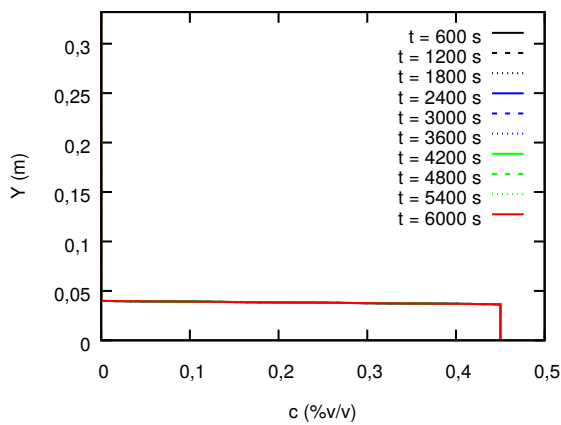


(c) Perfis de concentração para  $\mu_L = 5 \text{ cP}$

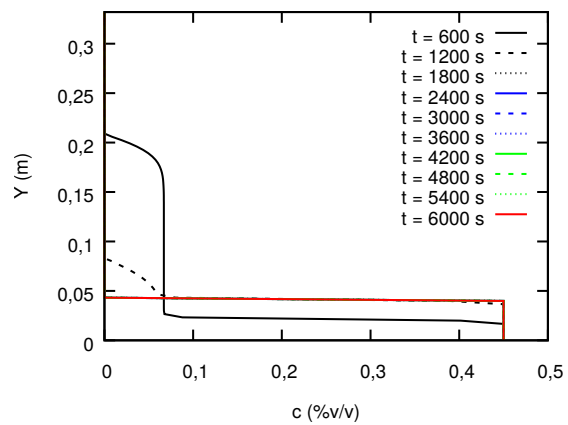


(d) Alturas de interface

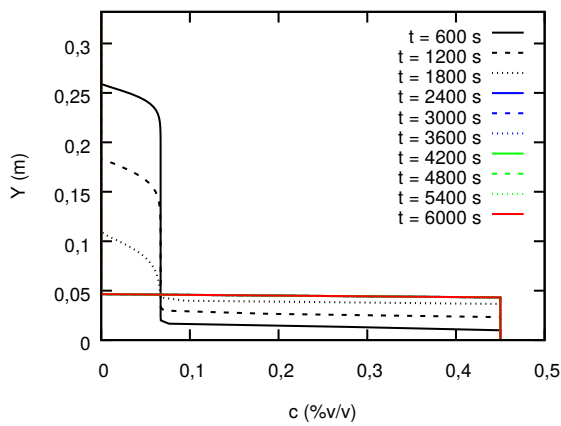
Figura 4.27 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 10 \mu m$



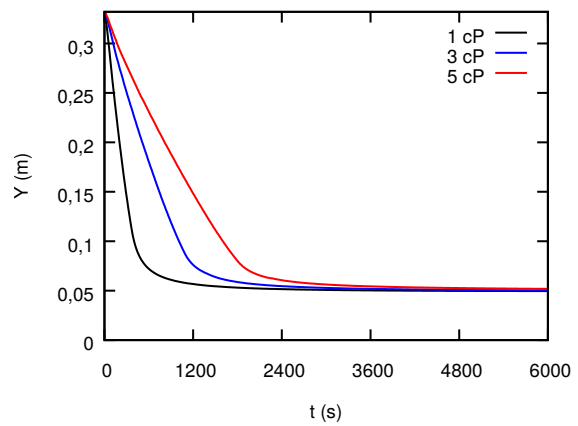
(a) Perfis de concentração para  $\mu_L = 1 \text{ cP}$



(b) Perfis de concentração para  $\mu_L = 3 \text{ cP}$

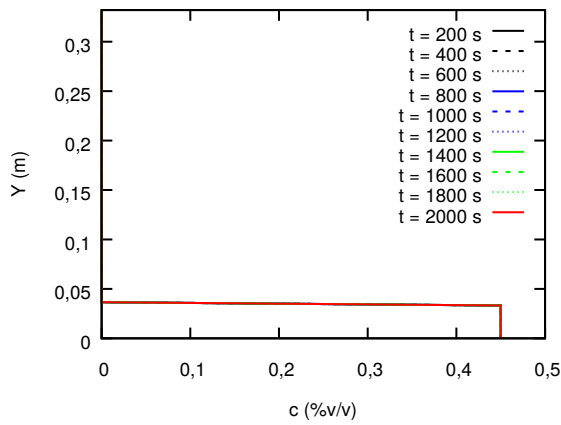


(c) Perfis de concentração para  $\mu_L = 5 \text{ cP}$

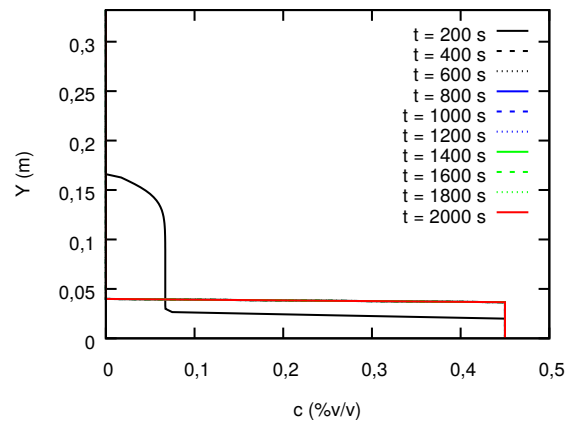


(d) Alturas de interface

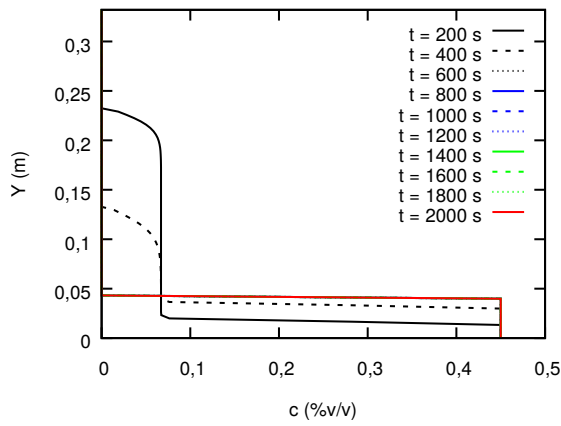
Figura 4.28 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 30 \mu\text{m}$



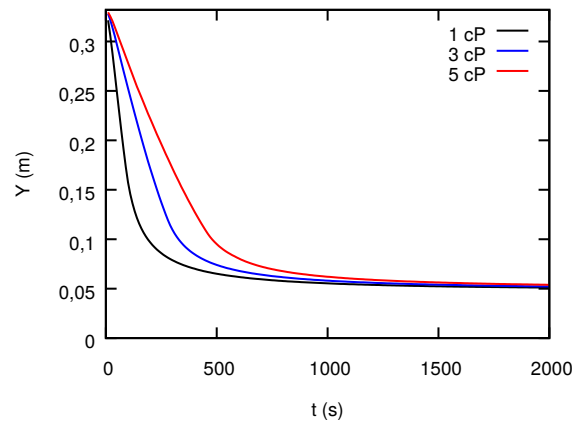
(a) Perfis de concentração para  $\mu_L = 1 \text{ cP}$



(b) Perfis de concentração para  $\mu_L = 3 \text{ cP}$



(c) Perfis de concentração para  $\mu_L = 5 \text{ cP}$



(d) Alturas de interface

Figura 4.29 – Perfis de concentração e altura de interface para a sedimentação de calcita com diâmetro médio de partículas  $d_s = 60 \mu\text{m}$

#### 4.3.2.3 Simulação dos perfis de concentração para o fluido BR-Mul

Na etapa final deste trabalho, o modelo simplificado proposto foi avaliado na simulação dos perfis temporais e espaciais da concentração de barita verificados na sedimentação no fluido BR-Mul, que é um fluido real de perfuração bastante utilizado pela Petrobras. Os perfis de concentração obtidos por simulação foram comparados a dados experimentais obtidos por Fagundes (2015) através da técnica de atenuação de raios gama, na Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (FEQ/UFU). Neste estudo de caso, foi possível comparar diretamente a saída do modelo aos dados experimentais, podendo-se verificar a boa capacidade do modelo matemático proposto de estimar os perfis temporais e espaciais de concentração de barita em um fluido de perfuração real.

Uma vez que a viscosidade do fluido BR-Mul é um parâmetro do modelo proposto e considerando que o seu valor não foi fornecido pelo estudo de Fagundes (2015), a sua estimativa foi obtida através do trabalho de Savari et al. (2013), cuja essência pode ser resumida pela Figura 4.30, da qual foram estimados os valores de viscosidade aparente para a tensão de cisalhamento de 1 Pascal.

Os valores dos parâmetros do fluido BR-Mul para as duas primeiras simulações, incluso a viscosidade do fluido estimada, são dispostos na Tabela 2.3. Para a simulação da sedimentação de BR-Mul em 365 dias, os parâmetros são apresentados na Tabela 2.4. Os erros relativos para os três resultados estão dispostos na Tabela A.9.

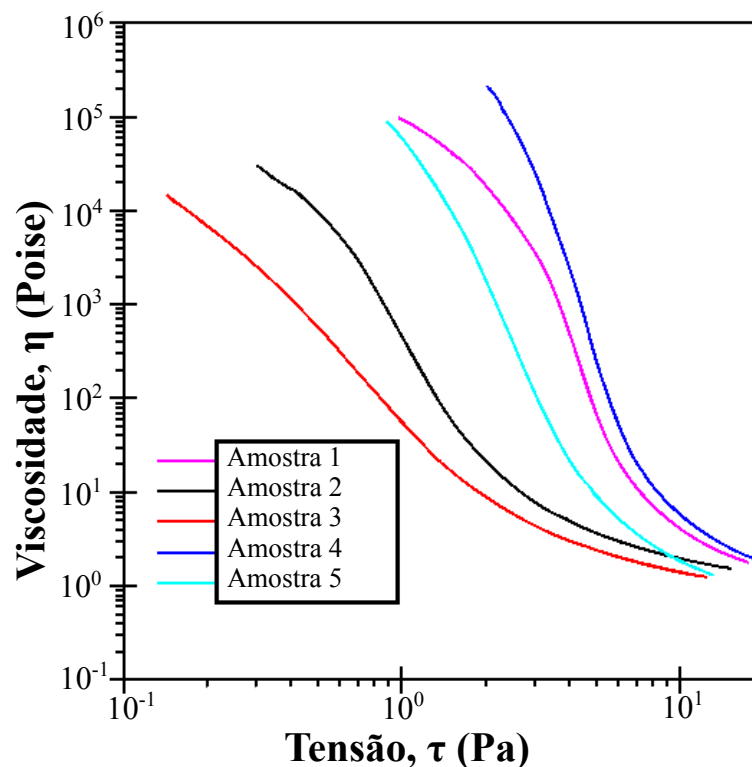


Figura 4.30 – Viscosidade aparente de 5 fluidos do tipo BR-Mul em relação a taxa de cisalhamento. Adaptado de (SAVARI et al., 2013).



Através do uso do modelo proposto na Equação 4.11, foram simulados três processos de sedimentação do fluido BR-Mul, com viscosidade aparente  $\mu_L = 800 \text{ Poise}$  obtida através da leitura da curva correspondente à “Amostra 2” da Figura 4.30, com o valor da tensão de cisalhamento de  $1 \text{ Pascal}$ . Os perfis de concentração ao longo do tempo são mostrados nas figuras abaixo.

#### Simulação da sedimentação de BR-Mul durante 29 dias

Verificando o perfil espacial de concentração depois de 29 dias de ensaio de sedimentação com BR-Mul exibido na Figura 4.31, é possível verificar que os valores obtidos numericamente através da simulação coincidem com bastante acurácia com os valores experimentais fornecidos em diferentes alturas da proveta, assim como a altura da interface está próxima ao valor da altura inicial da suspensão. O mesmo ocorre com a altura da zona de sedimentos, que é praticamente inexistente no tempo simulado de 29 dias..

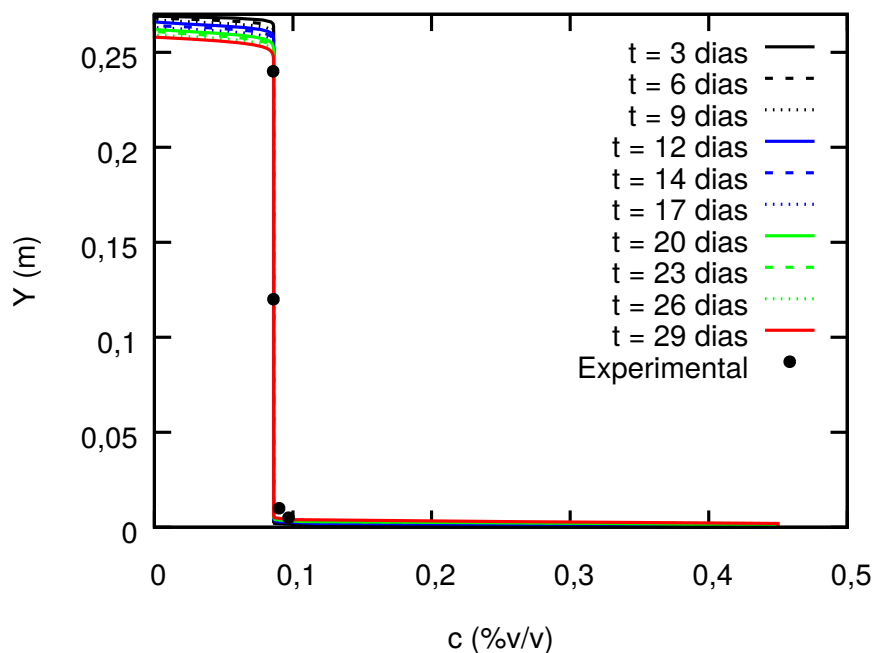


Figura 4.31 – Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 29 dias.

#### Simulação da sedimentação de BR-Mul durante 124 dias

Para a simulação de 124 dias, pode-se perceber através da Figura 4.32, que os valores especificados nas alturas da proveta obtiveram boa correlação com o perfil de concentração obtido através da simulação do processo com o modelo proposto. A altura de interface obtida por simulação é menor em relação à obtida na simulação anterior e a altura de sedimentos aumentou em comparação com os resultados anteriores. Ambos os fatos são coerentes com a realidade física do processo.

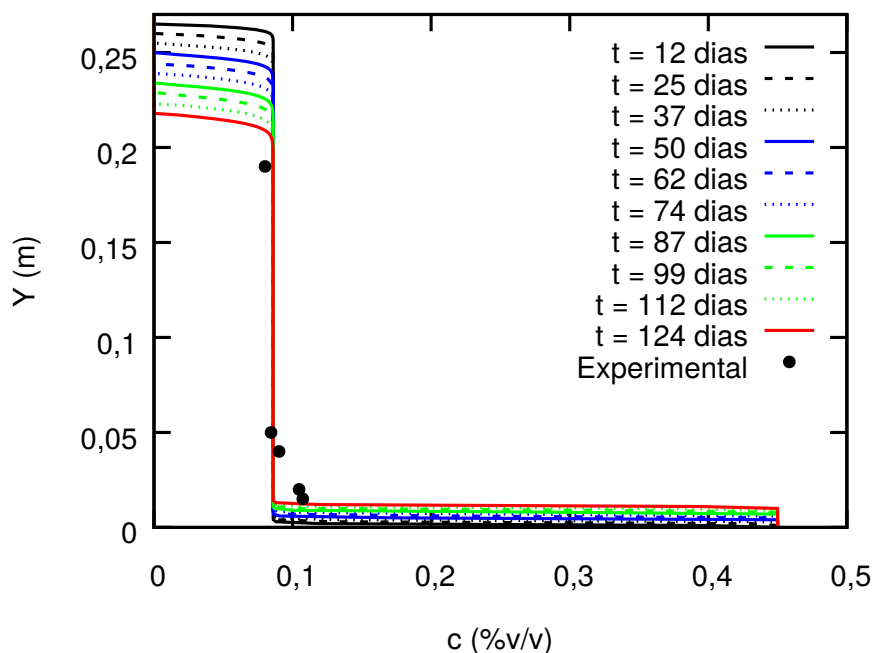


Figura 4.32 – Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 124 dias.

#### Simulação da sedimentação de BR-Mul durante 365 dias

Observando a Figura 4.33, pode-se verificar que os valores obtidos na simulação não se ajustaram bem aos valores experimentais fornecidos próximos à zona de compactação. Todavia, os valores da simulação próximos à interface foram bem coerentes com os observados experimentalmente. Isso se deve à zona de concentração variável, na qual o modelo encontra dificuldades para obtenção da concentração local.

Os resultados mostraram que a precisão do modelo foi menor para o fluido com a concentração inicial de barita mais elevada, como no caso da sedimentação de 365 dias, sobretudo nas regiões onde a concentração volumétrica local é mais elevada, ou seja, nos pontos que se encontram próximos da região de compactação. No entanto, a metodologia experimental utilizada por Fagundes (2015) apresenta imprecisão elevada em regiões com alta concentração de sólidos, que correspondem às condições observadas no fluido de perfuração de maior concentração volumétrica inicial e nas regiões próximas ao fundo do recipiente utilizado.

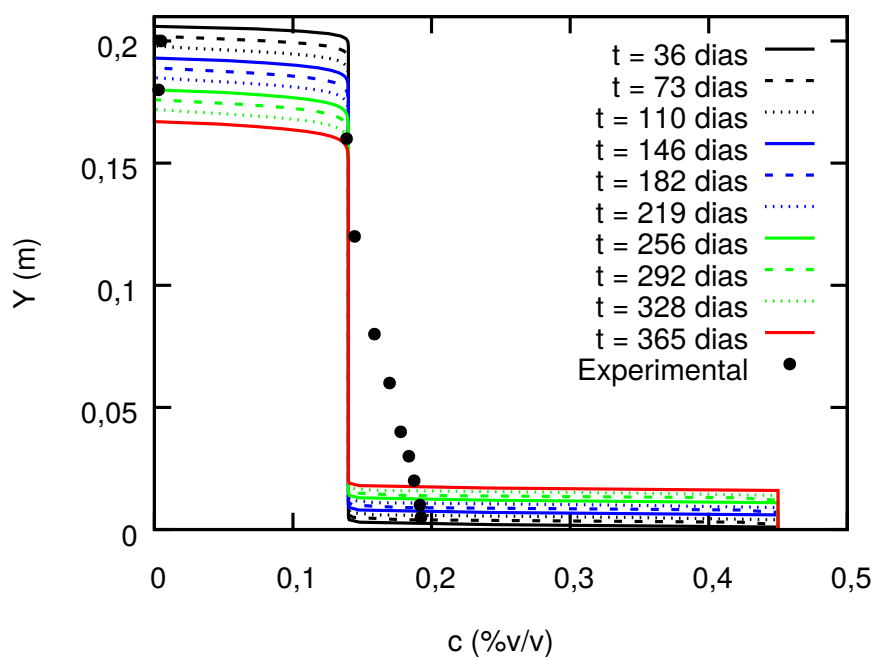


Figura 4.33 – Perfis de concentração para a sedimentação do BR-Mul durante 365 dias.



# Conclusões

Foram feitas várias simulações com concentrações volumétricas iniciais diferentes de barita e de calcita em suspensão aquosa e um modelo de duas equações foi proposto para tentar elucidar todo o processo de sedimentação em batelada. Inicialmente, o modelo foi avaliado em um escoamento sem a presença de sólidos e, posteriormente, foi verificado que a suposição de fluido de concentração volumétrica homogênea no início da sedimentação poderia ser utilizado para o uso nas condições iniciais, ou seja, que a velocidade das partículas em todo o sistema poderia ser considerada constante no instante inicial.

Além do modelo proposto neste trabalho, avaliou-se também um modelo simples de uma equação diferencial parcial, com diferentes funções de densidade de fluxo, ignorando as forças de interação entre as fases e assumindo que a velocidade de queda das partículas é somente função da concentração volumétrica local, conforme descrito primeiramente por Kynch (1952). Observando os perfis de concentração obtidos através de métodos hiperbólicos baseados na lei de conservação, pode-se concluir que os modelos de Michaels e Bolger (1962) e de Barton, Li e Spencer (1992) podem ser utilizados para prever a curva de sedimentação de sólidos. Porém, devido à ausência de termos que avaliem as forças de interação entre as fases, estes modelos não são aconselhados nos casos em que uma metodologia mais acurada seja necessária.

Por outro lado, verificou-se também que o uso de um método inadequado para resolução de problemas hiperbólicos pode gerar resultados sem sentido físico e que é necessário cautela na escolha de um método numérico de integração das leis de conservação. Neste caso, foi proposta a resolução do problema de sedimentação através do método das linhas, que é baseado na discretização das derivadas espaciais pelo método das diferenças finitas.

Os resultados obtidos pelo modelo proposto foram satisfatórios para as três concentrações volumétricas iniciais das suspensões de ambos os sólidos e a capacidade de predição do modelo para a queda da interface de clarificação ao longo do tempo produziu valores muito próximos aos dados experimentais no início e no final da sedimentação. No entanto, na região em que a zona de clarificado se aproxima da zona de compactação de sólidos, o modelo não conseguiu prever com exatidão a altura desta interface.

Considerando o bom resultado das simulações obtido com o modelo proposto, estudou-se a influência da viscosidade do fluido e do diâmetro médio das partículas no processo de sedimentação e constatou-se que o aumento no diâmetro médio possui maior influência na velocidade de queda da interface do que a diminuição da viscosidade do líquido.

Por último, foi testada a capacidade de predição do modelo em um processo de sedimentação em um fluido de perfuração com viscosidade muito elevada e, de acordo com os perfis espaciais de concentração obtidos, pode-se afirmar que o modelo proposto ob-

teve sucesso na predição da queda da interface próximo à zona clarificada. No entanto, nas posições adjacentes à zona de compactação, o modelo não foi capaz de estimar com acurácia a concentração de sólidos.

Para trabalhos futuros, sugere-se a implementação de uma terceira equação diferencial que seja capaz de avaliar a velocidade de ascensão de líquido, além do uso do método de volumes finitos, para a discretização dos termos convectivos com um método de resolução de problemas hiperbólicos que não produza soluções fracas sem sentido físico. Verificou-se, ainda, a necessidade da discretização da derivada parcial no tempo ser feita através de um método implícito para garantir a estabilidade numérica, sem a necessidade do cálculo do número de Courant, Friedrichs e Lewy (1928). Outra abordagem possível é a inclusão de uma equação para a variação do gradiente de pressão ao longo do eixo axial.

# Referências

ADORJÁN, L. A. A theory of sediment compression. *Eleventh International Mineral Processing Congress*, v. 11, p. 1–22, 1975.

ADORJÁN, L. A. Determination of thickener dimensions from sediment compression and permeability test results. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, v. 85, p. 157–163, 1976.

AROUCA, F. O.; DAMASCENO, J. J. R. The use of high energies radiation to characterise solid-liquid systems. *Materials Science Forum*, p. 49–54, 2005.

ASHLEY, H. H. Theory of the settlement of slimes. *Mining and Scientific Press*, v. 98, p. 831–832, 1909.

BARTON, N. G.; LI, C.-H.; SPENCER, S. J. Control of a surface of discontinuity in continuous thickness. *The Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics*, p. 269–289, 1992.

BERN, P. A.; OORT, E. van; B., N.; EBELTOFT, H.; ZURDO, C.; ZAMORA, M.; SLATER, K. Barite sag: Measurement, modelling and management. *Society of Petroleum Engineers*, 1998.

BIRD, R.; STEWART, W.; LIGHTFOOT, E. *Transport Phenomena*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2002. (Wiley International edition). ISBN 0471410772.

BOYCOTT, A. E. Sedimentation of blood corpuscles. *Nature*, v. 104, p. 532, 1920.

BÜRGER, R.; DAMASCENO, J. J. R.; KARLSEN, K. H. A mathematical model for batch and continuous thickening of flocculated suspensions in vessels with varying cross-section. *International Journal of Mineral Processing*, p. 183–208, 2004.

BÜRGER, R.; EVJE, S.; KARLSEN, . H.; LIE, K. A. Numerical methods for the simulation of the settling of flocculated suspensions. *Chemical Engineering Journal*, v. 80, p. 91–104, 2000.

BÜRGER, R.; TORY, E. M. On upper rarefaction waves in batch settling. *Powder Technology*, v. 108, p. 74–87, 2000.

BUSTOS, M.; CONCHA, F. On the construction of global weak solutions in the kynch theory of sedimentation. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, v. 10, p. 245–264, 1988.

COE, H. S.; CLEVINGER, G. H. Methods for determining the capacities of slime thickening tanks. *AIME Transactions*, v. 55, p. 356–384, 1916.

COMINGS, E. W. Thickening calcium carbonate slurries. *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, v. 32, n. 5, p. 663–668, 1940.

CONCHA, F.; BÜRGER, R. Thickening in the 20th century: a historical perspective. *Minerals and Metallurgical Processing*, v. 20, n. 2, p. 57–67, 2003.

- CONCHA, F. A.; BUSTOS, M. C. Settling velocities of particulate systems, 6. Kynch sedimentation processes: batch settling. *International Journal of Mineral Processing*, v. 32, p. 193–212, 1991.
- COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, v. 100, p. 32–74, 1928.
- DAMASCENO, J. *Uma contribuição ao estudo do espessamento contínuo*. Tese (Doutorado) — COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1992.
- D'ÁVILA, J. An analysis of Kynch theory of sedimentation. *Brazilian Journal of Technology*, v. 7, p. 447–453, 1976.
- D'ÁVILA, J.; SAMPAIO, R. Equations for the solid pressure. *Brazilian Journal of Technology*, v. 8, p. 177–191, 1977.
- EINSTEIN, A. Eine neue bestimmung der moleküldimensionen. *Annalen der Physik*, p. 289–306, 1906.
- FAGUNDES, F. *Estudo da Estabilidade da Suspensão Constituinte do Fluido Br-Mul/Petrobras*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2015.
- FITCH, B. Kynch theory and compression zones. *AIChE Journal*, v. 29, n. 6, p. 940–947, 1983.
- FORBES, D. L. H. The settling of mill slimes. *Engineering and Mining Journal*, v. 93, p. 411–415, 1912.
- FRIEDRICHS, K. O. Symmetric hyperbolic linear differential equations. *Communications on Pure and applied Mathematics*, v. 7, p. 345–392, 1954.
- GALVIN, K. P.; WATERS, A. G. The effect of sedimentation feed flux on the solids flux curve. *Powder Technology*, v. 53, p. 113–120, 1987.
- GIVLER, R. C.; MIKATARIAN, R. R. Numerical simulation of fluid-particle flows: Geothermal drilling applications. *Transactions of the ASME*, v. 109, p. 324–331, 1987.
- GODUNOV, S. K. A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics. *Mat. Sb. (N.S.)*, v. 47(89), n. 3, 1959.
- HANSON, P. M.; JR, T. K. T.; RACHAL, G.; M., Z. Investigation of barite sag in weighted drilling fluids in highly deviated wells. *Society of Petroleum Engineers*, p. 223–230, 1990.
- HASSETT, N. J. Design and operation of continuous thickeners. *The Industrial Chemist*, v. 34, p. 116–120, 169–172, 489–494, 1958.
- HAZEN, A. On sedimentation. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 53, p. 45, 1904.
- HEMPHILL, T.; RAVI, K. Turning on barite sag with drillpipe rotation: Sometimes surprises are really not surprises. *American Association of Drilling Engineers*, 2006.
- KYNCH, G. J. A theory of sedimentation. *Transactions of the Faraday Society*, v. 48, p. 166–176, 1952.



- LAX, P. D. Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. 7, p. 159–193, 1954.
- LEVEQUE, R. J. *Numerical Methods for Conservation Laws*. [S.l.]: Birkhäuser Verlag, 1992.
- LEVEQUE, R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. [S.l.]: Cambridge Texts in applied Mathematics, 2002. ISBN 0511042191.
- MAUDE, A. D.; WHITMORE, R. L. A generalized theory of sedimentation. *British Journal of Applied Physics*, v. 9, p. 477–482, 1958.
- MICHAELS, A.; BOLGER, J. Settling rates and sediment volumes of flocculated kaolin suspensions. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, v. 1, p. 24–33, 1962.
- MISHLER, R. T. Settling slimes at the tiger mill. *Engineering and Mining Journal*, v. 94, p. 643–646, 1912.
- MOREIRA, B. A. *Estudo da sedimentação em suspensões de fluidos com características reológicas pseudoplásticas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2014.
- NAKAMURA, H.; KURODA, K. La cause de l'accélération de la vitesse de sédimentation des suspensions dans les récipients inclinés. *The Keijo Journal of Medicine*, v. 8, p. 256–296, 1937.
- NGUYEN, T. *Predicting Dynamic Barite Sag in Oil Based Drilling Fluids*. Tese (Doutorado) — The University of Tulsa, 2009.
- NGUYEN, T.; MISKA, S.; YU, M.; TAKACH, N. Predicting dynamic barite sag in newtonian oil based drilling fluids. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2009.
- NGUYEN, T.; MISKA, S.; YU, M.; TAKACH, N.; AHMED, R.; SAASEN, A.; OMLAND, T. H.; MAXEY, J. Experimental study of dynamic barite sag in oil-based drilling fluids using a modified rotational viscometer and a flow loop. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2011.
- NICHOLS, H. G. Theory of settlement of slimes. *Mining and Scientific Press*, v. 97, p. 54–56, 1908.
- NUNZIATO, J. W. A multiphase mixture theory for fluid-particle flows. *Theory of Dispersed Multiphase Flow*, Academic Press, p. 191–226, 1983.
- OMLAND, T. H.; SAASEN, A.; van der ZWAGG, C.; AMUNDSEN, P. A. The effect of weighting material sag on drilling operation efficiency. *Society of Petroleum Engineers*, 2007.
- PASLAY, P. R.; SATHUVALLI, U. B.; PAYNE, M. L. A phenomenological approach to analysis of barite sag in drilling muds. *Society of Petroleum Engineers*, 2007.
- PONDER, E. On sedimentation and rouleaux formation. *Quarterly Journal of Experimental Physiology*, v. 15, p. 235–252, 1925.

- QUISPE, J.; CONCHA, F.; TOLEDO, P. G. Discrete sedimentation model for ideal suspensions. *Chemical Engineering Journal*, n. 80, p. 135–140, 2000.
- RICHARDSON, J. F.; ZAKI, W. N. Sedimentation and fluidisation: Part i. *Transactions of Institution of Chemical Engineers*, v. 32, p. 82–100, 1954.
- SAASEN, A.; LIU, D.; MARKEN, C.; STERRI, N.; HALSEY, G.; ISAMBOURG, P. Prediction of barite sag potential of drilling fluids from rheological measurements. *The Society of Petroleum Engineers*, 1995.
- SANIN, F. D.; CLARKSON, W. W.; VESILIND, P. A. *Sludge Engineering: The Treatment and Disposal of Wastewater Sludges*. [S.l.]: DEStech Publications, 2011.
- SAVARI, S.; KULKARNI, S.; MAXEY, J.; TEKE, K. A comprehensive approach to barite sag analysis on field muds. *American Association of Drilling Engineers*, 2013.
- SCHIESSER, W. E.; GRIFFITHS, G. W. *A Compendium of Partial Differential Equation Models*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009.
- SCOTT, K. J. Experimental study of continuous thickening of a flocculated silica slurry. *IEC Fundamentals*, v. 7, n. 4, p. 582–595, 1968.
- SHANNON, P.; TORY, E. The analysis of continuous thickening. *Soc. Min. Eng.*, 1966.
- SHANNON, P. T.; DEHAAS, R. D.; STROUPE, E. P.; TORY, E. M. Batch and continuous thickening. prediction of batch settling behavior from initial rate data with results for rigid spheres. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, v. 3, p. 250–260, 1964.
- SHANNON, P. T.; STROUPE, E.; TORY, E. M. Batch and continuous thickening. basic theory. solids flux for rigid spheres. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, v. 2, n. 3, p. 203–211, 1963.
- SHIRATO, M.; KATO, H.; KOBAYASHI, K.; H., S. Analysis of settling of thick slurries due to consolidation. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, v. 3, n. 1, p. 98–104, 1970.
- SHOOK, C.; ROCO, M. *Slurry Flow: Principles and Practice*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann series in chemical engineering, 1991.
- SKALLE, P.; BACKE, K. R.; LYOMOV, S. K.; SVEEN, J. Barite segregation in inclined boreholes. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 1999.
- STAMATAKIS, K.; TIEN, C. Batch sedimentation calculations - the effect of compressible sediment. *Powder Technology*, v. 72, p. 227–240, 1992.
- STOKES, G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, v. 9, p. 8, 1851.
- SWEBY, P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 21, n. 5, p. 995–1011, 1984.
- TALMAGE, W. P.; FITCH, E. B. Determining thickener unit areas. *Engineering, Design and Process Development*, v. 47, n. 1, p. 38–41, 1955.

- TEHRANI, A.; ZAMORA, M. Role of rheology in barite sag in sbm and obm. *American Association of Drilling Engineers*, 2004.
- TILLER, F. M. Revision of Kynch sedimentation theory. *AIChE Journal*, American Institute of Chemical Engineers, v. 27, n. 5, p. 823–829, 1981.
- TILLER, F. M.; LEU, W. Basic data fitting in filtration. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*, v. 11, p. 61–70, 1980.
- TORO, E. F. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2009.
- Van LEER, B. Towards the ultimate conservative difference scheme iii. upstream–centered finite difference schemes for ideal compressible flow. *Journal of Computational Physics*, v. 23, p. 263–275, 1977.
- VESILIND, P. A.; JONES, G. Channelling in batch thickening. *Water Science and Technology*, v. 28, n. 1, p. 59–65, 1993.
- WAKEMAN, R. J.; HOLDICH, R. G. Theoretical and experimental modeling of solids and liquid pressures in batch sedimentation. *Filtration & Separation*, 1984.
- YOSHIOKA, N.; HOTTA, Y.; TANAKA, S. Batch settling of homogeneous slurries. *Chemical Engineering*, v. 19, n. 12, p. 616–626, 1955.
- ZAMORA, M.; BELL, R. Improved wellsite test for monitoring barite sag. *American Association of Drilling Engineers*, 2004.



# APÊNDICE A – Tabelas com os erros relativos obtidos nas simulações

Neste apêndice são mostradas as tabelas com os erros relativos para as simulações feitas com as funções de densidade de fluxo descritas na Tabela 4.5 e com o modelo proposto retratado na Equação 4.11.

## A.1 Erros relativos para a barita

Tabela A.1 – Altura de interface para  $c_0 = 0,067$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,221	2,05	15,68	31,29	15,37
400	0,129	3,35	42,80	97,36	42,26
600	0,091	63,82	23,92	140,96	23,15
800	0,070	54,97	1,94	162,45	5,94
1000	0,063	51,08	3,40	135,17	2,16
1200	0,060	49,80	6,23	87,67	0,77
1400	0,059	50,14	5,66	30,98	1,46
1600	0,057	48,39	6,91	22,65	1,69
1800	0,056	47,47	7,57	21,26	1,19
2000	0,054	46,82	10,25	18,35	0,12
2200	0,053	45,82	11,01	16,81	0,44
2400	0,053	45,82	9,69	16,81	0,88
2600	0,051	45,06	13,99	13,55	1,63
2800	0,051	45,06	12,62	13,55	0,26
3000	0,050	43,97	13,47	11,82	0,86

Tabela A.2 – Altura de interface para  $c_0 = 0,120$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,287	12,93	0,28	3,80	0,03
400	0,257	32,81	3,04	5,20	3,59
600	0,229	58,01	8,04	6,03	8,66
800	0,203	70,26	15,28	6,03	16,32
1000	0,179	67,84	24,71	4,85	26,67
1200	0,159	64,68	20,98	0,71	23,62
1400	0,140	60,89	13,76	5,31	17,27
1600	0,124	56,41	4,90	15,51	9,43
1800	0,110	51,50	4,65	28,51	1,09
2000	0,106	50,33	6,62	25,81	0,66
2200	0,103	49,57	8,36	23,65	1,54
2400	0,102	49,07	8,04	22,91	0,47
2600	0,100	48,76	8,80	21,36	1,08
2800	0,099	48,24	9,19	20,57	0,68
3000	0,098	48,43	8,87	19,76	0,28
3200	0,097	47,90	9,27	18,93	0,14
3400	0,096	47,35	9,68	18,09	0,17
3600	0,096	48,09	8,95	18,09	0,56

Tabela A.3 – Altura de interface para  $c_0 = 0,200$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,312	11,13	0,34	1,39	0,12
400	0,303	24,71	0,85	4,34	1,31
600	0,295	39,32	2,44	7,79	3,16
800	0,288	54,91	4,46	11,73	5,43
1000	0,280	62,40	6,24	15,58	7,49
1200	0,273	63,23	8,46	19,94	10,01
1400	0,265	63,18	10,47	24,34	12,59
1600	0,257	62,85	12,60	28,91	15,06
1800	0,250	62,66	14,08	34,05	16,89
2000	0,241	61,84	13,79	38,98	16,70
2200	0,234	61,30	13,31	44,26	16,91
2400	0,225	60,07	11,71	42,03	15,45
2600	0,216	58,73	9,33	39,62	13,88
2800	0,209	57,68	7,64	37,59	12,34
3000	0,200	56,13	4,89	34,79	10,15
3200	0,191	54,43	1,51	31,71	7,02
3400	0,182	52,56	2,21	28,34	3,58
3600	0,173	50,50	6,71	24,61	0,22
3800	0,164	47,78	11,71	20,47	4,44
4000	0,159	46,58	14,34	17,97	6,40
4200	0,156	45,55	15,64	16,39	7,54
4400	0,154	45,30	16,69	15,31	8,03
4600	0,153	44,95	16,53	14,75	7,81
4800	0,152	45,05	16,84	14,19	7,60

Tabela A.4 – Valores do erro relativo para a sedimentação de barita utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto.

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,067$	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,120$	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,200$
200	0,221	1,33	0,287	0,22	0,312	0,84
400	0,129	12,06	0,257	0,07	0,303	1,31
600	0,091	18,41	0,229	0,83	0,295	1,94
800	0,070	23,98	0,203	1,00	0,288	2,81
1000	0,063	19,34	0,179	0,30	0,280	2,50
1200	0,060	16,87	0,159	2,44	0,273	3,55
1400	0,059	16,23	0,140	5,95	0,265	3,11
1600	0,057	13,75	0,124	11,74	0,257	3,85
1800	0,056	12,52	0,110	16,31	0,250	3,80
2000	0,054	9,51	0,106	17,14	0,241	3,95
2200	0,053	7,97	0,103	15,20	0,234	4,14
2400	0,053	8,11	0,102	14,53	0,225	3,22
2600	0,051	4,61	0,100	13,03	0,216	3,30
2800	0,051	4,70	0,099	12,27	0,209	3,48
3000	0,050	2,87	0,098	11,44	0,200	2,46
3200	—	—	0,097	10,58	0,191	1,79
3400	—	—	0,096	9,67	0,182	1,19
3600	—	—	0,096	9,69	0,173	0,02
3800	—	—	—	—	0,164	1,46
4000	—	—	—	—	0,159	0,47
4200	—	—	—	—	0,156	1,71
4400	—	—	—	—	0,154	3,71
4600	—	—	—	—	0,153	5,00
4800	—	—	—	—	0,152	4,92



## A.2 Erros relativos para a calcita

Tabela A.5 – Altura de interface para  $c_0 = 0,067$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,236	18,76	25,02	32,18	24,87
400	0,168	37,43	54,79	75,32	54,58
600	0,122	48,76	84,47	127,15	84,19
800	0,100	32,08	90,40	159,83	90,06
1000	0,085	3,13	82,83	185,21	82,43
1200	0,075	56,09	60,55	200,03	60,10
1400	0,068	53,59	26,13	205,31	25,12
1600	0,063	50,99	8,91	201,91	4,55
1800	0,061	49,95	9,67	183,46	4,61
2000	0,059	48,83	11,06	163,57	5,25
2200	0,058	48,54	11,20	138,10	4,69
2400	0,057	48,24	11,35	111,74	4,73
2600	0,057	48,24	10,14	81,20	2,92
2800	0,056	47,93	10,88	53,56	3,53
3000	0,056	48,54	9,66	22,47	1,69
3200	0,055	47,60	11,03	6,95	2,30
3400	0,055	47,60	9,78	19,40	1,05
3600	0,055	48,23	9,16	19,40	0,42

Tabela A.6 – Altura de interface para  $c_0 = 0,120$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,299	3,59	2,61	4,27	2,50
400	0,276	9,23	4,32	8,08	4,20
600	0,254	16,09	5,93	12,14	5,66
800	0,233	24,73	7,38	16,47	6,93
1000	0,212	34,92	9,11	21,66	8,46
1200	0,194	48,34	9,50	26,00	8,79
1400	0,178	64,91	8,74	29,77	7,78
1600	0,165	64,02	5,87	31,83	4,62
1800	0,154	62,34	1,17	32,43	0,16
2000	0,145	60,71	5,56	31,36	7,22
2200	0,136	58,87	4,87	30,15	7,89
2400	0,129	57,17	2,63	26,78	6,09
2600	0,122	55,27	0,71	23,02	3,23
2800	0,116	53,26	4,14	17,77	0,30
3000	0,111	51,77	6,98	10,95	2,34
3200	0,105	49,34	11,45	4,46	6,23
3400	0,099	46,62	16,82	2,92	10,93
3600	0,094	44,14	21,94	12,08	15,37
3800	0,090	42,04	26,22	13,08	18,97
4000	0,087	40,44	29,39	10,08	21,89
4200	0,086	40,14	29,69	9,03	22,11

Tabela A.7 – Altura de interface para  $c_0 = 0, 200$ , com os valores do erro relativo de cada função, utilizando o método de Godunov (1959).

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) (1)	Erro (%) (2)	Erro (%) (3)	Erro (%) (4)
200	0,318	4,82	0,68	0,15	0,57
600	0,307	17,06	0,26	2,24	0,07
1000	0,295	29,97	0,16	4,17	0,43
1400	0,286	44,57	1,01	7,28	1,97
1800	0,276	59,96	1,90	10,23	3,14
2200	0,265	61,28	2,62	13,07	4,05
2600	0,256	61,39	4,02	16,81	5,90
3000	0,247	61,10	5,53	20,83	7,75
3400	0,238	60,49	7,00	25,20	9,60
3800	0,229	59,69	7,24	29,86	10,24
4200	0,222	59,04	7,10	35,49	10,50
4600	0,215	58,18	6,15	39,22	10,14
5000	0,209	57,47	5,26	37,47	9,53
5400	0,203	56,56	4,15	35,63	8,72
5800	0,198	55,81	2,95	34,00	7,97
6200	0,190	54,31	0,12	31,22	5,54
6600	0,183	52,93	2,57	28,59	3,24
7000	0,176	51,26	5,68	25,75	0,76
7400	0,168	49,34	9,69	22,22	2,74
7800	0,159	46,69	15,03	17,81	7,48
8200	0,150	43,72	21,02	12,88	12,78
8600	0,147	42,81	22,79	11,10	13,92
9000	0,146	42,65	22,93	10,49	13,76

Tabela A.8 – Valores do erro relativo para a sedimentação de calcita utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto.

Tempo (s)	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,067$	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,120$	Altura medida (m)	Erro (%) $c_0 = 0,200$
200	0,236	7,59	0,299	0,99	0,318	0,61
400	0,168	16,32	0,276	0,67	0,313	1,98
600	0,122	13,63	0,254	0,02	0,307	2,34
800	0,100	12,58	0,233	0,94	0,302	2,71
1000	0,085	34,58	0,212	2,51	0,295	2,91
1200	0,075	30,25	0,194	2,42	0,290	3,49
1400	0,068	24,82	0,178	2,25	0,286	4,05
1600	0,063	19,78	0,165	0,59	0,281	3,69
1800	0,061	17,38	0,154	4,51	0,276	4,17
2000	0,059	15,40	0,145	9,59	0,271	4,82
2200	0,058	14,03	0,136	15,34	0,265	5,15
2400	0,057	12,53	0,129	22,19	0,261	4,93
2600	0,057	12,67	0,122	26,53	0,256	5,83
2800	0,056	11,92	0,116	24,39	0,251	6,34
3000	0,056	11,13	0,111	21,31	0,247	6,42
3200	0,055	10,31	0,105	17,37	0,242	7,17
3400	0,055	10,37	0,099	12,43	0,238	7,19
3600	0,055	9,52	0,094	7,30	0,234	8,07
3800	—	—	0,090	3,31	0,229	8,73
4000	—	—	0,087	0,23	0,226	9,03
4200	—	—	0,086	0,40	0,222	10,30
4600	—	—	—	—	0,215	11,88
5000	—	—	—	—	0,209	14,22
5400	—	—	—	—	0,203	16,43
5800	—	—	—	—	0,198	18,91
6200	—	—	—	—	0,190	20,61
6600	—	—	—	—	0,183	20,45
7000	—	—	—	—	0,176	17,65
7400	—	—	—	—	0,168	13,58
7800	—	—	—	—	0,159	8,76
8200	—	—	—	—	0,150	3,38
8600	—	—	—	—	0,147	1,56
9000	—	—	—	—	0,146	0,82

### A.3 Erros relativos para o fluido BR-Mul

Tabela A.9 – Valores do erro relativo para a sedimentação de barita no fluido de perfuração BR-Mul, utilizando o modelo de sedimentação simplificado proposto.

Altura (m)	Concentração volumétrica	Erro (%) 29 dias	Concentração volumétrica	Erro (%) 124 dias	Concentração volumétrica	Erro (%) 365 dias
0,005	0,086	11,13	—	—	0,450	133,90
0,010	0,086	4,44	—	—	0,450	134,90
0,015	—	—	0,086	19,93	—	—
0,020	—	—	0,086	17,86	0,140	25,29
0,030	—	—	—	—	0,140	23,75
0,040	—	—	0,086	4,76	0,140	21,22
0,050	—	—	0,086	1,77	—	—
0,060	—	—	—	—	0,140	17,50
0,080	—	—	—	—	0,140	11,84
0,120	0,086	0,12	—	—	0,140	3,11
0,160	—	—	—	—	0,128	8,10
0,180	—	—	—	—	0,000	100,00
0,190	—	—	0,086	7,36	—	—
0,200	—	—	—	—	0,000	100,00
0,210	—	—	0,074	-602,90	—	—
0,240	0,086	0,35	—	—	—	—